

Introducción a los Sistemas de Transmisión

Generalidades

La electricidad es una de las manifestaciones más contundentes y hermosa de la energía dentro de la naturaleza, y que en sí esta reviste una mayúscula importancia, para el hombre y en la evolución de la civilización moderna. De tal modo el consumo de energía eléctrica es uno de los indicadores del desarrollo de las sociedades modernas junto con el grado de cobertura del servicio. El progreso económico de un país en vías de desarrollo, como Venezuela, marcha a la par de su capacidad para llevar la energía eléctrica a los puntos más remotos del territorio Nacional.

El suministrar energía eléctrica a un país requiere de un proceso complejo, cuya tarea es efectuada por las empresas del sector eléctrico; siendo el sector eléctrico en sí una estructura extensa, complicada, de singular importancia y con un alto nivel estratégico. La tarea de hacer llegar a todos los hogares y organizaciones un servicio de electricidad de *alta calidad, confiable* y de *bajo costo* se convierte en un reto para todas las compañías que conforman el sector eléctrico. Sin embargo, éste proceso es de complejidad creciente, en donde todas las situaciones estructurales y operativas ameritan estudios delicados, de manera que no se afecte los costos y la calidad del servicio; y es entonces donde surge la necesidad, e importancia de estudiar los grandes sistemas eléctricos. En particular, los *sistemas de transmisión de energía* es el subsistema de mayor extensión (aunque de menor costo) dentro del sector eléctrico.

En el presente capítulo se una breve introducción a los sistemas de potencia, con el objetivo de establecer la ubicación del sistema de transmisión de energía dentro de la compleja estructura del sistema de potencia; enunciando los conceptos más básicos sobre a estructura y operación de los sistemas de potencia.

Preámbulo: Necesidad de la Normalización

Los profesionales del sector eléctrico emplean en muchas ocasiones los estándares, prácticas recomendadas, y guías extensivamente en el diseño, instalación, operación, y mantenimiento de sistemas eléctricos. Los estándares establecen requerimientos específicos tales como definiciones de términos eléctricos, métodos de medición y procedimientos de pruebas y dimensionamiento y características de equipos. Las prácticas recomendadas, sugieren los mejores métodos de lograr un objetivo para unas condiciones especificadas. Las guías especifican los factores que deben ser considerados en el cumplimiento de un objetivo determinado. Todos son agrupados como documentos cada uno de ellos con su respectiva validez y ámbito de aplicación. Se ha de tener mucho cuidado sobre la aplicabilidad de estándares, en particular por su ámbito, contexto y aplicabilidad, pero además sobre la vigencia del mismo.

En el caso particular de Venezuela, COVENIN, Comisión Venezolana de Normas Industriales en su Norma COVENIN 391, ha establecido las normas modernas que rigen la normalización de los sistemas eléctricos. Además CODELECTRA, Comité de Electricidad, quien junto a COVENIN son los organismos encargados de erigir normativas de seguridad en aspectos de sistemas eléctricos. En general, COVENIN adoptó muchos otras normas de un ámbito de aplicabilidad más extenso.

Las normativas como se ha evidenciado, depende del contexto, ámbito y poseen una vigencia, de tal modo que en el sector eléctrico se suelen distinguir por normativas internacionales, nacionales, regionales y especiales. En la Tabla 1, se muestra un resumen de algunas normativas aplicables al sector eléctrico en función a su contexto.

Tabla 1. Diferentes Estándares a Nivel Regional y Mundial

Siglas	Significado	País
<i>Estándares Europeos</i>		
CENELEC	European Committee for Electrotechnical	Comunidad Económica Europea
BS	British Standard	Reino Unido
DIN	Deutscher Institut für Normung	Alemania
IEE	Institute of Electrical Engineers	Reino Unido
CEI	Comitato Elettrotecnico Italiano	Italia
VDE	Verband Deutscher Elektrotechniker	Alemania
<i>Estándares Americanos</i>		
ANSI	American National Standard Institute	EE.UU.
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineer	EE.UU.
ISA	Instrument Society of America	EE.UU.
UL	Underwriters Laboratories	EE.UU.
<i>Estándares Mundiales</i>		
IEC	International Electrotechnical Institute	

La *American National Standard Institute* (ANSI), no escribe estándares, sino que éste instituto promueve y coordina el desarrollo de la estandarización en nacional americana y aprueba aquellos documentos que han sido preparados de acuerdo con las regulaciones ANSI.

El *Institute of Electrical and Electronic Engineers* (IEEE) publica algunos cientos de documentos y estándares cubriendo varios campos de la ingeniería eléctrica. Los estándares de la IEEE son rutinariamente enviados a la ANSI; para su consideración, y posterior aprobación; para que sean considerados como estándares nacionales americanos.

El *Underwriters Laboratories, Inc* (UL) prepara estándares para equipos eléctricos incluyendo su aplicación y prueba para cumplir con esos estándares. Los fabricantes que poseen sus productos aprobados por los comités de la UL son autorizados para emplear la etiqueta UL en sus equipos.

La *National Electrical Manufacturers Association* (NEMA), prepara estándares que establecen las dimensiones, rating, y requerimientos de rendimiento para equipos eléctricos. Sus estándares son ampliamente usados en la preparación de especificaciones de adquisición.

La *National Fire Protection Association* (NFPA), establecen estándares y documentos que especifican los requerimientos de protección al fuego y a la seguridad; en particular la NFPA, edita el ANSI/NFPA 70-1999, *National Electric Code*, que es una herramienta de criterios de seguridad en instalaciones eléctrica.

Definición de Sistema de Potencia

Establecer una definición única de sistema de potencia, es algo difícil, ya que existe gran cantidad de autores que han establecido sus puntos de vista al respecto de esto, por ello, para ser objetivo se presentan los conceptos internacionalmente aceptados por instituciones de importancia.

Una de las definiciones más aceptadas a escala mundial, es la establecida por el *Institute of Electrical and Electronics Engineer* (IEEE -Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos), este define un sistema de Potencia como: *una red formada por unidades generadoras eléctricas, cargas y/o líneas de transmisión de potencia, incluyendo el equipo asociado, conectado eléctricamente o mecánicamente a la red*¹. Por otra parte el diccionario de términos eléctricos y electrónicos de la IEEE, define el sistema de potencia como *las fuentes de potencia eléctrica, conductores y equipos requerido para suplir la potencia eléctrica*² [2].

Sobre la base de las definiciones antes expuestas, este autor, define un sistema de potencia, como:

¹ IEEE, Power System Engineering Committee (1992). *Transactions on Power Apparatus and System*, July de 1992, pp. 1894-1898.

² IEEE Standard Dictionary of Electrical & Electronic Terms, ANSI-IEEE Standard 100-1984.

Red eléctrica de potencia que se encarga de generar, transmitir y distribuir la energía eléctrica, hasta los consumidores.

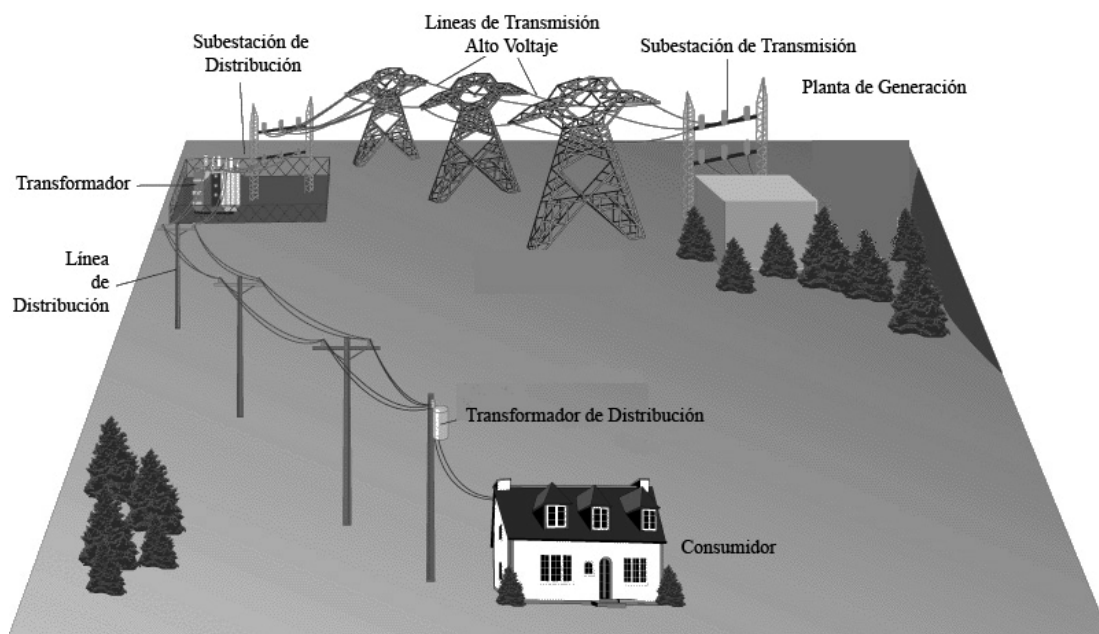


Figura 1. Vista general de una Representación simple de la Estructura de un Sistema de Potencia Típico

Ha de entenderse, entonces, un sistema eléctrico de potencia, como el conjunto de elementos que constituyen la red eléctrica de potencia siendo su función; generar, transmitir y distribuir, la energía eléctrica hasta los usuarios, bajo ciertas condiciones y requerimientos.

Las tareas de un sistema de potencia son realizadas por cada una de las mayores empresas que prestan el servicio de electricidad (*Electric-Utility*). A nivel mundial las empresas de suministro de electricidad son tanto de capital público como privado. En países como EE.UU. Reino Unido, Argentina, Perú entre otros, las empresas con capital privado son las que se encargan de prestar el servicio eléctrico en su totalidad. En el caso particular de Venezuela, el servicio suministro de energía eléctrica efectuado por empresas de naturaleza pública y privada.

El *Sistema Eléctrico Nacional* (SEN) lo conforman 18 empresas eléctricas públicas y privadas, todas agrupadas en una organización denominada la *Cámara Venezolana de la Industria Eléctrica* (CAVEINEL) [3]. CAVEINEL tiene por objetivo ejercer la representación institucional de sus afiliados y velar por los intereses generales de la industria eléctrica y su personal, en armonía con los intereses de la colectividad. Las empresas públicas son CADAFE con cinco empresas filiales (Eleoriente, Elecentro, Eleoccidente, CADELA y SEMDA), EDELCA, ENELVEN, ENELCO y ENELBAR. Las empresas privadas son la Electricidad de Caracas con sus empresas filiales (CALEV, ELEGUA y CALEY), ELEBOL, CALIFE, ELEVAL y SENECA.

Los sistemas de potencia son estructuras complejas y extensas, y debido a múltiples factores (estratégicos, económicos, etc.) no operan de manera aislada, sino que por el contrario, se encuentran relacionados entre sí, constituyendo lo que se denomina un *Sistema Interconectado* (*Power-Pool*). Un sistema interconectado son dos o más sistemas de potencia que se encuentran conectados eléctricamente entre sí, los cuales son planificados y operados de manera poder suministrar la energía de manera más confiable y económica a sus cargas y consumidores, combinando, con los planes de expansión, mejora y mantenimiento de cada sistema, con el objetivo de lograr crecer a la par de la carga.

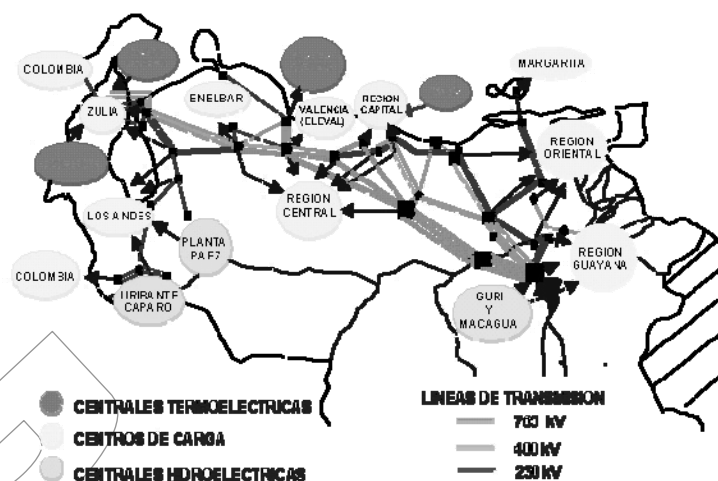


Figura 2. Estructura General del Sistema Interconectado Nacional

Las interconexiones facilitan la coordinación de las actividades de planificación y operación de los sistemas de generación y transmisión de los sistemas de potencia; integrándolos a los efectos de expandir y operar el sistema Interconectado, y así satisfacer la demanda de energía eléctrica, asegurando la calidad y confiabilidad del servicio al menor costo posible, mediante la optimización en el uso de las instalaciones y de los recursos energéticos.

Ahora bien, en atención a la definición sencilla, resulta evidente que el sistema de potencia posea tres partes principales: las centrales de generación, las líneas de transmisión y las redes de distribución; la representación de un sistema de potencia puede ser esquematizado de la siguiente Figura.

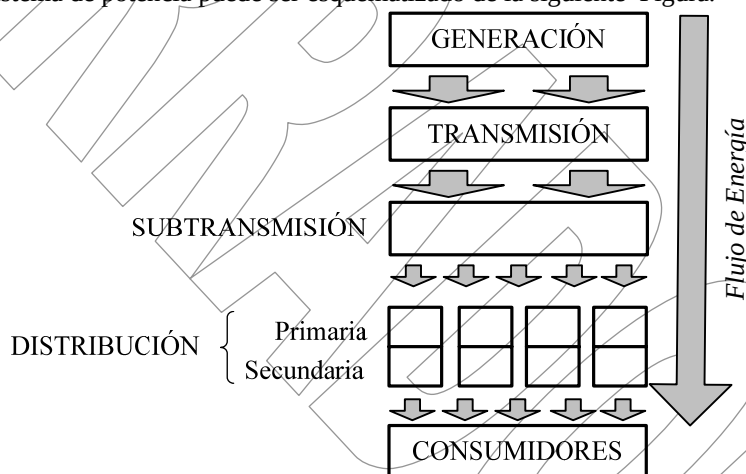


Figura 3. Estructura General de un Sistema de Potencia

Las interconexiones en los sistemas de potencia se llevan a cabo en el nivel de transmisión (*Tie-Line*), esto encuentra su justificación en la posibilidad de poder intercambiar fácilmente grandes bloques energéticos.

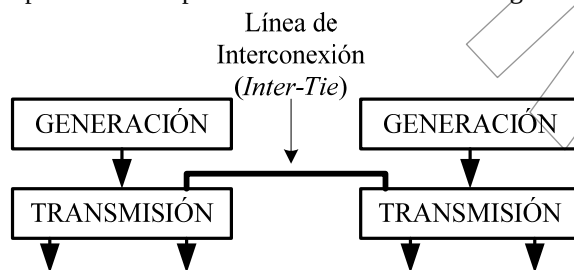


Figura 4. Estructura General de un Sistema de Potencia Interconectado

Dentro de los sistemas de potencia debido a su estructura, es común distinguir cuatro niveles funcionales u operativos de tensión: generación, transmisión, sub-transmisión y distribución. El sistema de potencia esta constituido por muchos elementos cada uno de ellos cumple con funciones específicas, de manera que en operación conjunta garanticen un flujo *confiable* y *económico* de electricidad.

Sistema de Generación

El sistema de generación es la parte básica del sistema de potencia, esta se encarga de entregar la energía eléctrica al sistema, esto a partir de la transformación de distintos tipos de energía primaria. El conjunto de unidades generadoras reciben el nombre de *centrales o plantas de generación*, siendo su tarea tomar una fuente primaria de energía y convertirla en energía eléctrica. El tipo de central de generación y su ubicación depende de las condiciones físicas de la fuente primaria de utilización. La selección del tipo de central de generación eléctrica se realiza por criterios técnicos y económicos, siendo estos últimos lo de mayor importancia. Una *central eléctrica* consta de las máquinas motrices, generadores, aparatos de maniobra y protección, etc. que sirven para la producción de energía eléctrica. En la realidad, el nombre de central eléctrica es la abreviación de *Central Generadora de Energía Eléctrica*.

Las *centrales de generación*, son instalaciones encargadas de entregar energía al sistema, a partir de transformar alguna fuente de energía primaria (Hidráulica, Térmica, Nuclear, Eólica, Geotérmica, etc.) en energía eléctrica. Existen muchas y muy variadas formas de generar energía eléctrica, pero de acuerdo a su forma primaria de energía se pueden distinguir los siguientes tipos: Térmica, Hidráulica, Nuclear, Solar, Eólica, Geotérmica, Magneto-Hidrodinámica, Maremotrices.

Sistema de Transmisión

Las *líneas de transmisión* constituyen los eslabones de conexión entre las centrales generadoras y las redes de distribución y conduce a otras redes de potencia por medio de interconexiones. La misión del sistema de transmisión es transportar grandes bloques de energía desde los centros de generación a los puntos del sistema, interconectar las diferentes centrales y/o diferentes sistemas de potencia.

Las líneas de transmisión son los elementos físicamente más extensos del sistema de potencia y poseen un gran número de ventajas:

- Permite producir la energía eléctrica en forma más económica.
- Se logra disminuir la capacidad de reserva y reserva rodante.
- Permiten mejorar la contabilidad del sistema de potencia.

Capacidad de reserva: Es el número de máquinas necesarias para atender la *carga punta*.

Reserva Rodante: (Spining reserve) se refiere al número de máquinas en vacío, necesarias para atender cambios bruscos de carga.

Las líneas de transmisión operan a niveles de voltaje elevados, esencialmente se debe al hecho que al duplicar la tensión de operación se cuadruplica la potencia que se puede transmitir. Por ejemplo si se quisiera transmitir una potencia de 2000 MWatt a una distancia de 400 Km. se necesitarían aproximadamente 45 líneas de 115 kV, 15 líneas de 230 kV, 4 líneas de 380 kV, 2 líneas de 500 kV, o una líneas de 700 kV, se debe recordar que el número de líneas no es el único factor a estudiar para transportar energía eléctrica.

En Venezuela, los grandes recursos hidráulicos se ubican en la región de Guayana, mientras que las centrales térmicas se encuentran en la zona central, de manera que para unir todas estas fuentes de generación con los distribuidos centros de consumos, se emplean las redes de transmisión de potencia eléctrica. Las áreas (compañías eléctricas) que conforman el *Sistema Interconectado Nacional (S.I.N)* se encuentran unidas a través de un Sistema de Transmisión que alcanza los niveles de tensión de 230, 400 y 765 kV. Cada uno de estos sistemas recibe el nombre de *Red Troncal de Transmisión*, presentando longitudes apreciables como el enlace Guayana - Centro que posee aproximadamente 650 Km.

Tabla 2. Longitud de las Líneas de Transmisión y la Red Troncal de Transmisión por nivel de Voltaje en Venezuela (2005)

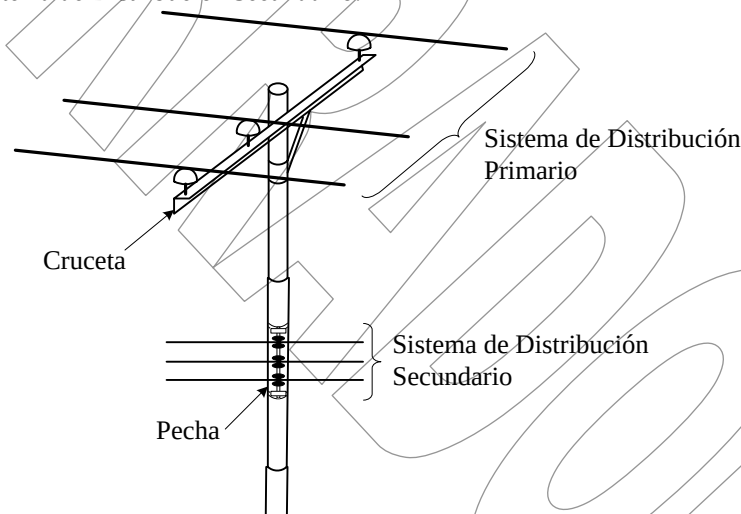
Nivel de Voltaje (kV)	Longitud R.T.T. (Km.)	Totales (Km.)
115	306	10.401
230	3.940	5.606
400	3.906	4.190
765	2.083	2.803

El sistema de de 400 y 765 kV son considerados dentro de los sistemas de Extra Alta Tensión (EAT o EHV: *Extra High Voltage*) y son de relativamente reciente implantación en el país 1968 y 1986 respectivamente.

Sistema de Distribución

La energía eléctrica es transmitida frecuentemente en bloques de magnitud considerable y en altas tensiones desde el punto de generación hasta el área donde se pretende distribuirla, de ahí que sea necesario ejecutar uno o más pasos de transformación para llevarla a los niveles de utilización. El sistema de distribución es el último sub-sistema dentro de los sistemas de potencia antes de llegar a los consumidores. Esta parte del sistema de potencia está compuesto de líneas y dispositivos para distribuir la energía eléctrica hasta los usuarios. Estos pasos de transformación dan lugar a las diferentes etapas del sistema de distribución. Dentro del sistema de distribución se distinguen dos grandes niveles bien diferenciados:

- *Sistema de Distribución Primaria.*
- *Sistema de Distribución Secundario.*

**Figura 5. Estructura Física de un Sistema de Distribución Aéreo Típico**

Las redes de distribución constan de líneas de distribución y dispositivos necesarios para distribuir la energía eléctrica hasta los consumidores, dentro de este sistema se distinguen dos grandes niveles bien diferenciados.

Distribución Primaria: que trabaja con niveles de tensión y potencia moderados. En Venezuela los niveles de tensión suelen ser: 24 kV (Electricidad de Caracas ELECAR) 13.8 kV (Compañía Anónima de Administración y Fomento Eléctrico, CADAFE y sus comercializadoras) 6.9 kV (ELECAR y empresas petroleras) y 4.16 kV (empresas del sector petrolero). En este nivel pueden ser alimentados consumidores especiales como industrias y otros. Los circuitos de distribución primario se caracterizan porque están conectados a un solo punto o subestación de distribución, (*Sistemas Radiales*) y es muy poco visto solo en casos especiales la conexión a más de una subestación (*Sistema de Anillo Múltiple*). Los niveles de potencia

manejados en este sistema son modestos, así por ejemplo: para 13.8 kV. La capacidad de transporte no supera los 5 MVA.

Distribución Secundario: Esta parte del sistema de potencia corresponde a los menores niveles de potencia y tensión. Estando más cerca del consumidor promedio (residencial). En Venezuela es común que las empresas eléctricas suministren potencia en cuatro niveles de tensión básicos y sus combinaciones 120/240V (1 ϕ ,2 ϕ) 208V (2 ϕ ,3 ϕ), 480 y 600 V (3 ϕ). De acuerdo a su configuración los sistemas de distribución pueden ser:

- *Radial:* muy económico y utilizado en sitios rurales y de baja carga.
- *Lazo o Anillo:* Se usa en cargas medias, con mediana confiabilidad.
- *Networks secundario:* Especialmente utilizado para grandes cargas, requiere mayor inversión y es caro.

Sistema de Sub-Transmisión

El sistema de sub-transmisión posee características muy similares del sistema de distribución, pero manejan mayor potencia (5 – 50 MVA) y se diferencian en que alimentan a un cierto número de subestaciones de distribución, los niveles de voltaje utilizados en Venezuela suelen ser: 69 kV, 34.5 kV, y 24 kV. El sistema de sub-transmisión se diferencia al de transmisión, debido a que el primero no realiza interconexiones entre sistemas de potencias o centrales de generación.

Breve Reseña Histórica de la Electricidad Comercial

La evolución tecnológica de la energía eléctrica cuenta en sus inicios con una serie de personajes que han sido calificados como destacados genios de la historia de la tecnología. Uno de ellos es Thomas Alva Edison (1847-1931). Su invención de mayor impacto en el uso masivo de la electricidad es la lámpara incandescente para producción en masa, en Octubre de 1879.

La trayectoria de Edison en la investigación e invención fue muy dilatada, en especial en el año de 1878 cuando anuncia que inventará una lámpara eléctrica segura y más barata como alternativa a las lámparas de arco y gas existentes al momento. Este anuncio es seguido por la formación de un grupo que financió el proyecto y que creó una compañía para tales fines, la "*Edison Electric Light Company*". Fue una de esas raras ocasiones en las que se financió una invención que no existía, sólo porque se confiaba en la trayectoria de Edison. Catorce meses después, Edison entregaría su invención que consistió fundamentalmente en la búsqueda de un filamento apropiado para la lámpara incandescente. Entonces las lámparas incandescentes fueron el motivo para la mayor divulgación de la energía eléctrica y las primeras cargas que se conectaron a los sistemas precarios de electricidad.

El suministro de electricidad sobre bases comerciales se basó inicialmente en generadores de corriente continua que alimentaban instalaciones especificadas como los sistemas de iluminación de calles, grandes almacenes y teatros. En enero de 1882 la *Holburn Viaduct Generating Station* (Central Generadora del Viaducto Holburn en Londres) comenzó a funcionar y ésta fue una de las primeras centrales de generación de energía eléctrica del mundo que se utilizaba para consumidores privados de modo general en oposición a las instalaciones especializadas. Este esquema comprendía un generador de 60 kW accionado por una máquina de vapor horizontal; la tensión de generación era de 110 Voltios de corriente continua.

El mismo año empezó a funcionar una central semejante en Nueva York. La planta eléctrica de *Menlo Park* brilló con treinta (30) lámparas, cada una de las cuales podía ser encendida y apagada individualmente.

Tres años más tarde la planta eléctrica de *Pearl Street* en el centro de la ciudad de Nueva York fue concluida marcando así el inicio de la iluminación eléctrica de las ciudades del mundo. La historia de Edison nos revela su evidente contribución en el desarrollo de la electricidad, pero también nos revela sus innovaciones como la creación de un laboratorio de investigación industrial y la novedosa forma de financiarlo (capital de riesgo). En resumen, Edison personifica al verdadero espíritu innovador y emprendedor que ha caracterizado al desarrollo tecnológico desde entonces.

Las redes iniciales de distribución de electricidad, como es el caso de la instalada por Edison en Nueva York, utilizaban corriente continua. Al aumentar el consumo, el cual ha crecido casi exponencialmente a nivel mundial desde principios de siglo, y al tener que recurrir a fuentes de energía abundante y económica como es el caso de la energía hidráulica, resultó que las fuentes de energía estaban ubicadas a considerables distancias de los centros de consumo. Esto planteó el reto de la transmisión de electricidad a largas distancias. Tal fue el

caso de la generación de electricidad en las Cataratas de Niágara, que debía ser transmitida a través de una distancia de 700 kilómetros a la ciudad de Nueva York.

Surgió el uso de la corriente alterna (1881) como tecnología que solventaba los problemas de la corriente continua, el desarrollo de las redes de corriente alterna, empezó en 1885 cuando *George Westinghouse* compró las patentes que protegían el sistema de transporte de corriente alterna, desarrollado por *L. Gaulard* y *J. D. Gibbs* de París.

La primera central importante de corriente alterna de Gran Bretaña se instaló en Deptford en donde la energía se generaba mediante máquinas de 10.000 HP, y se transmitía a 10 kV a los consumidores de Londres. Durante este período la batalla entre los defensores de la corriente alterna y los de la corriente continua alcanzó su nivel más intenso y agrio. Durante este mismo período tuvo lugar un desarrollo semejante en los Estados Unidos y en otros países del mundo. Debido principalmente al invento del transformador prevalecieron los defensores de la corriente alterna y comenzó un rápido desarrollo de las centrales generadoras de electricidad en locales de modo que cada gran ciudad o centro en el cual se consumía una cantidad importante de energía eléctrica tenía su propia central en funcionamiento. *William Stanley*, antiguo socio de *George Westinghouse* se dedicó a probar transformadores en su laboratorio de Great Barrington, Massachusetts. Allí en el invierno de 1885-1886, instaló Stanley la primera red experimental de distribución de corriente alterna que alimentaba inicialmente 150 lámparas de la ciudad. La primera línea de transmisión de corriente alterna se puso en funcionamiento en 1890, para llevar energía eléctrica, generada en una central hidroeléctrica desde Willamette Falls, hasta Portland, Oregón, distante una de las otras 13 millas (21 km).

Las primeras líneas de transmisión fueron de tipo monofásico, la energía era solo utilizada inicialmente para alumbrado, incluso los primeros motores eran de tipo monofásicos.

El 16 de mayo de 1888 *Nikola Tesla* (el mismo personaje que le dio el nombre a la unidad de inducción magnética) presentó un trabajo donde describía los motores de inducción monofásicos y los sincrónicos.; a partir de entonces la importancia de los motores polifásicos se hacían evidente especialmente en las exposiciones de Chicago de 1893, donde se mostró en público una red de distribución eléctrica bifásica. Las bondades de la corriente polifásica, y especialmente la trifásica fue gradualmente sustituyendo la corriente continua, para el año de 1894 en los Estados Unidos existían cinco (5) centrales de generación de las cuales una era bifásica y las restantes trifásicas. Esencialmente la rápida aceptación del sistema trifásico en corriente alterna, se debió a la existencia del transformador, que permite elevar los niveles de tensión de la generación para la transmisión aumentando la capacidad de transporte. Anecdóticamente, Edison perdió una licitación para instalar una línea de transmisión Niágara - Nueva York, al insistir en tecnología de corriente continua.

En la década de los cincuenta surge la corriente continua como posibilidad de transmitir energía eléctrica a grandes distancias, por su simplicidad y baja pérdidas comparada con la corriente alterna, y por la disponibilidad de los rectificadores de arco de mercurio. Estos últimos dispositivos electrónicos permiten la conversión de corriente continua a corriente alterna y viceversa, lo cual implica poder usar las ventajas de ambos sistemas: la eficiencia en transmisión en alto voltaje y largas distancias de la corriente continua, por un lado: y la eficiencia en distribución en distancias relativamente cortas y bajo voltaje de la corriente alterna, por el otro lado.

Hoy en día, se dispone de rectificadores controlados en estado sólido que permiten la conversión de corriente continua a corriente alterna con mucho mayor eficiencia. Irónicamente, Edison propuso transmitir energía en corriente continua y perdió una licitación: hoy ésta es una tecnología ampliamente dominada. Evidentemente, Edison estaba adelantándose al futuro.

El sistema de transmisión en corriente continua, ha sido demostrado que en países como los Estados Unidos que son económicamente inaceptables para longitudes menores a 350 millas (553 Km.) mientras que en países de Europa, donde las longitudes de las líneas son considerablemente mayores, existen en funcionamiento líneas de transmisión en corriente continua.

Con el transcurrir del tiempo la transmisión de energía eléctrica ha experimentado un crecimiento rápido en los niveles escalonados de tensión, esto surge como una respuesta al aumento paulatino de la demanda eléctrica, la primitiva red de 1890 instalada entre Willamette - Portland operaba a 3300 Voltios, en 1907 se funcionaba con tensiones de 100 kV, para 1913 la tensión aumentó hasta 150 kV, a 220 kV en 1926, a 287 kV en la línea de Hoover Dam a Los Angeles entro en servicio en 1936. Para el año de 1965 se puso en funcionamiento la primera línea de 345 kV. En 1965 se colocó en operación la primera línea de 500 kV; cuatro años después en 1969 se colocó en funcionamiento la primera línea de 765 KV. Hoy en día se experimentan con líneas en tensiones de operación de 1100 y 1500 kV, de hecho, la extinta Unión Soviética consta de una línea de 1200 kV, de 2500 Km. de longitud, para interconectar tres sistemas de potencia: Siberia, Kazah y Ural.

En el año de 1917, se efectuó la primera interconexión en los Estados Unidos, de esta manera, se unificó la frecuencia de operación y se comienza la producción más económica de energía, y además de aumentar la confiabilidad del sistema eléctrico. Estas interconexiones trajeron consigo grandes ventajas pero también un número considerable de problemas técnicos.

La lámpara incandescente por su lado ha sufrido innumerables mejoras desde su invención y ha encontrado un serio rival en la lámpara fluorescente que es más eficiente, es decir, obtenemos mayor luminosidad con menos energía eléctrica. Las lámparas fluorescentes habían restringido su uso a grandes áreas (industriales, oficinas, salones de clase, etc.) con muy poco uso en el hogar. Los avances recientes en microelectrónica han logrado sustituir los tradicionales balastos electromecánicos por balastos electrónicos de significativamente menores dimensiones y ha comenzado un proceso de uso intensivo de lámparas fluorescentes que sustituyen directamente las lámparas incandescentes en el hogar. Las nuevas lámparas se caracterizan por mayor eficiencia, confiabilidad y durabilidad. Esto constituye parte de una tendencia general de ahorro en el consumo de energía eléctrica que tiene detrás de sí los avances en nuevos equipos eléctricos de mejor desempeño que utilizan componentes microelectrónicos.

El suministrar energía eléctrica a una comunidad requiere de un complejo sistema de generación, transmisión y distribución de electricidad en escalas que superan en órdenes de magnitud aquella pequeña red de Edison en Nueva York. Los cambios tecnológicos experimentados en cada una de las etapas del proceso de llevar energía eléctrica al hogar o a la industria han sido dramáticos.

En el caso de la generación de electricidad hemos visto la incorporación de nuevas fuentes, como la energía eólica, fotovoltaica, celdas de combustible (*fuel-cells*) y otras, además de las tradicionales fuentes de energía hidroeléctrica y termoeléctrica. En estas dos últimas, aún cuando han cambiado poco los principios básicos de funcionamiento, el énfasis ha estado en diseñar plantas de generación con mayor eficiencia, confiabilidad y con menos posibilidades de perturbar el medio ambiente incorporando técnicas más novedosas de diseño, simulación, nuevos materiales y las más recientes tecnologías de la información, control y telecomunicaciones. Es necesario destacar el caso de la energía nuclear que se utiliza como fuente de generación de vapor en plantas termoeléctricas, que ha sufrido serios reveses en seguridad con sus graves consecuencias en el medio ambiente (Chernobyl en Rusia y Three Mile Island en los Estados Unidos) y al mismo tiempo ha resultado ser una energía costosa ante la sostenida baja de los precios de los combustibles tradicionales como petróleo, carbón y gas natural. La consecuencia inmediata de estos dos factores ha sido la salida de operación de varias plantas eléctricas nucleares en estados Unidos mucho antes de su período esperado de vida, lo cual podría significar el fin del uso de esta tecnología. Sin embargo, por razones de escasa disponibilidad de otros recursos energéticos y de seguridad nacional, otros países (los de Europa, por ejemplo) en el mundo han continuado el uso creciente de energía nuclear para la generación de electricidad. Es evidente que los esfuerzos tecnológicos estarán orientados a mejorar la seguridad, confiabilidad y a disminuir los costos de las plantas nucleares.

En los últimos diez años ha existido una efervescencia en los medios científicos ante la posibilidad de obtener materiales superconductores, comercialmente disponibles, que funcionen a temperatura ambiente. Los materiales superconductores permiten que la corriente eléctrica fluya en su interior sin resistencia, que es la fuente más frecuente de pérdidas y recalentamiento de los materiales eléctricos tradicionales. Sin embargo, la superconductividad sólo se observa en algunos conductores a temperaturas por debajo del helio líquido y cercano al cero absoluto (-273° Celcius). Desde 1911, cuando la superconductividad fue observada por primera vez por el científico holandés *Heike Kamerlingh Onnes* (quién ganó el premio Nobel en 1913 por este descubrimiento), hasta nuestros días, la ciencia no ha cesado de la búsqueda de aleaciones superconductoras a temperatura ambiente.

Hasta ahora sólo se han logrado cerámicas superconductoras que funcionan a 95 grados Kelvin a nivel de laboratorios, en resultados presentados por los físicos *Ching-Wu Chu* y *Maue-Kuen Wu* de los Estados Unidos, en la reunión anual de la Sociedad Americana de Física en Nueva York a principios de 1987. En esta tormentosa reunión la exclamación general fue "*nuestras vidas han cambiado*", dado el impacto revolucionario que tendría en las tecnologías existentes de generación, transmisión y almacenamiento de electricidad. Los esfuerzos científicos y tecnológicos de muchos grupos de investigación a nivel mundial están en la incesante búsqueda de nuevos materiales. Es de mencionar que existen unidades comerciales de generación que utilizan superconductores que están enfriados a -269° Kelvin, desarrollados por "*Westinghouse*" y "*General Electric Co.*" separadamente.

Evolución de la Técnica en los Equipos de Sistemas Eléctricos de Potencia

Debido al continuo aumento experimentado en los últimos veinte años en los escalones de voltaje adoptados para el transporte económico de la energía eléctrica y debido a que el paso de un voltaje nominal a otro mas elevado trae consigo siempre asociado la resolución de problemas sumamente complejos, tanto desde el punto de vista de los estudios en el laboratorio como en la aplicación constructiva de los equipos para obtener instalaciones que satisfagan las más rígidas condiciones con la máxima economía, se ha preferido profundizar en el tema de las tensiones elevadas, dejando a un lado lo concerniente a las bajas y medias tensiones por no implicar problemas especiales con la evolución de la técnica actual y por el hecho de que se tiende para estas instalaciones a la construcción de unidades modulares normalizadas.

El crecimiento constante de la carga y del consumo de energía eléctrica, motivados principalmente por el desarrollo industrial y la elevación del nivel de vida de las poblaciones requieren una mayor ampliación periódica de los sistemas eléctricos de generación y distribución. Un crecimiento anual acumulativo del 10% de la demanda eléctrica significa la duplicación de las instalaciones de generación cada siete años y un crecimiento de 7% que corresponde normalmente a los países industrializados, representa duplicar la capacidad de generación cada diez años.

A fin de atender la demanda se ha de instalar suficiente generación para poder atender los requerimientos. Durante el período 2000-2004 en Venezuela, la capacidad nominal del SIN aumentó inter-anualmente 2% al registrar al final de 2004, una capacidad total de 21.198 MW. Esta variación se debe principalmente a la expansión de la capacidad de generación hidráulica mediante el aprovechamiento del bajo Caroní. En este sentido, desde el año 2000 la proporción entre la capacidad hidráulica y la térmica se ha mantenido aproximadamente en 2:1.

Tabla 3. Capacidad Instalada del Sistema Interconectado Nacional, Periodo 2000-2004

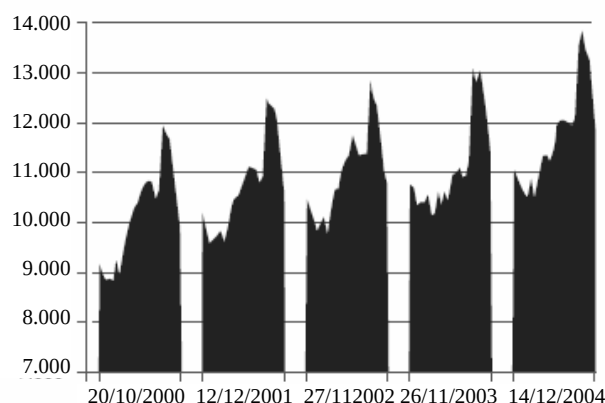
	<i>Empresa</i>	<i>2000</i>	<i>2001</i>	<i>2002</i>	<i>2003</i>	<i>2004</i>	<i>Variación</i>
							<i>Interanual</i> <i>(%)</i>
Capacidad Instalada en MW	CADAFE	3.619	3.619	3.578	3.588	3.658	0.3
	EDELCA	11.845	11.845	11.845	12.565	13.285	2.9
	EDC	2.255	2.341	2.316	2.316	2.236	-0.2
	ENELVEN	1.175	1.175	1.175	1.475	1.409	4.6
	ELEVAL	213	213	213	213	198	-1.9
	ENERBAR	151	151	151	151	130	-3.7
	ENELCO	40	40	40	40	40	0.0
	SENECA	250	250	250	250	232	-1.9
	SEMDA	0	0	0	0	10	100.0
	SISTEMA	19.549	19.635	19.569	20.619	21.198	2.0

En lo que a demanda del Sistema Interconectado Nacional se refiere, el período 2000-2004 se caracterizó por presentar un crecimiento interanual de 3,7%, al pasar de 11.938 MW en 2000 a 13.807 MW en 2004. Este crecimiento se debió principalmente al incremento interanual de la demanda de CADAFE 5%, cuya carga aumentó homogéneamente en sus tres áreas, y al de EDELCA 4,5%. Por otra parte, las empresas EDC y ENELVEN contribuyeron con el crecimiento interanual del SIN en 1% y 3% respectivamente.

Tabla 4. Demanda Máxima Sistema Interconectado Nacional, Período 2000-2004

	<i>Empresa</i>	<i>2000</i>	<i>2001</i>	<i>2002</i>	<i>2003</i>	<i>2004</i>	<i>Variación</i>
							<i>Interanual (%)</i>
Demanda Máxima en MW	CADAFE	4.104	4.326	4.576	4.637	4.997	5
	EDELCA	3.422	3.495	3.699	3.829	4.076	4.5
	EDC	1.812	1.888	1.868	1.319	1.395	1
	ENELVEN	1.241	1.317	1.317	1.319	1.395	3
	ELEVAL	237	246	239	238	249	1.2
	ENERBAR	504	497	485	492	520	0.8
	ENELCO	580	657	606	613	615	1.5
	SENECA	221	218	213	205	222	0.1
	SEMDA	298	303	281	293	352	4.3
	SISTEMA	11.938	11.463	12.813	13.052	13.807	3.7

La siguiente gráfica muestra la evolución de la demanda máxima del sistema:



Para poder cubrir satisfactoriamente las necesidades del crecimiento de los consumos eléctricos se requieren cada vez mayores inversiones de dinero y para que el uso del capital sea rentable se tiene a la elevación de la potencia unitaria de las unidades de generación para disminuir su costo específico y a la interconexión entre centrales eléctricas, a fin de reducir al mínimo técnico las unidades de reserva, con el consiguiente ahorro en los costos de generación. Por esta razón hoy en día se construyen unidades termoeléctricas de 1000 MW y 1350 MW, y las reservas se reducen a valores del 10% al 15% de la capacidad total instalada.

Para transmitir las grandes potencias a los centros de consumo, están o no alejados de las fuentes de generación, se necesitan líneas de transmisión, subestaciones elevadoras de tensión en las centrales eléctricas y subestaciones reductoras de tensión en los centros de carga. Estas potencias pueden transportarse con muchas líneas de transmisión a tensiones medianamente altas o con pocas o una sola línea en altas o en muy altas tensiones.

El interés de utilizar tensiones cada vez más altas para transmitir potencias muy elevada se justifica debido que al duplicar la tensión de servicio se cuadruplica aproximadamente la potencia de transporte. Se desprenden en consecuencia que la utilización de tensiones cada vez más grandes se hace un requisito básicamente económico.

Evolución Histórica del Sistema de Transmisión Venezolano

Antes de la instalación de la Central Hidroeléctrica Macagua I, en Ciudad Guayana existían dos centros principales de generación de energía; el de CADAFE, que abastecía a San Felix por medio de plantas del tipo diesel y el de la *Orinoco Mining Company*, que distribuía a su propio campo industrial y al Puerto Ordaz con otra planta termoeléctrica.



Figura 6. Líneas de Transmisión de 765 kV, salida de la Subestación Guri, propiedad de EDELCA, Guri, Edo Bolívar, Venezuela.

En el año de 1958 se inaugura la planta hidroeléctrica Macagua I, se establece la pionera del desarrollo hidroeléctrico del Caroní, poniendo en servicio el primer sistema de transmisión propiedad de la empresa CGV Electrificación del Caroní, (EDELCA), una sencilla red constituida por una líneas de transmisión a 34.5 kV. en forma de anillo, que abastece el embarque de mineral de hierro de Palua, cerca de San Felix, las instalaciones de lo que era la *Orinoco Mining Company*, ahora Ferrominera del Orinoco CVG, y la subestación Castillito desde donde se alimenta Puerto Ordaz. También forma parte de esta red la línea de dos circuito a 115 kV., que transmite energía a la Siderúrgica del Orinoco. CVG. Electrificación del Caroní EDELCA cumple con dos funciones como empresa eléctrica: generar y transmitir grandes bloques de energía; mientras que las operaciones de distribución de energía a clientes específicos queda a cargo de empresas como CADAFE y C.A La Electricidad de Caracas ELECRA, entre otras.

En el año de 1960, se garantiza una energía económica y abundante proporcionada por Macagua I, siendo la base de la expansión industrial de Guayana, permitiendo la instalación de diferentes empresas, creando un gran número de empleos y un acentuado crecimiento demográfico en menos de una década contribuyendo con la descentralización de las actividades económicas del país. Para 1966, comienza la ejecución de la primera etapa de la central hidroeléctrica Gurí, se construye la subestación Guayana, ubicada en el área de Matanzas, y se instala la primera línea de transmisión a 230 kV, operada en Venezuela. Durante 1966, se energizó la segunda línea de dos circuitos a 115 kV para Sidor y otra de un circuito a 34.5 kV para servir las poblaciones de Upata y El Pao.

El 28 de Agosto de 1968 entra en funcionamiento el *Sistema Interconectado Nacional (SIN)* entre las empresas EDELCA y CADAFE, esto se realiza a través del enlace de los centros de generación de Oriente, Centro y Guayana, con una línea a 230 kV tendida por CADAFE desde la subestación Guayana hasta la subestación Santa Teresa del Tuy. Esta interconexión contaba originalmente con un sistema de dos líneas a 230KV que unía a Guayana con la Región Central cubría principalmente las zonas de Guayana, oriente centro de Venezuela incluidas las poblaciones cercanas a Barquisimeto.

En ese mismo año, EDELCA amplió su red regional con la puesta en servicio de una línea a 115 kV para Alcasa y el parcelamiento industrial de Matanzas, y otras líneas a 35.4 kV para las subestaciones abastecedoras de Puerto Ordaz, Los Olivos y Castillito. También se instala una línea de 34.5 kV que parte de la subestación Macagua hasta la subestación Chirica donde CADAFE distribuye energía a San Felix.

Una vez entendida cabalmente la conveniencia de alimentarla con hidroelectricidad la región central del país desde Gurí, se realizaron los estudios para seleccionar el sistema de transmisión más apropiado para esta interconexión. Como antecedente se tenía el sistema de 230 kV de la subestación Guayana - Santa Tera, construido por CADAFE, pero el nuevo sistema requiera una mayor capacidad para transportar energía generada por la primera etapa de Gurí.

Finalmente luego del estudio técnico económico, se selecciona el sistema de transmisión a 400 kV, (utilizados desde 1969 en países como Rusia, USA, Australia, Canadá, Egipto, Japón, México, Inglaterra, Brasil y Argentina). Con el cual Venezuela entra en el rango de transmisión denominada Extra Alta Tensión (EAT) La primera línea entra en operación en 1969 con esta se amplía el ámbito de operación hasta la ciudad de Barinas en el occidente del país y la segunda en 1975.

El sistema de 400 kV, se compuso originalmente de dos líneas de transmisión que van desde Gurí hasta la subestación Santa Teresa pasando por las subestaciones el Tigre y San Gerónimo. El sistema de 400 kV construido por la empresa EDELCA se ha expandido en los últimos años de manera muy rápida, como consecuencia de el aumento de la demanda a nivel nacional.

Tabla 5. Crecimiento del Sistema de Transmisión de 400 kV de EDELCA

<i>Año</i>	<i>Km. De Líneas</i>	<i>Número de Líneas</i>
1968	-	-
1969	568	2
1974	568	2
1976	1128	6
1978	1196	7
1980	1332	9
1986	1353	11
1995	2608	18

En 1976, como consecuencia de una modificación en los planes de expansión de generación (Planta Centro y Ampliación de Tacoa) así como la incorporación de otras áreas, las empresas integrantes del Sistema Interconectado Nacional designaron una comisión para elaborar un nuevo contrato de interconexión, que contemple la incorporación del occidente del país. Este contrato de mayor flexibilidad a las empresas integrantes del Sistema Interconectado respecto a los costos de tarifas y la definición de los intercambios de energía.

Con la puesta en servicio por parte de EDELCA del sistema de transmisión a 765 kV desde Gurí hacia las subestaciones La Horqueta y La Arenosa a inicios de 1986 y la subestación Diego de Lozada en 1989 se da un gran poso en el sistema de transmisión venezolano. A inicios de 1986, EDELCA pone en servicio el sistema de transmisión en 765KV Gurí - Región Central, obra pionera en su nivel de tensión en Venezuela, que consta de dos líneas de 630 Km, de longitud cada una, así como una subestación terminal en Gurí, dos intermedias y dos subestaciones terminales en Villa de Cura estado Aragua, y Tocuyito estado Carabobo, respectivamente.

**Figura 7. Líneas de Transmisión a 765 kV propiedad de EDELCA, Gurí, Edo. Bolívar, Venezuela**

En forma más detallada este sistema esta conformado por dos etapas:

- *Primera Etapa:* comenzó a implementarse desde el 15 de febrero de 1986, esta compuesta por dos líneas de 1237 Km. de longitud (4 conductores por fase ACAR 1300 MCM 18/19). Estas siguen la ruta Gurí - La Horqueta (Villa de Cura) y Gurí - La Arenosa (Tocuyito), pasando ambas por Malena y por San Gerónimo (cerca de Valle de la Pascua). El tramo Gurí - San Gerónimo, las líneas de transmisión se encuentran separadas una distancia de 1 Km, durante casi toda su extensión, y a partir de unos 50 Km. al noroeste de la subestación San Gerónimo, se separan en dos rutas diferentes para dirigirse una a Villa de Cura (La Horqueta) y otra a Tocuyito Edo. Carabobo (La Arenosa).
- *Segunda Etapa:* se puso en operación el 15 de Diciembre de 1990, consistió en la construcción de la tercera línea a 765 kV. de 550 Km. de longitud. Esta sigue la ruta Gurí - Subestación Sur, pasando por la subestación Malena y por la subestación San Gerónimo. Asociada a esta tercera línea se construyó la subestación Sur a 765 kV. También forma parte de esta segunda etapa, la construcción de las líneas de interconexión entre las subestaciones Sur - La Horqueta - La Arenosa - Yaracuy (273 Km.), lo cual involucra la construcción de la subestación Yaracuy a 765 kV. (en Yaritagua) y las ampliaciones de las subestaciones La Arenosa y La Horqueta. La interconexión del sistema eléctrico nacional ha sido considerablemente reforzada con un gran número de líneas puestas en operación en extra alta tensión además de aumentar la energía generada por EDELCA, por parte de CADAFE y La Electricidad de Caracas.

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/296282681>

Capítulo 1: Elementos de Líneas de Transmisión Aéreas

Research · February 2016

CITATIONS

0

READS

31,884

1 author:



[Francisco Gonzalez-Longatt](#)

Loughborough University

214 PUBLICATIONS 1,206 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Modeling and Simulation using Bond Graph Theory [View project](#)



Smart Multi-Terminal DC micro-grids for autonomous Zero-Net Energy Buildings [View project](#)

Elementos de Líneas de Transmisión Aéreas

1.1 Introducción

La línea de transmisión es el elemento del sistema de potencia que se encarga de transportar la energía eléctrica desde el sitio en donde se genera hasta el sitio donde se consume o se distribuye.

Las líneas de transmisión como su nombre lo indican son aquellas complejas estructuras que transportan grandes bloques de energía eléctrica dentro de los diferentes puntos de la red que constituye el sistema eléctrico de potencia, son físicamente los elementos más simples pero los más extensos. La clasificación de los sistemas de transmisión puede ser realizada desde muy variados puntos de vista, según el medio: en aéreas y subterráneas.

El sistema de transmisión puede ser clasificado según el nivel de tensión en el cual transmiten los grandes bloques de potencia, en Venezuela las líneas de transmisión aéreas esta discriminado en tres niveles de tensión a saber: 230 kV, 400 kV, 765 kV, aunque existen autores que suelen incluir el nivel de 115 kV como transmisión, pero este autor no lo considera, debido a la gran longitud y poca potencia de transporte, tomando 115 kV como de subtransmisión (al igual que 24 kV, 34,5 kV, 69 kV). El sistema de transmisión venezolano alcanza una longitud total de 7544 Km de líneas, repartidos en los niveles de tensión de la siguiente manera: 765 kV 2126 Km., 400 kV de 2608 Km. y 230 kV 2810 Km.

Pese al gran tamaño del territorio venezolano, las líneas de transmisión son considerablemente cortas, siendo los tramos más largos: Malena - San Gerónimo 226 Km. a 765 kV, Yaracuy - El Tablazo 320 Km. en 400 kV, y Yaracuy - Morochas II 259 Km a 230 kV.

1.2 Elementos de una Línea de Transmisión

Una línea de transmisión esta constituida básicamente por tres (3) elementos:

- Conductores
- Aisladores
- Soportes



Figura 1. Elementos de una Línea de Transmisión de Potencia Aérea

Es posible considerar otra serie de elementos adicionales para una línea de transmisión, pero solo realizan funciones complementarias y que escapa el curso básico de líneas de transmisión. Los conductores y aisladores poseen funciones específicas de la que se deriva una serie de características que se relacionan de modo que el análisis de uno de ellos está relacionado con otros.

1.3 Conductores

Consiste de un cuerpo o un medio adecuado, utilizado como portador de corriente eléctrica. El material que forma un conductor eléctrico es cualquier sustancia que puede conducir una corriente eléctrica cuando este conductor se ve sujeto a una diferencia de potencial entre sus extremos. Esta propiedad se llama conductividad, y las sustancias con mayor conductividad son los metales. Los materiales comúnmente utilizados para conducir corriente eléctrica son en orden de importancia: cobre, aluminio, aleaciones de cobre, hierro, acero.

La selección de un material conductor determinado es, esencialmente, un problema económico, el cual no solo considera las propiedades eléctricas del conductor, sino también otras como: propiedades mecánicas, facilidad de hacer conexiones, su mantenimiento, la cantidad de soportes necesarios, las limitaciones de espacio, resistencia a la corrosión del material y otros. Los metales más comúnmente utilizados como conductores eléctricos son:

Cobre: Material maleable, de color rojizo, la mayoría de los conductores eléctricos están hechos de cobre. Sus principales ventajas son:

- Es el metal que tiene conductividad eléctrica más alta después del platino.
- Tiene gran facilidad para ser estañado, plateado o cadminizado y puede ser soldado usando equipo especial de soldadura de cobre.
- Es muy dúctil por lo que fácilmente puede ser convertido en cable, tubo o rolado en forma de solera u otra forma.
- Tiene buena resistencia mecánica, aumenta cuando se usa en combinación con otros metales para formar aleaciones.
- No se oxida fácilmente, por lo que soporta la corrosión ordinaria.
- Tiene buena conductividad térmica.

Aluminio: Los conductores de aluminio son muy usados para exteriores en líneas de transmisión y distribución y para servicios pesados en subestaciones.

- Es muy ligero: tiene la mitad del peso que el cobre para la misma capacidad de corriente.
- Es altamente resistente a la corrosión atmosférica.
- Puede ser soldado con equipo especial.
- Se reduce al efecto superficial y el efecto corona debido a que para la misma capacidad de corriente, se usan diámetros mayores.

Las principales desventajas del aluminio son:

- Posee una menor conductividad eléctrica, con respecto al cobre.
- Se forma en su superficie una película de óxido que es altamente resistente al paso de la corriente por lo que causa problemas en juntas de contacto.
- Debido a sus características electronegativas, al ponerse en contacto directo con el cobre causa corrosión galvánica, por lo que siempre se deberán usar juntas bimetálicas o pastas anticorrosivas.

En los primeros tiempos de transmisión de potencia eléctrica, los conductores eran generalmente de cobre, pero los conductores de aluminio han reemplazado completamente a los de cobre debido a su menor costo y al peso ligero de un conductor de aluminio comparado con uno de cobre de igual resistencia. En los comienzos de la transmisión de energía eléctrica, se realizaba en corriente continua, en donde los conductores sólidos cilíndricos fueron muy utilizados, por una gran variedad de particularidades, con el devenir del tiempo, la transmisión en corriente alterna obligó a la utilización de conductores multifilares trenzados en forma helicoidal, con el fundamento de dotar de flexibilidad de a los conductores, además de una serie de características relevantes a la transmisión en corriente alterna.



+Figura 1. Sección Transversal de un Típico Conductor Trenzado Concéntrico Estándar

El aluminio puro tiene, frente a todas sus aleaciones, la máxima conductividad, pero en contraparte posee una baja carga mecánica de ruptura. Según ensayos realizados por algunos fabricantes de conductores, la carga de ruptura viene dada por

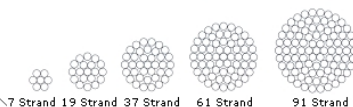
Tabla 1. Carga de Ruptura (Kg/mm^2) para Diferentes Materiales empleados en la Conducción de Electricidad

Cobre Duro	Aluminio Duro	Aluminio Aleado
37/45	16/20	30/40

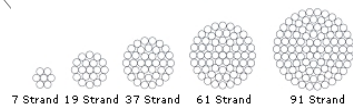
Debido a la poca carga de ruptura, en las líneas de transmisión aéreas, esto se transforman en un inconveniente, razón por la cual se recurre a los cables de aluminio aleado y a cables de aluminio reforzado con acero.

En la actualidad los conductores trenzados son combinaciones de aluminio y otros elementos más, para aportar características mecánicas al conductor. Entre los diferentes tipos de conductores de aluminio se tienen:

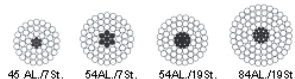
- ACC: Conductor de Aluminio (*All Aluminum Conductor, Classes AA, A, B, C*)



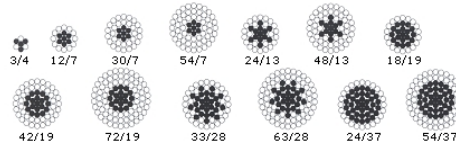
- AAAC: Conductor de Aluminio con Aleación (*All Aluminum Alloy Conductor*).



- ACSR: Conductor de Aluminio con Refuerzo de Acero (*Aluminum Conductor, Steel Reinforced*).



- ACAR: Conductor de Aluminio con Refuerzo de Aleación (*Aluminum Conductor Alloy Reinforced*).



El AAAC tiene mayor resistencia a la tensión que los conductores de aluminio de tipo ordinario. Los ACSR consisten de un núcleo central de alambre de acero rodeado por capas de alambre de aluminio. ACAR tiene un núcleo de aluminio de alta resistencia rodeado por capas de conductores eléctricos de aluminio tipo especial.

Los conductores en general suelen ser clasificados en, según el tipo de recubrimiento:

- *Aislado*: Conductor rodeado por aislamiento para evitar la fuga de corriente o que el conductor energizado entre en contacto con tierra ocasionando un cortocircuito.
- *Anular*: Consiste en varios hilos cableados en tres capas concéntricas invertidas alrededor de un núcleo de cáñamo saturado.
- *Apantallado*: Conductor aislado cubierto con un blindaje metálico, generalmente constituido por una funda de cobre trenzado.
- *Axial*: Conductor de alambre que emerge del extremo del eje de una resistencia, condensador u otro componente.

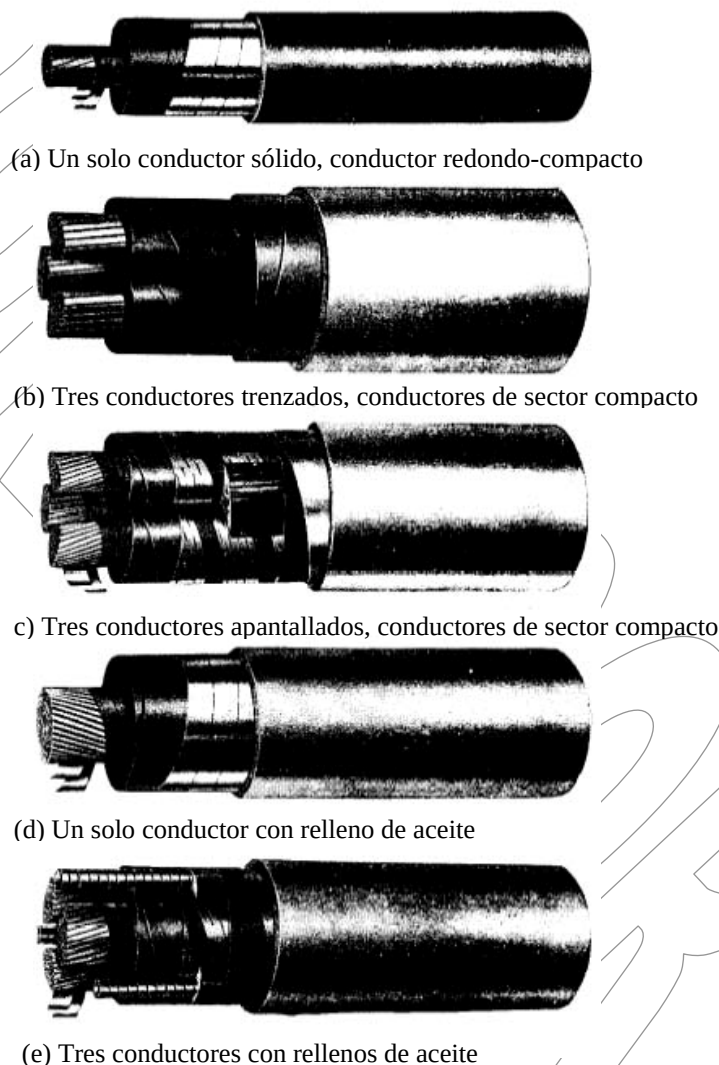


Figura 2. Algunos tipos de Cables

En Venezuela el material ampliamente utilizado en las líneas de transmisión aéreas como conductor es el aluminio, debido a su bajo costo y gran disponibilidad en el país. En sistemas de distribución es común utilizar el denominado *Arvidal* es decir, el ASTM 6201, y en líneas de transmisión de alta tensión se utiliza el aluminio con núcleo reforzado.

Los conductores son los encargados de transportar la corriente y su sección transversal depende de la energía que se transporte. Si la tensión de operación de la línea de transmisión es elevada se hacen presente

una serie de fenómenos que se deben considerar para la selección del tipo y calibre del conductor, o la posibilidad de utilizar varios conductores por fase. El conductor por su peso y a su longitud, se ve afectado por esfuerzos mecánicos, interviniendo estos factores en la selección el tipo de conductor a utilizar, destacándose que esto se puede solventar utilizando conductores equivalente con mayor carga de ruptura.

El factor preponderante para el esfuerzo mecánico de una línea de transmisión es la denominada "flecha", no afectando el área de la sección del conductor.

Cables: Se define cable como el conjunto formado de uno o varios conductores trenzados, debidamente aislados, provistos de uno o más recubrimientos protectores requeridos para que el conductor sea afectado por la corrosión, deterioro mecánico, etc. Existen una cantidad de conductores que son agrupados básicamente dos clases:

- *Monopolar:* Cuando posee un solo conductor o un solo cableado.
- *Multipolar:* Cuando posee dos o más conductores o cableados.

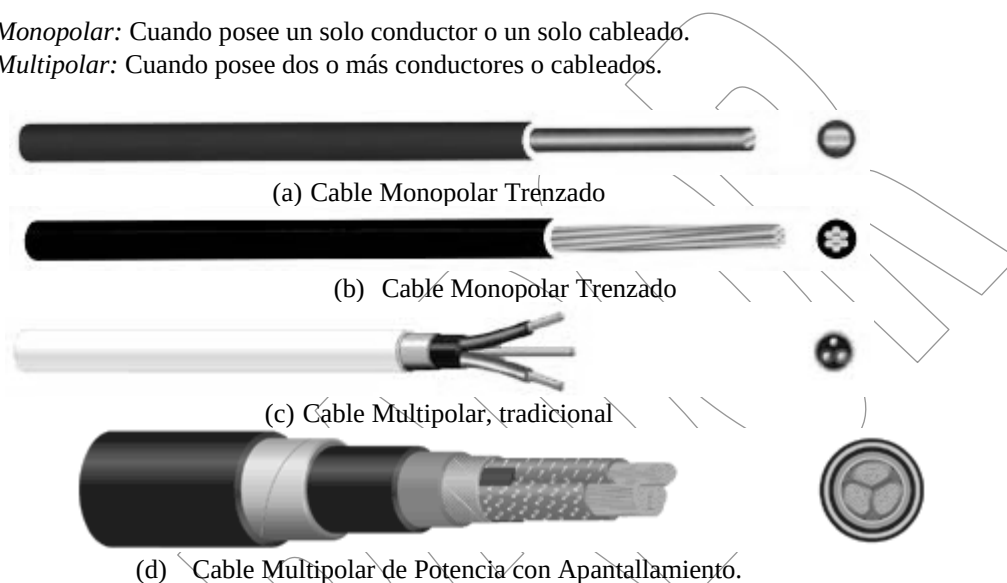


Figura 3. Muestra de diferentes tipos de cables de potencia

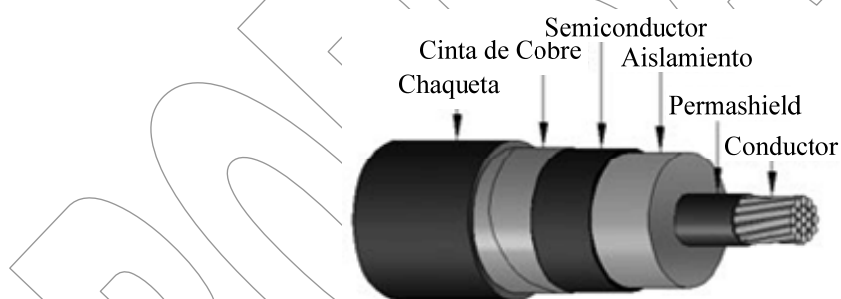


Figura 4. Corte Transversal de un Cable de Potencia de 138 kV

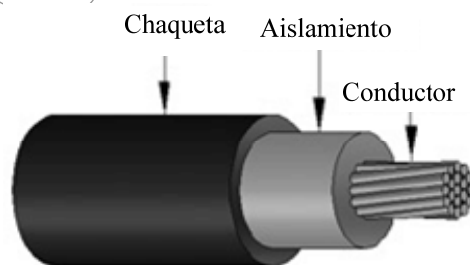


Figura 5. Corte Transversal de un Cable de Potencia de 600V

Los cables, son materia de estudio muy profundo y en especial, cuando se trabaja en alta tensión, pero esto es dominio de *Líneas de transmisión Subterráneas o Subacuáticas*. Las condiciones geográficas de Venezuela, son propicias para la transmisión de energía eléctrica a través de redes aéreas, por lo que el uso de conductores eléctricos aislados se ha visto limitado a un pequeño campo, en donde las líneas aéreas no resultan una alternativa, tal es el caso de la Central Hidroeléctrica Macagua II, en el Estado Bolívar, en esta central se instalo cables subterráneos, del tipo *Land*, debido al hecho de la humedad reinante en el sector, además de preservar la belleza escénica de los Saltos Cachamai y Llovizna. Por otra parte la conexión del estado Nueva Esparta con el resto de Venezuela, se realizó mediante un cable submarino del tipo *Oil Filled Cable*, de aproximadamente 25 Km., desde Chacopata hasta punta Mosquito.



Figura 6. Corte de la sección transversal de un conductor subacuático

1.3.1. Características Físicas y Mecánicas de los Conductores

Todo conductor debe poseer suficiente resistencia mecánica para soportar, sin romperse o deformarse permanentemente los esfuerzos aplicados al mismo, en la explotación (servicio) normal, y aun en las condiciones anormales, pero previsibles en el diseño. La construcción física de los conductores deriva principalmente de la esencia de las necesidades mecánicas mínimas para la operación segura, ante las eventualidades y operación normal.

En el caso de las líneas de transmisión aéreas, los esfuerzos mecánicos normales son: el peso del conductor y el hielo escarcha o nieve, que pudiese depositarse en zonas frías, el efecto del viento a una velocidad límite, etc. Por otra parte, los esfuerzos anormales comprenden: la presión de escaleras apoyadas contra las líneas, la suspensión de personal en la misma, el esfuerzo por huracanes, la presión de árboles o ramaje, la tensión debida a movilidad de los apoyos, con motivo a la ruptura de dos o más cables o la caída de una torre, la falla de una retenida, etc.

Es evidente que ante tan variados esfuerzos a los que son sometidos los conductores, no es posible fijar de un modo absoluto las dimensiones y características de un conductor, tanto más cuanto que el peso del mismo es uno de los motivos de esfuerzo, y al crecer la resistencia mecánica, crece también el peso. Para líneas aéreas sostenidas entre apoyos distantes, se ha tomado como base el valor del "claro" para definir cuales son las secciones de metal que llenan el requisito mecánico. Con dichos valores se ha formado la tabla que sigue fundada en la técnica norteamericana y la C.N.E.

Tabla 2. Calibres Mínimos en Milímetros cuadrados según la Distancia entre Apoyos

Material	30 m	45 m	60 m	90 m
Cobre Estirado en Frío	8	13	21	33
Cobre recocido	13	21	42	No
Aluminio duro		42	53	
Aluminio Reforzado		13 (*)	21 (*)	

(*): Area neta de aluminio, sin contar el esfuerzo.

El alambre de acero recubierto de cobre o aluminio es un gran avance, que interesa a las compañías eléctricas, por ser el acero barato, fuerte y accesible, pero presentando como desventajas, su poca duración y conductividad. Para dar al alambre de acero la conductividad y duración necesaria, se recubre con una capa de cobre bien adherida. La conductividad puede aumentarse haciendo más gruesa la capa de cobre o aluminio.

Este tipo de alambre de acero encobrado o aluminizado, es conocido como *CopperWeld*, o *AlumoWeld*, se utiliza para vientos y como conductor en líneas rurales, donde los tramos son largos y las intensidades de corriente pequeñas.

El *AlumoWeld* y el *CopperWeld*, serán tratados con mayor profundidad en posteriores Capítulos.

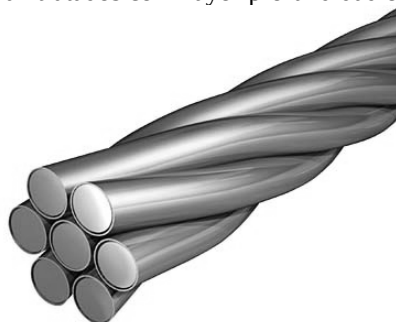


Figura 7. Vista de la Sección Transversal de un Conductor Cooperweld

1.4 Aisladores

Los aisladores en las líneas de transmisión de alta tensión sirven fundamentalmente para sujetar a los conductores, de manera que estos no se muevan en sentido longitudinal o transversal. Como su nombre lo indica, deben evitar la derivación de la corriente de la línea hacia tierra, ya que un aislamiento defectuoso acarrea pérdidas de energía y en consecuencia un aumento del gasto de explotación comercial del sistema. Los aislantes cumplen la función de sujetar mecánicamente los conductores a las estructuras que los soportan, asegurando el aislamiento eléctrico entre estos dos elementos.

Así pues, por algunas décadas, las cualidades eléctricas y mecánicas de los aisladores no deberán ser destruidas, por ninguno de los esfuerzos de todo tipo que estarán sometidos. Además, deberán facilitar todo trabajo que pudiera efectuarse en la línea, aun mantenida en tensión eléctrica, sin perjudicar la recepción de las señales electromagnéticas, radio, televisión y otros, ni la estética si fuera posible. Los aisladores se pueden clasificar desde diferentes puntos de vista, según el material elegido para su manufactura: aisladores de vidrio, porcelana o de plástico. Según su uso se tiene aisladores de intemperie y aisladores de recintos cubiertos, aislador de suspensión o aisladores de amarre, así como también aisladores de apoyo. También se diferencia entre aisladores de corriente continua y de corriente alterna.

1.4.1. Materiales para Aisladores

Las pioneras líneas de transmisión aéreas de distribución de electricidad de alta tensión de corriente continua en 1882 y luego de alterna en 1885, fueron construidas con aisladores de vidrio recocido rígidamente ligados al soporte, a los cuales estaban sujetos los conductores por medio de una ligadura.



Figura 8. Diferentes tipos de Aisladores empleados a lo largo de la historia

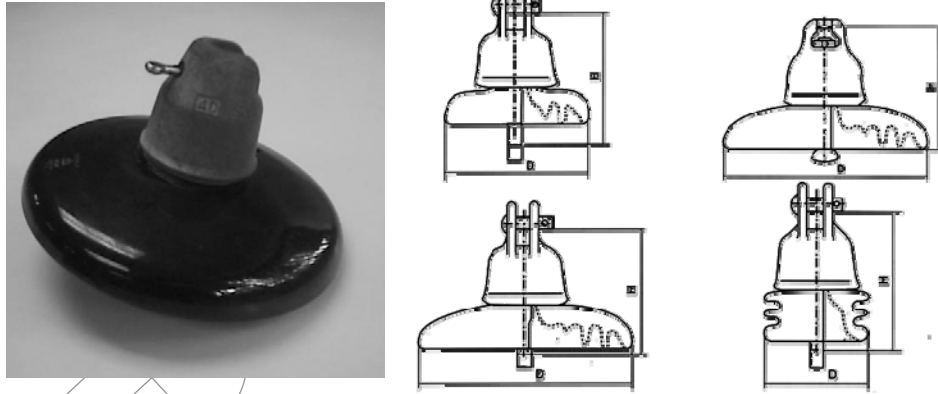


Figura 2. Fotografía de la Vista Superior de un Aislador de Porcelana tipo "Plato" o Disco de Suspensión

La porcelana se probó sin gran éxito entre 1890 y 1893, para cuando se desarrolló el procedimiento de fabricación por vía húmeda, que permitió obtener un material no poroso, de características mecánicas superiores a las del vidrio recocido. La cerámica por su parte se desarrolló y en 1903 se realizaron los primeros aisladores con este material. A partir de 1935, se utilizó el templado para los dieléctricos de vidrio, obteniéndose piezas con gran resistencia mecánica. Esencialmente los imperativos mecánicos son los que han presidido la evolución de los aislantes utilizados, para las líneas de transporte de energía.



Figura 3. Foto Ilustrativa de una Cadena de Aisladores de Vidrio, con el Detalla de Acople

Hasta ahora, solo los vidrios y las cerámicas, productos minerales frágiles, han recibido la sanción favorable de la experiencia. A medida que los niveles de tensión eléctrica han aumentado en los sistemas de transmisión las formas y los materiales de construcción de los aislantes ha sido especialmente estudiado, debido a los grandes esfuerzos eléctricos a que se ven sometido, siendo necesario conocer los niveles de aislamiento eléctrico.

El material que hasta el presente parece haber dado mejores resultados para uso a la intemperie es la porcelana. Con tal finalidad se usa exclusivamente la porcelana dura vidriada, la cual consiste de mezcla de feldespato, cuarzo y caolín, pues es la mejor que satisface las condiciones requeridas por un buen aislante. Aunque la porcelana, es hoy por hoy uno de los materiales de mayor uso; posee algunas desventajas. Es importante que el vidrio de la capa vitrificada que recubre la porcelana posee el mismo coeficiente de expansión térmica que la porcelana, pues de lo contrario surgen tensiones internas, que transcurrido cierto tiempo, se manifiestan en forma de pequeñas grietas; acortando la vida del aislador.

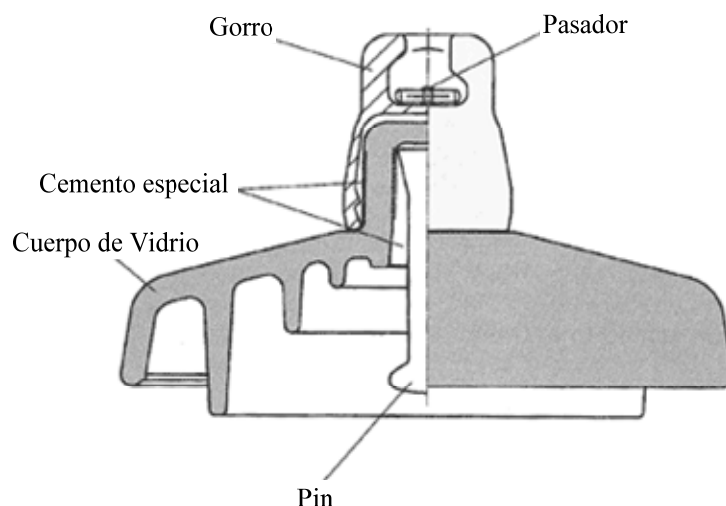


Figura 4. Corte Transversal de un Aislador de Vidrio

Por otra parte, un inconveniente se presenta en la elaboración de la porcelana, debido a la contracción que experimenta el material durante la segunda cocción (secado y sinterización), lo que arroja una inevitable inseguridad en las dimensiones finales. Otro inconveniente de la porcelana en servicio, es la fragilidad ante descargas por arco. El cual, al denotar cierta potencia en la proximidad de la superficie de la misma, la destruye por fusión y requerimiento. Basta para ello que el arco persista por fracciones de segundo. En la práctica se trata de alejar el arco de la superficie de la porcelana con la ayuda de cuernos protectores o cuernos de descarga.

Por su parte los aislantes de vidrio fueron desarrollados principalmente en Francia, han logrado después de algunos fracasos iniciales, imponiéndose como aisladores de soporte de sistemas de hasta 20 kV primero y hasta 380 kV. El aislador de vidrio se obtiene fundiendo diferentes materiales de granulometría; tales como arena, carbonato de sodio, dolomita carbonato de bario, carbonato de potasio, sulfato de bario, y piedra caliza, en un horno de fundición continua. Al igual que la porcelana, la proporción de los elementos que constituyen al material acabado permiten modificar o variar las características eléctricas, térmicas y mecánicas.

Una vez moldeado el aislador, se le somete a enfriamiento rápido mediante un chorro de aire. Con esto se logra que la parte externa se contraiga, permaneciendo la parte interior con calor y se contrae, mientras que la exterior se expande. Mediante este proceso el vidrio queda sometido permanentemente a una tensión interna uniforme, lo que lo confiere una gran resistencia mecánica.

Otras ventajas del vidrio en comparación con la porcelana son: su constante dieléctrica de 7.3 (la de la porcelana es 6) y su elevado coeficiente de expansión térmica mayor a la del vidrio.

El aislador de vidrio en consecuencia, soporta los cambios bruscos de temperatura. Denota, además una elevada resistencia a los impactos, así sean provocados por proyectiles. La aparición de cualquier fisura provoca la inmediata destrucción de la falda, quedando, sin embargo, las piezas metálicas unidas entre sí, en vista de lo cual no hay caída del conductor. Para proteger a los aisladores de vidrio contra disparos accidentales o voluntarios algunos fabricantes han diseñado aisladores de vidrio, lisos en su interior y con superficies curvas para desviar fácilmente los proyectiles.

Los aisladores de plástico se han venido encontrando una aplicación cada vez mayor de las instalaciones de alta tensión bajo techo, debido fundamentalmente a las ventajas que presentan frente a los aisladores de cerámica y vidrio, entre las cuales resaltan:

- Mayor libertad y facilidad en el acabado final del aislador, permitiendo además el vaciado simultáneo de piezas metálicas.
- Mejor comportamiento elástico y mayor resistencia contra impactos mecánicos
- Peso reducido y elevada resistencia dieléctrica.

En las instalaciones a la intemperie se aprecia también una fuerte tendencia en la aplicación creciente de aisladores de plástico, si bien los estudios e investigaciones no pueden contemplarse como finalizados.

El material más indicado para la fabricación de los aisladores plásticos parece ser la resina sintética. Los experimentos de tensión mecánica a muy baja temperatura (-20°C) han demostrado, sin embargo que no todas las resinas sintéticas hasta ahora aplicadas en la electrotecnia pueden soportar los severos desafíos de la

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

práctica, quedando así descartadas las resinas del tipo ciclo alifático, mientras que los elastómeros de silicón parecen arrojar mejores resultados en un margen de temperatura comprendido entre 60° y +180°C.

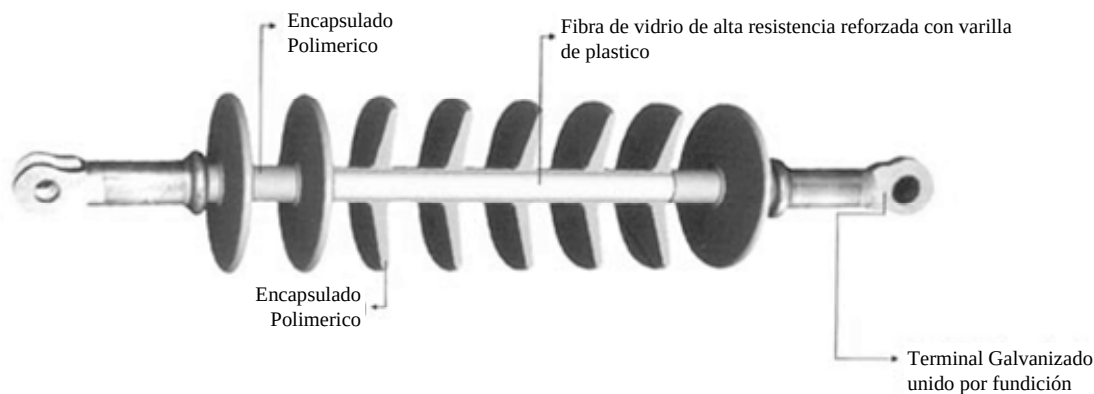


Figura 9. Vista de la sección Transversal de un Aislador de Materiales Compuestos.



Figura 5. Muestra de Diferentes Tipos de Aislantes Compuestos

Con la finalidad de mejorar el comportamiento eléctrico y mecánico de los aisladores plásticos se están empleando actualmente una gran cantidad de aditivos, cuya discusión excedería apreciablemente el margen del presente escrito. Cabe señalar, únicamente, que los aisladores de plásticos están encontrando una creciente aplicación en los sistemas de transmisión de energía, encontrándose desde hace algunos años en operación aisladores diseñados con tensiones de 110 kV.

Tabla 3. Diferencia entre los Aisladores de Vidrio y Porcelana

Vidrio	Porcelana
Se hace fácil la detección de defectos internos (el vidrio es transparente)	No se pueden detectar defectos internos
Sufren un recalentamiento menor debido a los rayos solares, ya que la mayoría pasan a través del aislador y no son absorbidos.	Se calientan fácilmente por la acción de los rayos solares
Son más vistosos por lo que son presa fácil para cazadores y actos vandálicos	No son vistosos
Fácil inspección desde el suelo o helicóptero, se observa su estado sin ningún error.	Su inspección debe ser detallada
No se perforan a los cambios de tensión.	Se perforan más fácilmente

1.4.2. Aisladores de Resistencia Controlada

Basándose en la teoría de que el deterioro de los aisladores contaminados obedece a que con las primeras gotas de lluvia se forman pequeños arcos que secan y calientan un trozo de la superficie, y que esa variación grande y brusca de la temperatura es la que llega a causar hasta el estallido de los aisladores normales, una fabrica desarrollo un tipo de aislador que tiene en su superficie una capa semiconductor que garantiza que siempre habrá una pequeña corriente pasando por toda la superficie. En otras palabras, al tener el camino siempre para la corriente de fuga, se evita que se presenten arco súbitos concentrados y por lo tanto la causa de los deterioros. Parece ser que el comportamiento de este tipo de aislador es bastante bueno, salvo que llegue a saturarse, lo cual puede tardar algunos años dependiendo de la severidad de las condiciones ambientales contaminantes. En las líneas de 13.8 kV en la zona de Tucacas donde debía hacerse en forma permanente el lavado de los aisladores aun el de tipo anti-polución, los aisladores con capa semiconductor han dado buen resultado, pero como solo llevan pocos años de instalados parece prematuro adelantar juicios sobre el comportamiento a mayor plazo.

En los últimos años se le ha dispensado especial atención a un tipo de aislador que no perturbe las comunicaciones radioeléctricas, por lo cual se les denomina *antiparasitos*. Tales aisladores carecen de zonas de aire, viéndose además en servicio sometido a fuertes sollicitaciones de campo eléctrico. Una armadura de testa contribuye eficazmente a lograr los fines perseguidos.

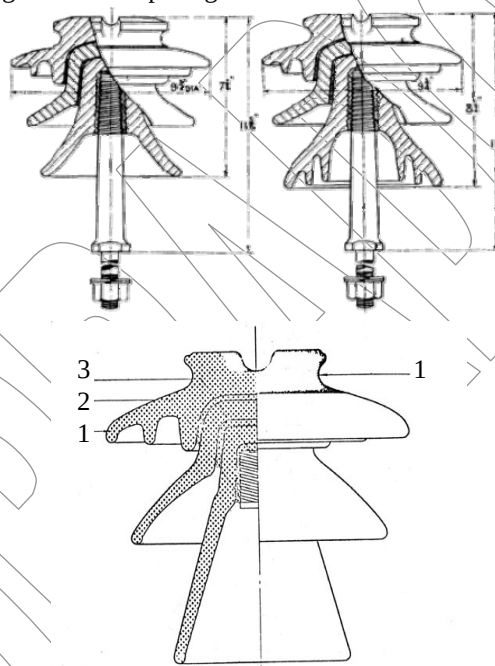


Figura 6. Aislador Antiparasito. 1: Faldas de Porcelana. 2: Cemento Pórtland 3: Rosca de Zinc 4: Capa Semiconductora

El empleo de capas semiconductoras no es en si muy reciente, pues se observa desde hace algún tiempo en los aisladores antiparasitos, en los cuales se trata de poner en cortocircuito a aquellas partes del aislador expuestas a descargas, haciendo circular una intensidad de corriente determinada a través de las mismas. La idea de hacer circular una intensidad de corriente estacionaria a través o a lo largo de toda la superficie del aislador data igualmente de ya varios años, pues se ha podido verificar que la misma previene la distribución no uniforme de tensión a lo largo del cuerpo del aislador.

Uno de los primeros compuesto en ser utilizados fue el óxido de hierro, en conjunto con diversos aditamentos, tales como óxido de tritanio, óxido de cromo, óxido de manganeso y otros. Este compuesto fracaso, debido a su gran inestabilidad térmica y a la corrosión electrolítica, la cual encuentra su justificación en la diferencia de potencial de los diferentes óxidos que integran al compuesto.

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

A partir de 1960 se comenzó a experimentar con óxido de titanio, con otros óxidos, entre ellos el óxido de wolframio, óxido de cromo y otros. A pesar de denotar un mejor comportamiento que el compuesto anterior, se observó que el titanio, habiéndose reducido a su óxido inferior, se reoxidaba dándole origen a ligeros arcos que se formaban en la superficie del aislador, reduciéndose así el efecto de la capa semiconductora.

Todo parece indicar, que el mejor comportamiento de la capa semiconductora se obtiene con óxido de estaño, el cual se añade al barniz semiconductor que cubre a la superficie del aislador. Este barniz tiene que tener un coeficiente de dilatación térmica que mejore las características mecánicas del aislador, al mismo tiempo tiene que garantizar una superficie lisa sobre el aislador.

El compuesto a base de óxido de estaño, tiene un solo agregado, a saber el óxido de antimonio. Es en consecuencia, menos susceptible a la corrosión electrolítica que aquellos compuestos con más de dos óxidos. Actualmente hay varios fabricantes trabajando con este compuesto, entre ellos NGK del Japón, *La Lapp Insulator* de EE.UU. y *Doulton* de Inglaterra. Es de resaltar, que los resultados obtenidos hasta el presente con este tipo de aislador son muy prometedores, ya que además de reducir los peligros de descargas ocasionados por los diferentes agentes, permitirá reducir también apreciablemente la longitud de la cadena de aisladores en sistemas de muy altas tensiones. Un sistema de 1 MV requiere de una cadena convencional de aproximadamente 68 elementos (10 metros de largo), mientras que 1.5 MV una cadena de 102 elementos (15 metros). Al aumentar el largo de la cadena de aisladores, aumenta el costo de la torre, así como el peligro de resonancia mecánica. En resumen se puede afirmar que las ventajas principales de la capa semiconductora son entre otras, las siguientes:

- Mejor distribución de la tensión a lo largo de la superficie del aislador.
- Secado más efectivo de la superficie del aislador, ya que el suministro de energía favorece la formación de un gradiente térmico de aproximadamente 3 a 4° C por encima de la superficie ambiental. En presencia de niebla se evita la condensación y humidificación total del aislador.
- Eliminación de las descargas superficiales, ya que el aislador elimina la formación de la banda seca que favorece la formación del arco.

Uno de los grandes inconvenientes que representa el aislador de capa semiconductora en su actual estadio de experimentación, es, sin lugar a dudas, la vida útil de su capa semiconductora. En el país se ensaya actualmente este tipo de aislador en la Línea Coro-Punto Fijo, como ya se mencionó. Destacándose el hecho de que esta área presenta, además de la contaminación marina de por sí existente en la misma, un efecto bastante abrasivo por parte del viento, el cual se debe predominantemente al contenido de arena que lo caracteriza.

1.4.3. Tipos de Aisladores según su Diseño

Los aisladores pueden ser clasificados según el diseño que se coloque, distinguiéndose dos grandes grupos:

- Aisladores rígidos o de soporte (*Post Type*)
- Aisladores de suspensión
- Aisladores de tipo Espiga, Palillo o Pin (*Pin-Type*)

1.4.4. Aisladores de Soporte

Se emplean generalmente en sistema de hasta 69 kV, constan o bien de una sola pieza de porcelana, o de varias piezas cementadas entre sí. La superficie del núcleo, sigue, en lo posible, la dirección de las líneas de fuerza y las campanas viene a ser perpendiculares a las mismas, con lo cual se evitan, por un parte, los espacios huecos con intenso flujo de campo electrostático, y por otra, se consigue que la distribución del campo sea aproximadamente la misma en estado seco que en estado húmedo.

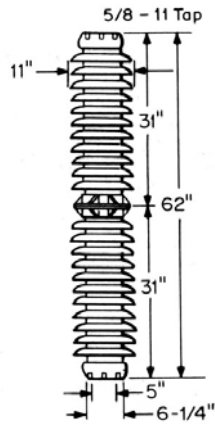


Figura 7. Aislante de Subestación *Post-Type*, para 161 kV

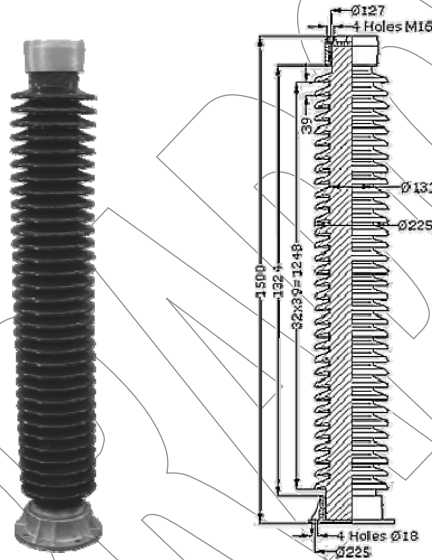


Figura 8. Ejemplo de un Aislante de Subestación *Post-Type*

Con miras a obtener economía de inversión, a veces se reemplazan las cadenas de aisladores por aisladores de un solo cuerpo que es de tipo sólido y hace veces de la cadena pues oscila de su punto de sujeción y aunque no es tan flexible, le permite al conductor sus movimientos en todos los sentidos. Se produce de dos tipos: uno para condiciones normales, y otro con mayor número de pliegues para cuando existe polución.

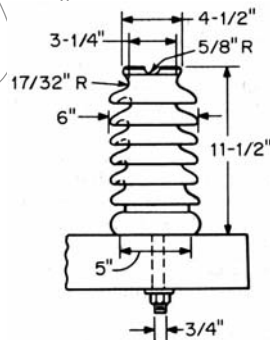


Figura 9. Aislador *Post-Type*, 35 kV

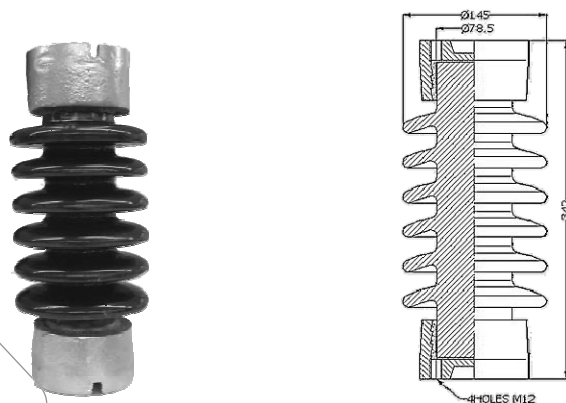


Figura 10. Ejemplo de un Aislador *Post-Type*

En Norteamérica, se han desarrollado un tipo que además de ser rígido tiene en un extremo un soporte con el cual se puede anclarse al poste mediante tornillos, y en el otro extremo una mordaza de suspensión. Las ventajas de este tipo conocido como *Line-Post* son que se evita la construcción de los brazos; se ahorra espacio, lo que permite su utilización en zonas urbanas sin que presente mucha interferencia, y luego su disposición horizontal lo hace recomendable en zonas donde haya salitre pues se lava fácilmente sin que se produzca contorneos, o bien sea con lluvia o lavado a presión. La principal desventaja es la limitación de tipo mecánico pues al ocupar la posición de un brazo debe soportar los esfuerzos que le transmite el conductor sin posibilidad de moverse. Este tipo de aislador fue usado en la línea que une a la Subestación Coro con la planta de generación de la localidad, principalmente por las condiciones de esa línea que esta prácticamente al borde de los médanos y por supuesto recibe toda la contaminación del mar; de igual forma la electricidad de Valencia emplea en la zona del casco central de Valencia este tipo de aisladores.

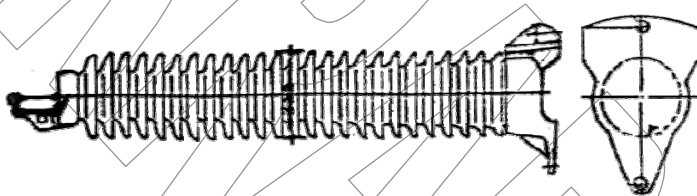


Figura 11. Aislador *Line-Post Type*

Los aisladores de tipo soporte también son conocidos como *aisladores de cuerpo macizo*, ya que están constituido por un cilindro macizo de cerámica provisto de aletas, que tienen en cada extremo una pieza metálica de conexión. Esta pieza puede ser; envolvente en forma de casquete sellado alrededor de los extremos troncoconicos, provistos en el cilindro, o en forma de varilla sellada en una cavidad precisa con este objeto. Los sistemas de conexión entre estos aisladores, o con las torres, o los cables, están formados por rotulas u horquillas como en el caso de los aisladores de caperuza y espiga. Además las dimensiones de las conexiones de rotula recomendados por la IEC son las mismas que la de los dos tipos de aisladores que aparecen en la publicación 120.

En este tipo de aislador la conexión con el conductor es rígida y directamente con pinzas o mordazas. Estos aisladores pueden utilizarse en posición vertical, horizontal u oblicua. Sin embargo, en cada caso particular conviene asegurarse con el fabricante que cada aislador seleccionado, sea instalado en la posición elegida, y que responde a las características deseadas. Este tipo de aislador, puede ser sometido en explotación a tensiones mecánicas de flexión, tracción y compresión, aún de tensiones de torsión algunas veces cercana a la de ruptura del conductor.

Los aisladores de porcelana construidos por varias campanas, son cada vez más reemplazados por aisladores del tipo soporte de cuerpo cilíndrico de una sola pieza, que han sido primeramente adoptados en Norteamérica, por razones entre la que no se excluye la estética.

1.4.5. Aisladores de Suspensión

Este tipo de aislador también es denominado plato, en este el material aislante (porcelana, vidrio, etc.) tiene adherido con cemento a lado y lado, elementos metálicos que se pueden encajar uno dentro de otro, permitiendo la formación de cadenas flexibles, también se encajan los accesorios de conductor o herrajes, además de las estructuras, con lo cual completan su fijación.

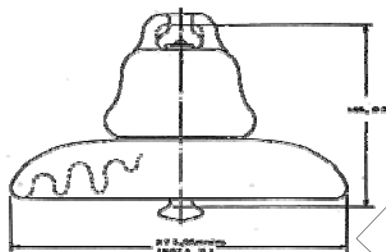


Figura 12. Aislante de Suspensión, Tipo Campana Espárrago (Ball and Socket Type)

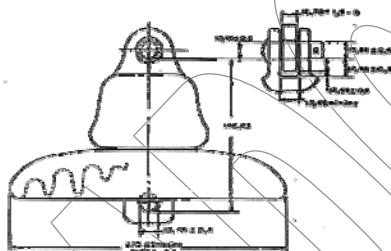


Figura 13. Aislador de Suspensión, Tipo Ojo-Pasador (Clevis Type)

El aislador de suspensión de tipo campana y espárrago (*cap and pin*) domina hoy día el margen de tensiones comerciales comprendido a partir de los 70 kV. Para tales tensiones el aislador de apoyo resulta antieconómico, siendo además apreciable la longitud que tendrían que denotar los mismos para vencer tensiones más altas. Los aisladores a base de campana y espárrago (también denominados rotula y horquilla) denotan la peculiaridad de poder suspender, hasta cierto límite, a un elemento del otro, formando una especie de cadena, hasta vencer la tensión deseada. Este hecho ha simplificado notablemente la manufactura del aislador, concentrándose especialmente su producción en el Japon (empresa NGK).

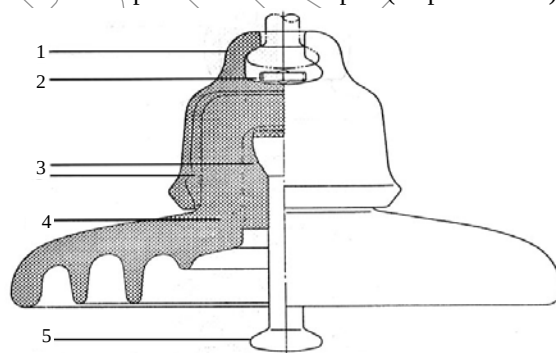


Figura 14. Partes de Aislador de suspensión, tipo Campana-Espárrago. 1 Caperuza Metálica, denominada también capurucha, fabricada de acero galvanizado en caliente. 2 Pasador de Seguridad, fabricado en latón o acero inoxidable. 3 Cemento Portland. Tiene como finalidad unir a la caperuza metálica a la falda del elemento. 4. Falda de cerámica o vidrio templado. Últimamente también de plástico, cuando menos para fines experimentales. 5. Espárrago de acero galvanizado.

Uno de los grandes problemas que ofreció, en su comienzo este tipo de aislador fue la fijación de la capurucha o caperuza, ya que el cemento empleado se dilataba en el curso de los años, aumentando así de volumen hasta estallar. La absorción de humedad contribuía también al incremento, de volumen, en especial en la parte inferior del elemento, haciendo trabajar a la porcelana a la tracción. Estas dificultades pudieron ser

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

vencidas utilizando mezclas de cemento perfeccionadas, o bien interponiendo capas elásticas, así como también tratando térmicamente al cemento durante su fraguado, o mejorando la calidad superficial de compuesto, para impedir así la penetración del aire o la humedad.

Los aisladores suspendidos consisten de una cadena de aisladores de revolución, ensamblados los unos a los otros, a las torres y a los cables, por sistemas metálicos de rotula o de horquilla que solo permiten la transmisión, excepto el rozamiento, de esfuerzos mecánicos paralelos a su eje. De estas cadenas verticales se suspenden los conductores a las torres de alineación; de otras cadenas horizontales o más bien inclinadas respecto a la alineación de los cables, se tensan los conductores en las torres de anclaje o amarre. Estas cadenas pueden ser dobles o múltiples para aumentar la resistencia mecánica, su longitud dependerá del nivel de aislamiento requerido.

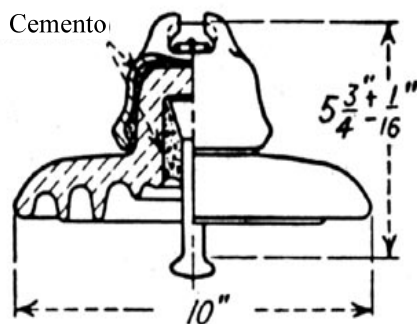


Figura 15. Aislador *Ball and Socket Type* (Locke Insulator Inc.)

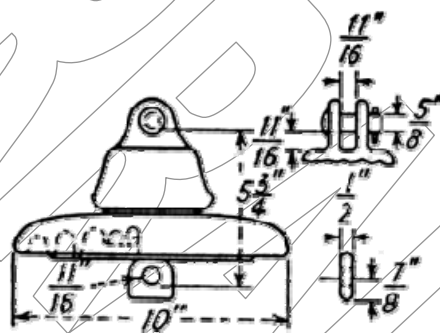


Figura 16. Aislante *Clevis Type*.

Los americanos por su parte, y por otra la Comisión Electrotécnica Internacional (ANSI Standard C29-2-71, Publicación IEC 305) han estandarizado cierto número de tipos de aisladores y elementos de cadena, comprendiendo las formas. Igualmente se han determinado las dimensiones de los sistemas de suspensión, particularmente en la publicación 120 de la IEC, editada en 1960. Actualmente los sistemas de rotula, "*ball and socket*" son recomendados por la IEC que han provisto cuatro dimensiones de 11, 16, 20 y 24 mm. También los estándares americanos definen las dimensiones de las ensambladuras de horquilla y espiga, para resistencias mecánicas de 10.000, 15.000, 25.000, 36.000 y 50.000 libras; así como las dimensiones de las ensambladuras de rotula, correspondientes a las tres mayores resistencias mecánicas indicadas arriba, que desgraciadamente son diferentes a las adoptadas por la IEC.

1.4.6. Aisladores Tipo Espiga, Palillo o Pin (*Pin Type*)

Este tipo de aislantes se caracteriza porque la fijación que hacen del conductor es rígida. Hay variedades en cuanto al tamaño y forma de sujetar al conductor; en su gran mayoría requieren de ligaduras, o sea de hilos del mismo material del conductor que amarren este del aislador, gracias a sus formas exteriores; también los hay que tiene una pinza o mordaza en el tope estos aisladores tiene una rosca interna que aloja la espiga y a ella se ajusta gracias a una caperuza de plomo que se deforma para asentarse a la cruceta, y sobresale a partir de ella roscada, en una longitud que varía si se trata de cruceta de hierro o madera. No se recomienda ponerlos en ángulos verticales mayores de 4°, ni por supuesto como terminales, amarres o anclajes.

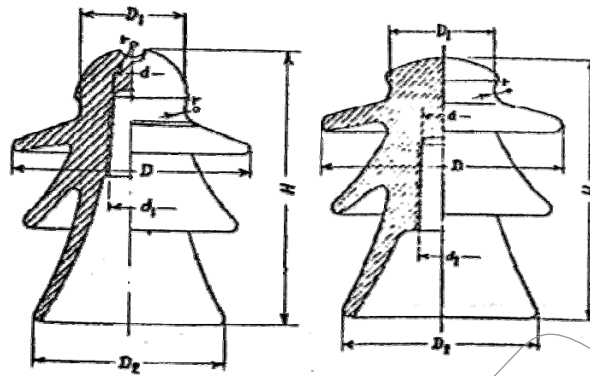
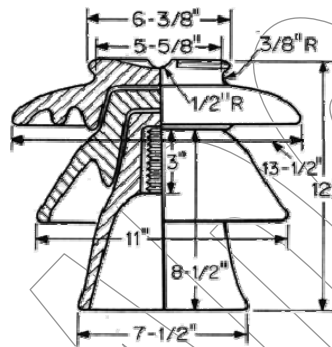


Figura 17. Aisladores de Soporte de la firma PIGA

Figura 18. Aislador Típico *Pin-Type* de 69 kV

El dieléctrico es de vidrio templado, porcelana, y hasta plástico en tiempos recientes. El material de conexión es un mortero de cemento aluminoso o *Portland*. La forma de la cabeza esta diseñada de tal modo, que los esfuerzos de tracción aplicados al aislador se transforman, tanto como sea posible, en compresión en los dieléctricos, ciertas tensiones de cizalladura. La forma socavada interior de la cabeza, necesaria para la fijación del sellado de la espiga, se obtiene sea por el paso de un tornillo que retira después del prensado del dieléctrico, sea por medio de una deformación o elaboración posterior a la formación de dicha cabeza. En el caso del aislador de porcelana, esta socavación puede evitarse aplicando, antes de la cocción partículas de pastas precocidas, las cuales después de la cocción formaran cuerpo con la pieza, permitiendo la fijación del mortero. Este procedimiento es conocido con el nombre de "*sandage*", se utiliza corrientemente aun ahora.

1.4.7. Tipos de Aisladores según las Condiciones Ambientales

Según las condiciones ambientales que afronten el aislador, aunque algunos autores entre ellos Luis A. Siegert, lo hacen en función de la configuración de las corrugaciones de la falda, siendo agrupados en dos grandes grupos:

- Standard o Normal
- Anti-fog o Antiniebla
-

Standard o Normal: Se utiliza en zonas de clima templado y razonablemente limpias sin contaminación o *polución*. En este tipo de aisladores las corrugaciones no sobresalen del borde inferior.

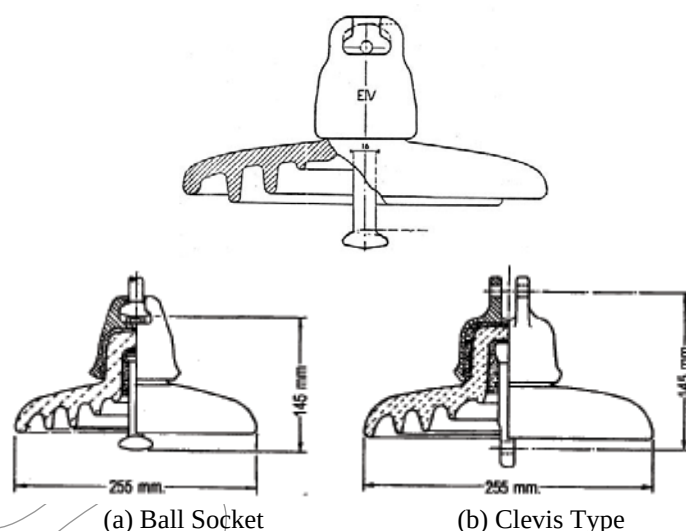


Figura 19. Aislador de Suspensión Tipo Normal

Anti-Fog o Antiniebla: Se utiliza en ambientes contaminantes (costas, desiertos, industrias, etc.). Para una misma longitud de la cadena y unas líneas de fuga mayor. En los desiertos es común la utilización del aislador tipo *Nordem*, con gran distancia de fuga, en forma de campana. Estos aisladores también denominados antiniebla, poseen un número de ondulaciones menores, pero mucho más pronunciado, de tal forma que sobresalga del borde inferior. Los fabricantes recomiendan el empleo de este tipo de aislador en zonas fuertemente contaminadas.

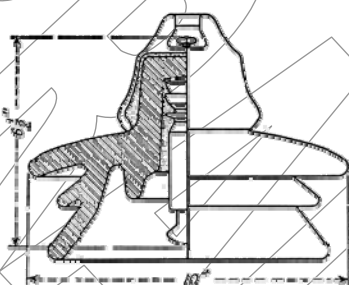


Figura 20. Aislador *Smog-Type*. Ohio Brass Company

1.4.8. Cadenas de Aisladores

En las líneas de transmisión aéreas debido a el alto nivel de tensión eléctrica en la cual operan se hace necesario la utilización de cadenas de aisladores, constituidas por n aisladores en serie, donde el nivel de aislamiento de la cadena es siempre menor que n veces la aislamiento de un aislador solo, y esto es más notorio cuando el número de aisladores es grande. El largo de la cadena depende del voltaje, mientras más grande aumenta el largo de la cadena, para cumplir con la distancia mínima, y se requiere una altura mayor en las torres.

En el sistema de transmisión de Venezuela, se han normalizado el número de aisladores, según el nivel de voltaje de operación de la línea resultando:

Tabla 4. Numero de Elementos Aislantes empleados Típicamente por nivel de Voltaje

Voltaje de Operación [kV]	Número de Aislantes
115	9
230	16
400	24
765	42

Los valores mostrados en la tabla anterior, son solo muestras representativas típicas, debido a que cada línea posee su diseño particular, en especial en ambientes altamente contaminantes y por encima de los 1000 metros sobre el nivel del mar.

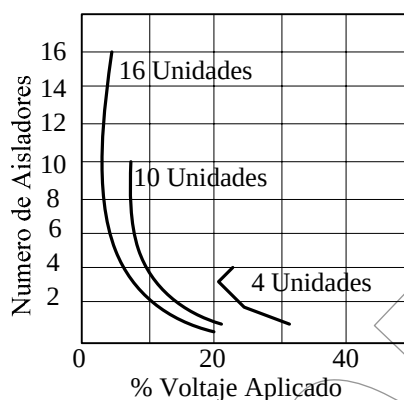


Figura 21. Curva de Número de Aisladores versus Tensión Aplicada

En las cadenas de aisladores se distinguen cuatro tipos principales:
La *Cadena de Suspensión Simple*, empleada en la alineación y en los pequeños ángulos flexibles.

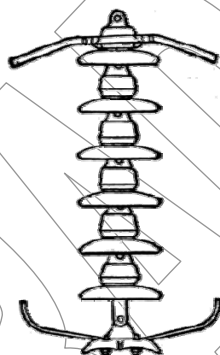


Figura 22. Cadena de Aisladores Simple de Suspensión

Las *diversas Cadenas de Suspensión Dobles*, utilizadas en algunos cruces importantes y en los ángulos flexibles mayores. El sistema más simple está formado por dos cadenas elementales unidas por un balancín al estribo o a la horquilla de muñón fijado al brazo de habilitación, se suelen distinguir tres tipos de suspensión doble. En primer modo de realización, las *dos cadenas permanecen paralelas*, fijadas separadamente al conductor con sus pinzas, con igual separación del balancín.

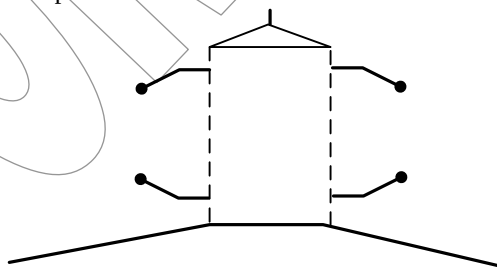


Figura 23. Dos Cadenas de Aisladores Simples Paralelas

En el segundo modo de realización, las *dos cadenas simples ya no son paralelas*, las pinzas se fijan en el cable, con una separación que corresponde a una inclinación de cada cadena de 10° a 15° respecto a la vertical.

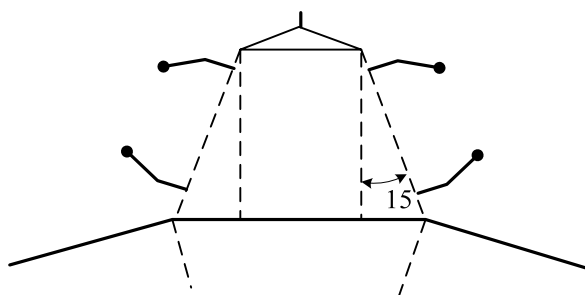


Figura 24. Dos Cadenas Simples No Paralelas

En un tercer modo de realización las *dos cadenas simples se unen en su parte inferior por medio de un segundo balancín*, estando provistos de una sola pinza o sostenedor para mordaza.

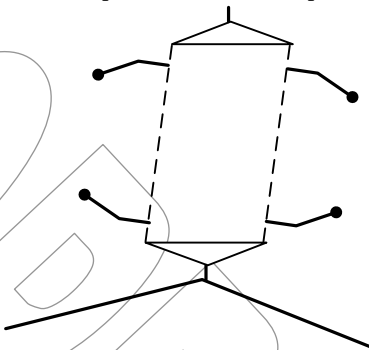


Figura 25. Dos Cadenas Simple Unidas por un Balancín en la Parte Inferior

La *Cadena de Anclaje Simple*, empleada algunas veces en los anclajes de líneas y más frecuentemente en los empalmes en con las subestaciones. Salvo en las líneas de 20, 63 y 90 kV, la cadena de anclaje simple es de un empleo muy limitado.

Cadena de Anclaje Doble. En forma general, la cadena de anclaje doble se utiliza en la línea, en los ángulos importantes del trazado y en los amarres delante de las subestaciones. Esta cadena esta sometida permanentemente a la tensión mecánica del conductor, que puede llegar a 1/3 de la carga de ruptura en servicio normal, y el 70% de la tensión de ruptura en el caso de escarcha.

Los aisladores representan un porcentaje muy modesto, 2 a 3%, del costo de una línea de transmisión aérea, pero son un elemento esencial del cual depende la seguridad de la explotación, y la calidad del servicio suministrado a los consumidores de electricidad. La importancia de su función se manifiesta, principalmente, en el costo difícilmente calculable de cualquier interrupción del servicio, de la cual pueden ser eventualmente causa, sin olvidar que la mayor parte de las dificultades que les son imputables, dependen del aislante que los constituye, el cual siendo un material *frágil* debe soportar importante tensiones mecánicas.

Es necesario conocer las tensiones que soportara el aislador en la explotación, así como su comportamiento bajo tales sollicitaciones. Porque, solo la comparación de estos dos elementos, permitirá apreciar la seguridad que se puede esperar de su utilización.

1.4.9. Función de un Aislador

Los aisladores dentro de las líneas de transmisión realizan dos funciones básicas:

- *Función Eléctrica:* Aislar el conductor de la tierra.
- *Función Mecánica:* Soportar al conductor.

Es necesario en el diseño de los aisladores de una línea de transmisión aérea, tomar en cuenta dos factores importantes:

- Exigencias Eléctricas de Explotación
- Exigencias Mecánicas de Explotación.

1.4.9.1. Exigencias Eléctricas

Un aislador o una cadena de aisladores están sometidos, permanentemente, a la tensión entre fase y tierra del sistema, o a la tensión compuesta, o sea entre fases, en el caso de incidente monofásico que sobreviene en una línea de neutro aislado. Es necesario vigilar que estas tensiones puedan ser soportadas permanentemente por los aislantes, aun en el estado más desfavorables (contaminación) determinado en cada caso, por las condiciones atmosféricas y el medio ambiente local (proximidad de la costa, de las zonas industriales, etc.).

En fin se debe tomar en cuenta la frecuencia de las tormentas, ya que los rayos que alcanzan líneas, torres o conductores, someten estos aislantes a ondeas de sobretensiones de elevaciones bastantes rápidas, como para ocasionar la perforación de algunos aisladores, y de amplitud suficiente como para provocar un salto.

1.4.10. Grado de Aislamiento

Un valor de tensión eléctrica (diferencia de potencial) de una magnitud muy elevada puede provocar:

- El *salto en el aislador*, o sea una excitación en el aire circundante entre las dos piezas conductoras en terminales. Solo la energía térmica desprendida por el arco puede deteriorar el aislamiento
- La *perforación del aislador*, por una excitación a través del dieléctrico del material que constituye el aislante.

La duración de la aplicación de una tensión constante, necesaria para la excitación, varía con la amplitud de esta tensión. La ley de esta variación es diferente según se trate de un salto o una perforación.

Las *perforaciones* son muchas veces, solo una consecuencia de las grietas producidas por las tensiones mecánicas. El riesgo de perforación queda descartado, si se realiza una selección apropiado de los aislantes desde el punto de vista mecánico, además de una inspección especial en el montaje. La amplitud mínima de la tensión que provoca un *salto exterior* en un aislamiento, variara en función de:

- La naturaleza de la tensión eléctrica aplicada (constante, alternativas, transitoria, etc.).
- Las condiciones atmosféricas y climáticas (temperatura, densidad del aire, estado de ionización del aire).
- El estado de la superficie del aislante (humedad, *polución*, etc.).

Para simular los diferentes tipos de tensiones eléctricas a las cuales son sometidos los aisladores en explotación, se han definido una serie de tensiones y ensayos por parte de la IEC, publicación 60, ANSI C 68-1-1968, UTE 41-100.

La contaminación es un fenómeno que ayuda al salto eléctrico superficial del aislador, ha sido clasificada en dos tipos:

- *Fuertes Contaminaciones*: Áreas industriales cerca de las costas y desiertos (áreas mixtas). Depositándose polvo de carbón, petróleo, cenizas, sal arenas, etc.
- *Ligeras Contaminaciones*: Áreas costeras, desérticas, agrícolas, Depositando nieblas, fertilizantes, excremento de aves, etc.

Para establecer la especificación de los aisladores, se suele utilizar el grado de aislamiento. El grado de aislamiento se define como la relación entre la longitud del camino de fuga de una aislador (o una cadena total), y la tensión de fase. Siendo la longitud de fuga, la distancia que se mide sobre la superficie del aislador, de menor camino para la corriente de fuga.

Tabla 5. Valores Típicos del Grado de Aislamiento

<i>Tipo de Contaminación</i>	<i>Límites</i>
<i>Fuertes</i>	4.42 a 5.36 cm/kV
<i>Ligera</i>	2.64 a 3.33 cm/kV

En el calculo eléctrico de un aislador priva la idea de seleccionar un aislador de elevada distancia de fuga, que tenga un grado de aislamiento adecuado, pero evitando que la longitud de la cadena de aisladores conlleve un decremento drástico de las distancias mínimas del conductor, porque se afecta el costo económico del proyecto de la línea de transmisión. El tratamiento del calculo eléctrico de los aisladores, se deja para estudios posteriores en *Técnicas de Alta tensión*.

1.4.11. Exigencias Mecánicas

Las tensiones mecánicas aplicadas a los aisladores, se deben esencialmente a los conductores. Estas tensiones varían continuamente, pues dependen de las características del viento, de la cantidad de depósito soportado por los cables (nieve, escarcha, hielo, etc.) y aun en los casos de ángulos y sobre todo de anclajes, de la tensión de los conductores, luego de su temperatura. En la selección de los aisladores por esfuerzos mecánicos, priva en esencia una serie de factores, como el peso del conductor, número de conductores por fase, peso de la cadena de aisladores, y hasta el peso de los herrajes, incluyendo los amortiguadores y separadores.

Una ecuación muy utilizada para el cálculo de la carga de un aislador es:

$$P_t = \#_{\text{Cond. Por fase}} \text{Vano } W_{\text{Conductor}} 1.02 \times 1.03 + W_{\text{Cadena}} + W_{\text{Herrajes}}$$

1.02 : 2% adicional del Vano.

1.03 : 3% Adicional por amortiguadores y separadores sobre el peso del conductor.

El coeficiente de seguridad mecánica del aislador es:

$$\text{Carga Ruptura} = T_r = 3P_t$$

Con la carga de ruptura se busca un aislador de características semejantes, o al menos inmediatamente superior, evidentemente que el cálculo de las características mecánicas son un estudio mayor, pero se deja para el curso de *Líneas de Transmisión II*.

Vano real: es la distancia entre dos soportes consecutivos en una línea de transmisión. En el diseño de una línea se toman convenientemente los vanos, si estos son muy grandes son menos estructuras por kilómetro, pero deben ser más robustas para soportar mayores esfuerzos mecánicos, resultando más costosas las torres. Por tanto, es necesario tantear con el vano que resulte más económico, se toma como criterio aplicable a la mayor cantidad de vano y los vanos especiales otro criterio. Un ejemplo de un vano especial resulta el cruce de las líneas de transmisión sobre el río Orinoco.

1.4.12. Aisladores Utilizados en Venezuela

En Venezuela las empresas eléctricas, son las encargadas de seleccionar a través de una serie de normativas estandarizadas para sus proyectos de transmisión, las especificaciones de cada uno de los elementos de las líneas incluyendo los aisladores. La empresa Venezolana CADAPE, mediante su Norma de Proyectos NL-P, de la Dirección de Desarrollo en proyectos de transmisión, en su aparte NL-E-III.5.2. y 5.3 establece que los aisladores deben ser de porcelana tipo sócate bola, cuyas medidas serán de 146 mm x 254 mm (53/4 pulgada x 10 pulgadas). La porcelana deberá cumplir con la norma ASA C29.2 *Wet Process Porcelain Insulators*. Los aisladores que utiliza CADAPE, son ensayados según el acuerdo establecido en la norma ASA C29.1 *Test Methods for Electrical Power Insulators*.

Por su parte la empresa estatal EDELCA, en sus líneas de transmisión de 765 kV, suele utilizar los aisladores del tipo A1 y C, para suspensión y amarre respectivamente, de la casa japonesa NGK, catálogo CA-380-EY y CA-590-NZ, cuyas distancias de fuga son de 170 y 195 mm.

En Venezuela a la fecha no existe fábrica alguna para los aisladores de líneas de transmisión, pero a nivel mundial destacan las siguientes industrias:

- NGK (Japón), Porcelana.
- SEDIVER (Francia), Vidrio y Sintético.
- LAPP (EE.UU), Porcelana y Sintético.
- SANTANA (Brasil), Porcelana

1.4.13. Polución

La polución al depositarse en los aisladores, puede disminuir sus cualidades eléctricas, hasta el punto de no poder soportar la tensión de servicio, sin frecuentes limpiezas o mantenimiento.

Desde hace mucho tiempo, los técnicos buscan métodos para disminuir la nocividad de esta polución, sea dando a los aisladores formas más apropiadas, sea aplicando en su superficie productos tales como grasas que absorben los depósitos, sea organizando campañas de limpieza bajo tensión, o sea aplicando en su superficie

un material semiconductor, para evitar la formación de esos pequeños arcos parciales que son uno de los procesos de las excitaciones. Todavía no ha sido encontrada una solución perfecta. Cuando los aislamientos acostumbrados no permiten una explotación satisfactoria de las líneas de transmisión, aisladores de formas más apropiadas bastan a veces para obtener el mejoramiento necesario; sin aumentar la longitud de las cadenas, luego el costo de las torres, o limitando razonablemente este aumento.

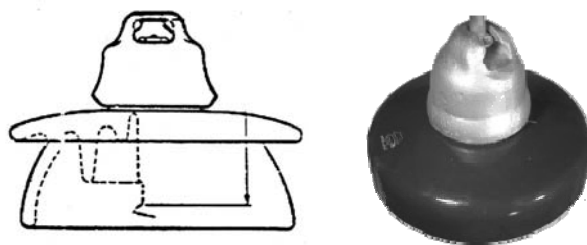


Figura 26. Aislador Smog-Type

La elección de la forma óptima requiere el conocimiento de la naturaleza de la polución, y de las condiciones atmosféricas y climáticas que conducirán los constituyentes a la superficie de los aisladores, pero que igualmente podrán limpiarla por lavado o sopladura. Así, la forma simple de las aletas de un aislador pueden facilitar su limpieza por el viento, mientras que ragueras excavadas en las aletas helicoidales del aislador son proyectadas para que la lluvia arrastre la polución que allí se deposite, regenerando parte de la pérdida de aislamiento. Los medios que se utilizan para luchar contra la polución, se eligen en cada caso, a fin de comparar sus costos con las pérdidas que evitan.

1.4.14. Perturbaciones en Alta Frecuencia (HF)

Corrientes parásitas cuya frecuencia se extiende en un amplio espectro de frecuencias, recorren los conductores. La mayoría de las veces son resultado de la ionización del aire, sometido a campos eléctricos elevados en la vecindad de los conductores y de los accesorios de la línea. Estas corrientes pueden perjudicar la claridad de la recepción de los mensajes, transmitidos en alta frecuencia por la línea, y de la de los emitidos por las estaciones de radio o de televisión captados en las cercanías. La amplitud de las corrientes perturbadoras causadas por los aislamientos, es habitualmente inferior a la de aquella generada por los cables. Como la nocividad de estas corrientes no es aditiva, la función de los aisladores resulta despreciable.

Sin embargo, ciertas imperfecciones afectan a los aisladores; contactos defectuosos entre las armaduras o los accesorios de las cadenas, pueden ser la causa de corrientes de alta frecuencia de amplitud nociva. Las ligaduras de anclaje de los cables en los aisladores rígidos pueden presentar los mismos inconvenientes, si se aplican imperfecciones en la garganta del dieléctrico. El estándar americano ANSI C 63-2-1963 y la publicación 1 de la CISPR, definen las características que deben poseer los aparatos de medición de perturbaciones. El estándar americano NEMA 107-1961 y la publicación IEC 1a proponen circuitos y métodos para medir las perturbaciones emitidas por los aisladores.

1.5 Soportes o Estructuras

La función de los soportes es mantener los conductores alejados entre sí y con el suelo, para evitar arcos entre conductores o problemas debajo y al lado de los mismos. La naturaleza de los soportes es muy variada, en los sistemas de transmisión suelen ser metálicos, concreto o madera, y su selección depende de un análisis económico. La materia prima de las estructuras ha sido siempre una respuesta a las facilidades de los recursos naturales lo cual ha desarrollado técnicas muy particulares en cada país. Venezuela en su etapa de iniciarse en estas nuevas técnicas ha tenido la oportunidad de ensayar experiencias de diferentes países y buscar costos menores. Los soportes deben ser resistentes a los agentes externos, tales como vientos, nieve, lluvia, etc., y además deben de brindar una facilidad de instalación.

En el diseño de una línea de transmisión deben considerarse no apartar más de lo necesario los conductores de los soportes, ya que la línea más económica resulta de un buen diseño de estas distancias.

Los soportes son estructuras destinadas para mantener en las líneas de transmisión aéreas, los conductores separados entre si y de tierra. Los soportes pueden ser básicamente de dos tipos:

- Postes.

- Torres.

La escogencia del tipo de soporte a utilizar en el diseño de una línea de transmisión y una configuración específica dependen de una multitud de factores relacionados entre los que se pueden mencionar:

- Factores económicos.
- Derecho de paso del recorrido de la línea, esto se refiere a los derechos de propiedad del terreno por donde pasa la línea de transmisión.
- Políticas y prácticas de la Compañía Eléctrica.
- Materiales a utilizar.
- Facilidad de acceso y montajes, topografía.
- Condiciones climáticas.
- Estéticas.
- Etc.

1.5.1. Postes

Se designan con este nombre los soportes de poca altura, de cuerpo vertical único; tales como los postes de madera y hormigón, y algunas veces también a los postes metálicos de gruesos perfiles no ensamblados, destinados a las líneas de media tensión.

Los postes metálicos se usan en redes y líneas de sub-transmisión, principalmente porque su fabricación está ubicada económicamente con limitaciones de altura. Un poste que excede de 45 pies ya resulta muy pesado además de elástico. Además estos postes no son auto-soportantes, o sea que siempre van a requerir el complemento de cientos. Eventualmente se usan estructuras las cuales permiten mayores esfuerzos, pero las mismas complicaciones los hace poco competitivos con otras soluciones que permiten vanos mayores; por otra parte es importante el hecho de que al no ser galvanizados sino pintados su mantenimiento es costoso, y deben ser pintados con frecuencia, esto oscila entre 6 meses y dos años, siendo la parte más afectada la sección de empotramiento y la zona de un metro arriba y debajo de la misma, por lo cual se ha adoptado por recubrir dicha parte con una chaqueta de hierro que va soldada al poste. También en este caso hay un exceso de material, porque la sección que se dan muchas veces son originales para evitar aplastamiento y no por los requerimientos del momento flector. El hecho de requerir vientos somete a los postes de hierro a compresiones que no siempre son verticales causando alabeamientos o curvaturas.

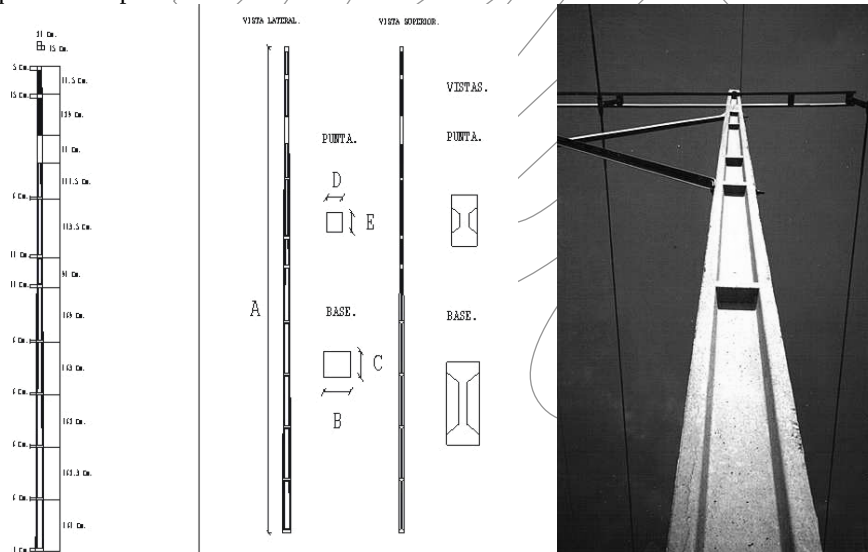


Figura 27. Poste Simple de Hormigón

Los postes de madera resultan de aplicación prácticamente nula, por su difícil consecución; estos postes resultan además poco uniformes y son relativamente pesados. A falta de preservación previa pueden deteriorarse muy rápidamente siendo la sección a ras de tierra la más afectada. Esto en lo que respecta a Venezuela. En países nórdicos tiene gran utilización, inclusive no solamente como postes solos sino como estructuras o torres.

La madera como tal tiene el inconveniente de que el grado de humedad le puede afectar su resistencia y por supuesto el proceso de producción requiere de grandes cuidados y técnicas avanzadas que van desde la época apropiada para hacer el corte hasta los procesos de secado e impregnación antes de salir al mercado. En los países nórdicos los postes de madera son muy utilizados ya que en ellos se producen grandes cantidades de coníferas, que por las características de esta madera de combinar esbeltez con alineamiento y además la disposición de los vasos prácticamente rectos, que permite el tratado de los mismos con materias que los ayudan a ser preservados de los agentes que más los atacan, humedad y animales. Las maderas tropicales por su parte, son aptas para producir postes porque sus vasos son sinuosos y es difícil lograr un árbol recto y largo como para sacar del un poste razonablemente económico.

El concreto ha tenido gran auge en el mundo especialmente en Italia y Alemania como material para los postes, en especial el *poste de concreto centrifugado*, y en otros como España y Francia el de *concreto vibrado*. Ha habido ensayos con postes de concreto pretensado y postensado, pero los resultados parece que no han sido competitivos económicamente. En líneas generales la utilización de los postes de concreto está limitada a terrenos planos de fácil acceso pues son relativamente frágiles y pesados. También son muy flexibles. Son muy convenientes en las cercanías del mar porque hasta preservarlos exteriormente con su tapaporos para que el salitre no los penetre y así no deteriore el acero, con lo cual no requieren de mantenimiento. Desde el punto de vista constructivos, pueden hacerse de diferentes longitudes, aumentándose un molde más en la base. Por lo general son estructuras siempre autosoportantes.

El poste de concreto centrifugado es tronco cónico hueco en su interior, y la pared la forman una armazón de cabillas longitudinales sostenidas en esa posición por anillos intermedios. Para soportar los esfuerzos de torsión es una técnica colocar dos alambres o cabillas helicoidalmente a todo lo largo del poste. En cada caso, la armazón se coloca dentro de un molde al cual se le vacía la cantidad de concreto requerida y de inmediato se somete a rotación, a una velocidad y durante un tiempo determinado; para que la cabilla colocada verticalmente se mantenga siempre a una distancia del borde se le colocan separadores de concreto antes de su vaciado.

Una vez que el poste ya se ha centrifugado se pasa a una curación a fin de lograr del concreto una debida resistencia, que por lo general es del orden de los 400Kg/cm^2 . El poste centrifugado resulta además de pesado un poco desperdiciado al material porque los esfuerzos en las líneas son diferentes transversal o longitudinalmente, y como el calculo debe satisfacerse en su mayor requerimiento, en un sentido quedan desaprovechados. A pesar que puede hacerse postes de bastante altura, sobre los 20 metros, y de lograr esfuerzos grandes, más de una tonelada por conductor, y de que para los esfuerzos que se requieren en los amarres y en los ángulos se hacen estructuras que por lo general llevan dos postes pero pueden aumentarse, no se pueden indefinidamente aumentar su tamaño ni los esfuerzos que se les impone: si constructivamente ello es posible, en la práctica eso se traduce en que cada unidad tiene un peso demasiado grande y se crean problemas de transporte al sitio, erección y fijación de una magnitud tal como se entra al campo de los requerimientos de recursos muy costosos siendo preferible buscar otras soluciones.

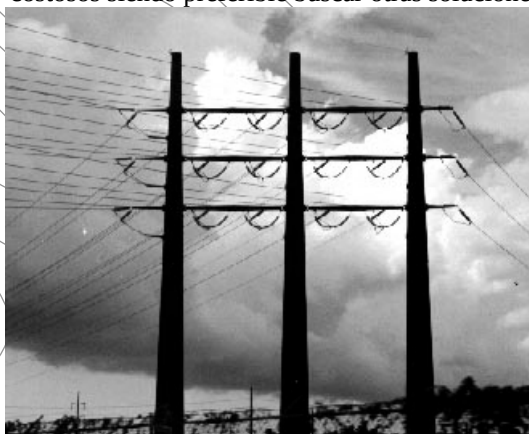


Figura 28. Ejemplo de Postes de Concreto Centrifugado. EE.UU.

Los postes vibrados, también utilizan moldes y el sistema varía en que no hay rotación de las piezas sino que se elaboran como una viga cualquiera de concreto. También se debe hacer primero una armazón de hierro, pero dado que su sección es rectangular, la utilización desde el punto de vista de flexión permite con menos material lograr momentos resistentes elevados. Sin embargo, esto implica que el poste solo puede

colocarse en una sola dirección en la línea. Su sección impide que se pueda colocar un alambre helicoidalmente y los esfuerzos de torsión que soporta pueden ser apreciables como una pieza, pero nunca se pueden calcular y menos garantizar.



Figura 29. Poste de Concreto Octogonal

Las limitaciones son similares a los postes de concreto centrifugado, o sea que a partir de los 15 metros las ventajas que tiene vienen a tener como contrapartida el gran peso y su fragilidad. La sección rectangular los hace fáciles de transportar y la colocación de elementos es más fácil también especialmente para combinarlos con las crucetas tradicionales de madera o de hierro y fijación mediante tornillo pasante solamente, para los cuales al poste se le provee en su parte superior una serie de huecos que no le afectan su resistencia.

A fin de hacerlo más liviano, no se ha rellenado completamente la sección y el aspecto es el de una escalera, salvo que no es transparente sino que entre armadura hay una capa de concreto menor. Esto a la vez que disminuye el peso tiene el inconveniente de que permite el escalamiento fácil por parte de personas ajenas a las líneas. Este inconveniente se obvió rellenando los espacios vacíos con un concreto pobre una vez de instalados. En Venezuela hasta la fecha el poste se ha empleado más favorablemente en redes y en líneas de sub-transmisión, aunque hay líneas en 115 kV y 30 kV donde se han utilizado.

En Venezuela los postes metálicos son muy frecuentemente utilizados, para los sistemas de distribución, siendo ocasionalmente utilizados los de hormigón, en ambientes marinos o de muy alta polución. Los postes son escasamente utilizados en líneas de transmisión, siendo contrariamente preferidos para líneas de subtransmisión (24 y 34.5 kV). En el país hay varias fábricas de postes que suplen la demanda nacional, utilizada el metal nacional y su presentación es pintado con pintura anticorrosiva exterior.

1.5.2. Torres

Con el nombre de torres, se denominan a los soportes metálicos de elementos ensamblados, destinados a la mayoría de las líneas de transmisión de energía en alta tensión. Quizá el más difundido de los materiales usados para líneas de transmisión es el acero especialmente en forma de perfiles o ángulos. Existen en países industrializados empresas destinadas exclusivamente a producir una gama muy amplia de perfiles inclusive a producir con resistencias mayores de las normales, con lo cual se logra bajar el peso final de las estructuras. Esto unido a un mercado mundial pone en situación ventajosa a dichas fábricas en los que a costos refiere. En Venezuela se importaron torres, hasta hace pocos años, y se inició la construcción de ellas en el país utilizando perfiles nacionales, aunque en los primeros pasos era necesario la importación de materia prima por la poca diversidad de productos de la siderúrgica nacional; esto es un aspecto bastante importante aun hoy en día; y que incide en los costos; porque si bien es cierto que la gama de perfiles es amplia, no puede lograrse que ella sea tan fina como para ajustarse exactamente a los requerimientos de cálculos y deben colocarse perfiles más pesados donde los requerimientos mecánicos permitirían menores secciones de acero. El resultado es una estructura más pesada.



Figura 30. Torre de 400 kV, de la empresa EDELCA

El acero debe galvanizarse para evitar su deterioro, y este es un proceso que se lleva a cabo en baños en caliente. La capa de zinc que se adhiere íntimamente al acero, lo protege casi indefinidamente. Los diferentes miembros se unen con tornillos también galvanizados, y en los puntos de concurrencia de varios perfiles se utilizan piezas planas o que forman ángulos llamadas cartelas. Los perfiles van perforados al baño galvanizado, para que su protección sea total, y debe evitarse cortes o limaduras a los perfiles terminados pues eso introduce puntos débiles en la estructura.

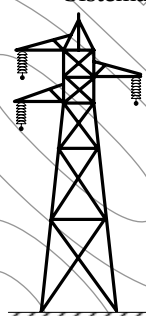
1.5.3. Clasificación de los Soportes

Los soportes pueden ser clasificados según:

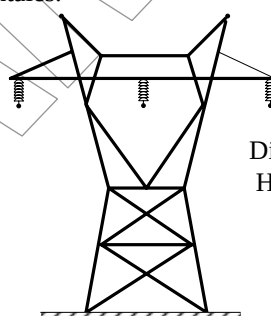
- o Su habilitación.
- o El tipo de fundación utilizada.
- o Su amplitud para resistir los esfuerzo longitudinales.

En los soportes según la habilitación utilizada se distinguen dos grandes clases:

- Sistema de fases Escalonadas.
- Sistema de fases Horizontales.



Disposicion
en Triangulo
Equilatero



Disposicion
Horizontal

Figura 31. Tipos de Torres

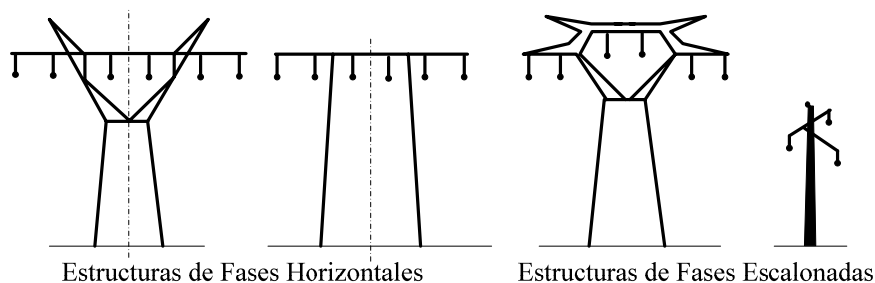


Figura 32. Tipos de Torres

1.5.4. Sistema de Fases Escalonadas

En este tipo de torres los conductores se disponen a niveles de altura diferentes. Distinguiéndose las torres de triángulo, de bandera, de doble bandera y de doble triángulo; siendo estas las torres de mayor uso.

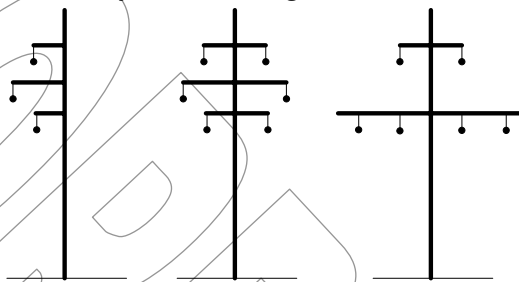


Figura 33. Torres de Fases Escalonadas

El sistema de fases escalonadas comprende esencialmente las torres de cuerpo único vertical, que permiten la utilización de un solo cable de guarda, dispuesto en la parte superior de la estructura. El cable de guarda cuando existe, permite una buena protección de las fases de la torre contra descargas atmosféricas (rayos).

Este tipo de soportes presenta la ventaja de facilitar el empleo de estructuras isostáticas, o asimiladas (torres de celosía simples o múltiples) permitiendo obtener generalmente cargas iguales, es el tipo de estructura más económica. Este tipo de torre posee el inconveniente, que al ser utilizadas en grandes tramos, se deben ejecutar estructuras de gran altura, más sensibles a las descargas atmosféricas (rayos) que aquellas con conductores dispuestos de manera horizontal, necesariamente mucho menos elevados; además la estrechez de la estructura en la parte superior no proporciona buena resistencia mecánica a las solicitaciones de torsión. La segunda clase de soportes es aquella en que los conductores se disponen a un mismo nivel de altura, o en niveles poco diferentes. Entre este tipo de soporte se incluyen: las torres o pórticos de capa horizontal, postes con habilitación de capa abovedada y torres de tipo gato. Estas torres de cuerpo único, están provistas de una viga, en la parte superior, que reposa directamente o por intermedio de patines en los extremos de una horquilla; las dos ramas de esta horquilla están ensambladas en su base, en el cuerpo al mismo nivel, formando lo que se conoce como corsé. Este tipo de torre se dice que es un sistema hiperestático.

1.5.5. Sistema de Fases Horizontales

La disposición de las fases en capa horizontal, implica la utilización de dos cables de guarda, los cuales se disponen a ambos lados del eje de la viga, y generalmente desviados hacia las fases exteriores.

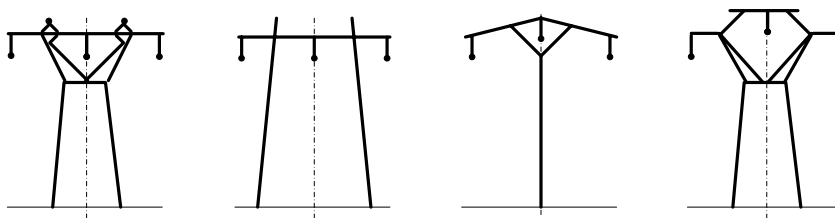


Figura 34. Torres de Fases Horizontales

Este tipo de soporte conduce a estructura de menor altura, que la disposición de las fases en varios niveles, reduciendo el riesgo de excitación por descarga atmosférica (rayo).

El riesgo de acercamiento de las fases por efecto del viento son menores en la disposición horizontal.

Por la forma de diseño, las estructuras de este modo, deben resistir una fuerte concentración de esfuerzos horizontales al nivel de la viga. La construcción, fabricación y levantamiento de las *torres de capa horizontal* es menos fácil que las de las torres de fases escalonadas y requiere la utilización de mano de obra más especializada., peso a estos inconvenientes, este tipo de estructura se prefiere frecuentemente para las líneas de 225 y 400 KV, con la posibilidad de cambiar de habilitación en la proximidad de los centros urbanos.

En Venezuela la utilización de torres de capa horizontal es ampliamente difundida, casi con exclusividad por las líneas de transmisión aéreas de 400 y 765 kV. En el caso particular de la línea de transmisión de 765 KV en el recorrido entre Gurí y Malena, con una distancia de 153 e instalada en el año de 1985, posee 325 torres en disposición en capa horizontal, con una altura promedio de 44.9 m y una separación entre grupos de conductores de fase de 15 m, durante el recorrido de la línea se hacen necesarios cruces muy especiales en que las dimensiones de las torres varía.

1.5.6. Clasificación de los Soportes según el Tipo de Fundación Utilizado

La fundación, es la estructura de obra civil, encargado se realizar el sustento en el suelo del soporte, de acuerdo a el tipo de ellas utilizadas los soportes pueden ser clasificados en:

- *Soporte de fundación simple o única (fundación monópoda)*: Son fundaciones especialmente utilizados para postes pequeños, por lo general de hormigón.

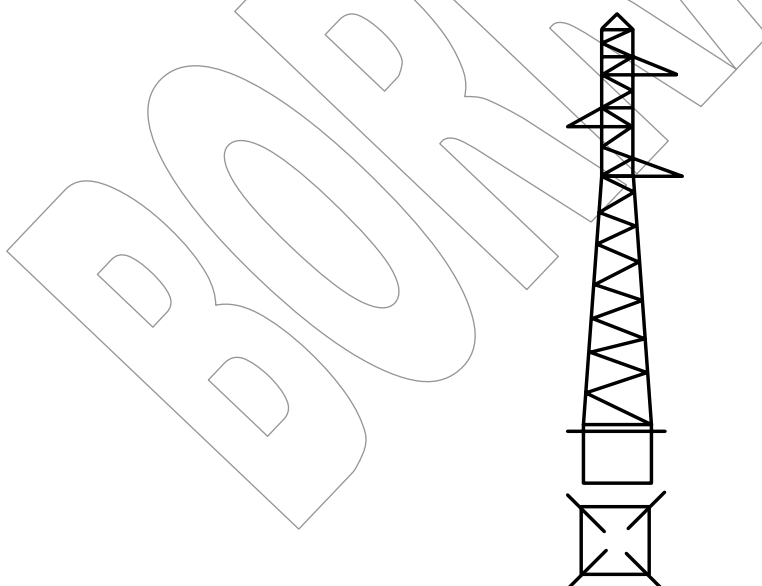


Figura 35. Torre de Fundación Simple

- *Soporte de fundación doble (fundación bípoda)*: Es una transición de las fundaciones tetrápoda, se orienta a grandes estructuras con mayores dimensiones.

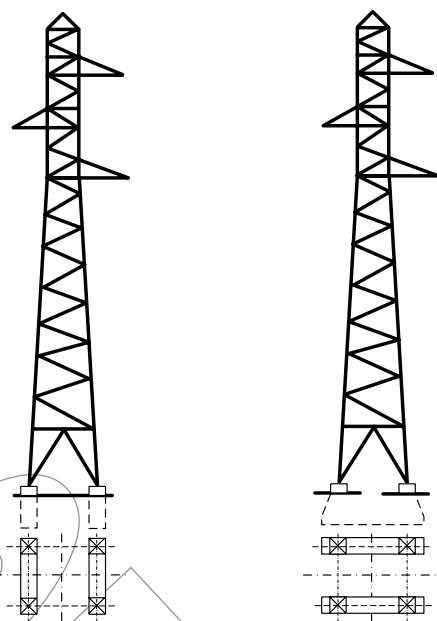


Figura 36. Torre de Fundación Bipodas

- *Soporte de fundaciones separadas o independientes (fundación tetrapoda):* Es el tipo más adelantado, esta fundación solo experimenta esfuerzo de compresión y arrancamiento, siendo secundario los de volteo, son especialmente utilizadas en grandes torres, pero plantea problemas delicados en terrenos de calidad dudosa (terraplaneados recientes, arcillosos plásticos, etc.), pero son muy fuertes por el contrario en soportes con pilotes.

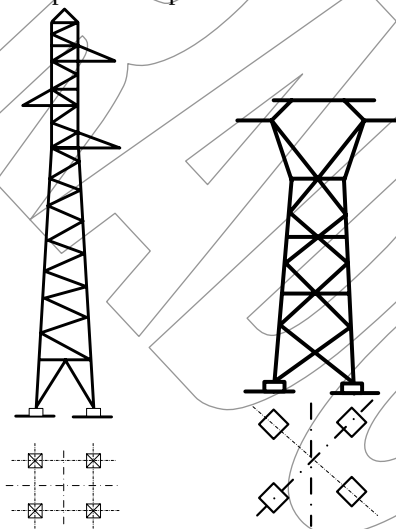


Figura 37. Torre de Fundación Independiente

1.6 Clasificación de las Torres según su Resistencia a los Esfuerzos Longitudinales

Esta clasificación comprende tres tipos principales de estructuras:

- *Torres Semirígidas:* Poseen pocos o nulos esfuerzos longitudinales, por economía poseen torres de sección rectangular sin justificación técnica precisa.

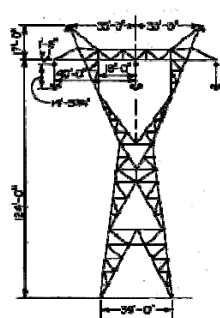


Figura 38. Torre autosoportante de 500 kV. Tennesse Valley Authority

- *Torres Rígidas:* La rigidez de la estructura debe responder a condiciones precisas, deben ser diseñadas para satisfacer hipótesis determinadas, de esfuerzos longitudinales y transversales, y otras tensiones simultáneas.

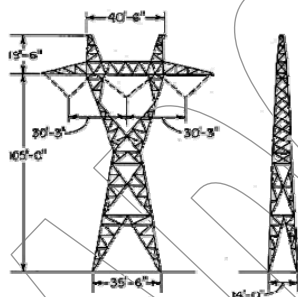


Figura 39. Torre Semiflexible de Acero, 500 kV. Arkansas Power and Light Company

- *Torres Flexibles:* Es una estructura con un campo de deformaciones elásticas mayor a las anteriores en las estructuras metálicas. En este tipo la estabilidad del conjunto está ligada estrechamente a la conservación de las formas geométricas elementales de cada una de las partes de la estructura. Son especialmente en terrenos de poca variación en su declive y en vanos relativamente cortos.

1.7 Fabricante de Torres de Transmisión en Venezuela

En Venezuela existen varias compañías dedicadas a la fabricación de elementos para la construcción de torres de transmisión, entre ellos se encuentran:

- Aceros Galvanizados P&M (Maracay, Edo. Aragua)
- ABB SVECA SADE (Santa Teresa del Tuy, Edo. Miranda)
- HELESA (Barquisimeto, Edo. Miranda)
- SOMANI (Santa Teresa del Tuy, Edo. Miranda)

En la mayoría de las empresas se utiliza el acero al Carbón del tipo ASTM A36, A572, utilizando en ocasiones el proceso de galvanización en caliente.

Venezuela como un país rico en minerales, produce para la exportación torres de transmisión a nivel internacional como TEYMA (Uruguay), AEG (Paraguay), COMELSA (Perú), TECHINT (México), ICE (Costa Rica), ENDESA (Chile), etc.

Cabe señalar que en Brasil se someten a pruebas de tensión y torsión para conocer y garantizar la resistencia mecánica de las torres, dichas pruebas incluyen el someterlas a tensiones eléctricas simuladas para así asegurar la resistencia a descargas eléctricas por altas tensiones.

1.8 Configuraciones Típicas en Torres de Transmisión en EHV (Extra Alta Tensión) 242-1600 kV

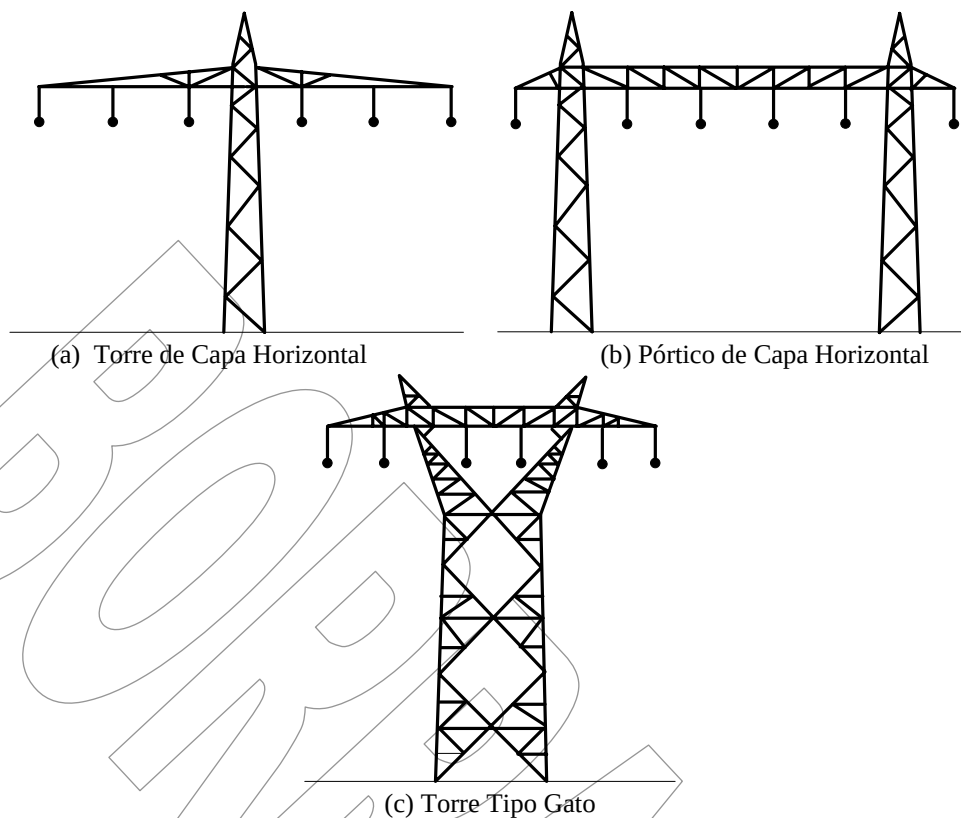


Figura 40. Torres tipo Capa Horizontal, y Tipo gato

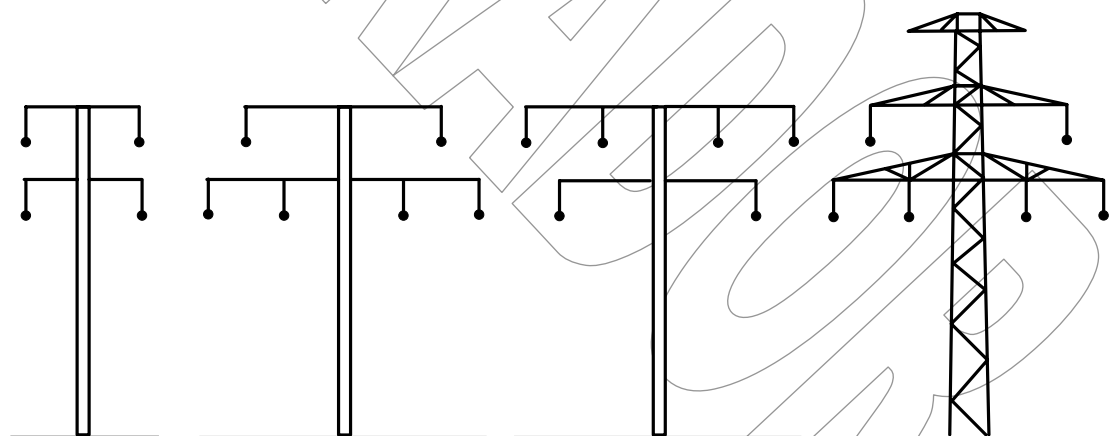


Figura 41. Torres de Fases Escalonadas

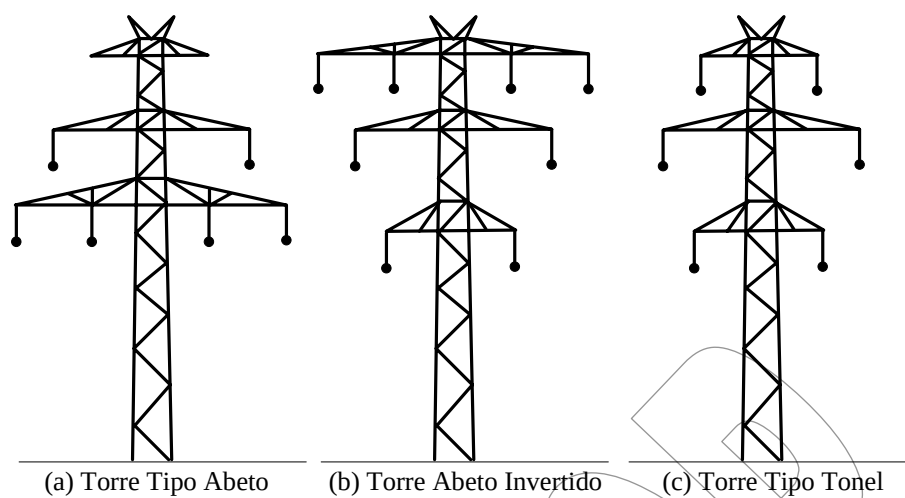


Figura 42. Torres de Fases Escalonadas

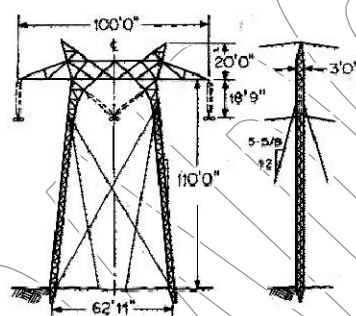


Figura 43. Torre de Acero de 500 kV usada en zonas montañosas por *Pacific Gas and Electric Company*

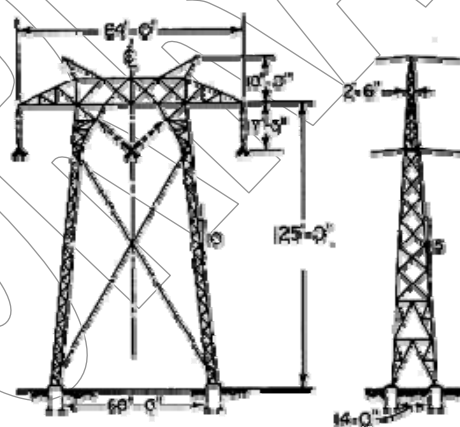


Figura 44. Torre de acero para Valles usada por *Pacific Gas and Electric Company*

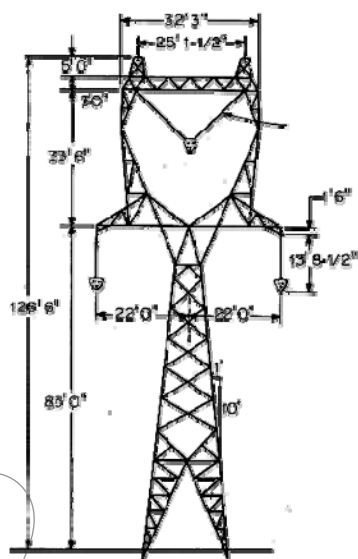


Figura 45. Torre de Suspensión de 500 kV. *Bonneville Power Administration*

1.9 Herrajes en Línea de Transmisión Aéreas

Los Herrajes son estructuras metálicas que acompañan la estructura de soporte de las líneas de transmisión aéreas, y que poseen muy variadas funciones. Una de las clasificaciones más común empleada es aquella que los incluye en dos grandes grupos:

- Herrajes que forman arreglos o conjuntos
- Herrajes independientes

Algunos autores, realizan otras clasificaciones pero no es incumbencia de este trabajo realizar un fiel y completo análisis de los sistemas de herrajes, esto se deja para otros cursos.

1.10 Herrajes que Forman Arreglos o Conjuntos

Los herrajes que forman arreglos son conjuntos de piezas metálicas que se agrupan para llevar a cabo una función muy particular. La selección de cada uno de los herrajes que conforman el arreglo no puede ser realizada sin tomar en cuenta el conjunto y los elementos a los cuales acopla. Los herrajes en arreglos pueden ser:

- Herrajes de Fijación de cadena de aisladores a torre.
- Herrajes para unir entre sí los extremos de la cadena de aisladores y los conductores.
- Herrajes para proteger los aisladores.
- Mordazas de amarre y suspensión
- Herrajes para el cable de guarda.

1.10.1. Herrajes para la fijación de aisladores a las torres

Para llevar a cabo la fijación de las cadenas de aisladores a las torres, existen básicamente dos alternativas, los grilletes y las articulaciones de fijación tipo bisagra (*hinge*).

En las líneas de transmisión aéreas de la empresa CADAFE de 115 y 230 KV se suelen emplear grilletes, mientras que en las líneas de 400 KV, en las cadenas de suspensión se prefiere las articulaciones de fijación tipo bisagra (*hinge*). La razón de ésta preferencia radica en que el área de contacto eléctrico del elemento de fijación (*hinge*) con la torre en las líneas de 400 kV es mayor y esto proporciona mayor seguridad. Es importante, señalar que el uso de uno u otro elemento de fijación condicionan el diseño del elemento de la torre (*ménsula*) donde se fija la cadena.

1.10.1.1. Grillete

El grillete es un herraje que tiene como función fijar mecánicamente la cadena de aisladores a la ménsula de la torre de transmisión. El grillete consta de dos (02) partes: el cuerpo, formado por una barrera de acero cilíndrica doblada en forma de “U” con dos agujeros en sus extremos, en donde se introduce un pasador que lo sujeta a la torre. El pasador puede trancarse con distintos grados de seguridad de tres maneras: con cupilla, con tornillo y tuerca y con cupilla, tornillo y tuerca al mismo tiempo.

La empresa venezolana CADAPE, en la práctica suele emplear el tercer sistema, que brinda la máxima seguridad en la fijación del grillete.

Se suele en ocasiones distinguir los grilletes de amarre y grilletes de suspensión, dependiendo del tipo de cadena de aisladores que se trate. En condiciones normales las tensiones mecánicas a las que están sometidos las cadenas de suspensión son inferiores a las tensiones que están sometidos las cadenas de amarre. Sin embargo, las cadenas de suspensión deben diseñarse previendo el caso de ruptura del conductor. En esta situación, las cadenas de suspensión, quedan sometidos a esfuerzos similares a los de las cadenas de amarre. De allí que se emplee el mismo tipo de grillete para los dos tipos de cadena.

El grillete debe estar construido para resistir una tensión de ruptura mínima igual o superior a la tensión de ruptura de la cadena de aisladores y de los conductores. Para algunos casos de cadenas de aisladores, donde se requiere rotar el plano de sujeción 90° , se han desarrollado y se ofrece el grillete riverado.

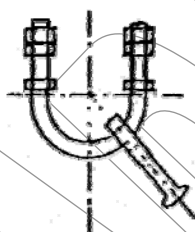


Figura 46. Grillete

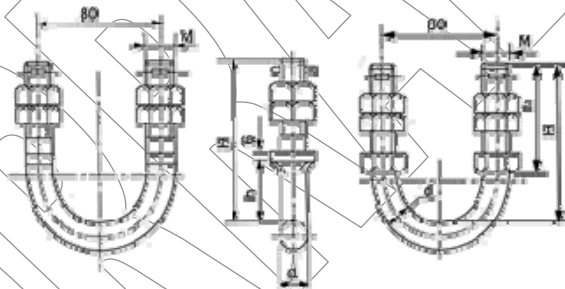


Figura 10. U bolts

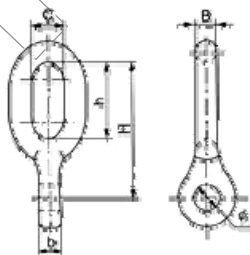


Figura 11. Conexión de Ojo

1.10.2. Articulación de Fijación Tipo Bisagra (Hinge)

Con el fin de fijar la cadena de aisladores a la torre, se emplea este tipo de bisagra, formado por una pieza o lámina única doblada, la cual abraza a un pasador que se fija a la ménsula de la torre. La principal diferencia

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

de la bisagra con el grillete radica en que el área de contacto eléctrico es mucho mayor, lo cual lo hace recomendable particularmente para muy altas tensiones eléctricas de operación.

Al igual que el grillete, la articulación de fijación debe estar construida con una tensión mecánica de ruptura igual a la cadena de aisladores y superior a la de los conductores.

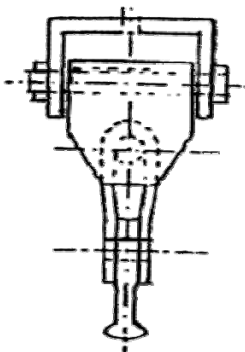


Figura 12. Bisagra Tipo Bola

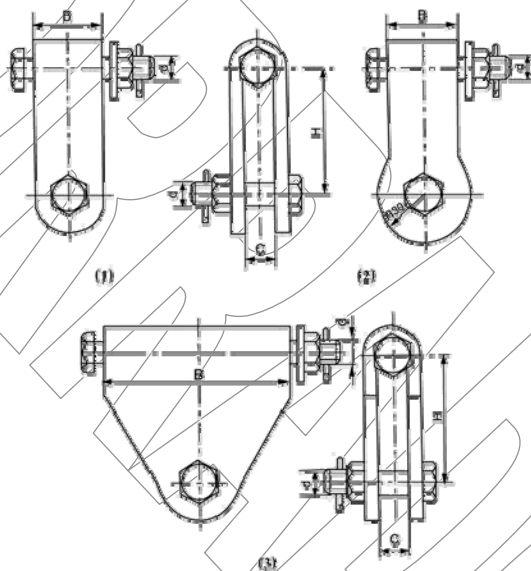


Figura 47. Bisagra Tipo Clevis

1.10.3. Herrajes para Unir entre sí los elementos de la cadena de aisladores y los conductores

Además de los elementos que se utilizan para fijar directamente la cadena de aisladores a la torre, en las cadenas de aisladores se emplea una serie de herrajes que permiten unir entre sí mecánicamente los diversos elementos que conforman la cadena.

En estos herrajes del ensamble de las cadenas de aisladores y los conductores se incluyen:

- Ojo bola y anilla bola.
- Yugos.
- Rótula ojo, Rótula anilla y Rótula Horquilla.
- Horquilla ojo y Horquilla Bola.
- Doble ojo, Doble ojo Revirado, Ojo Anilla Revirado.
- Eslabón o Anilla.
- Tensores.
- Extensores:
 - o Horquilla Ojo (Cortas, Largas y Reviradas).
 - o Anilla Ojo (Cortas, Largas y Reviradas).
 - o Doble ojo o Doble Anilla (Cortas, Largas y Reviradas).

1.10.4. Ojo Bola y Anilla Bola

El ojo bola y anilla bola están constituidos, como su nombre lo indica, por un ojo o una anilla unida a una bola, lo cual se inserta en la cavidad del aislador. La diferencia entre ambos radica en que en un caso se emplean un ojo (aro) y en el otro caso un anillo elíptico. El ojo bola, por permitir solo uso de un pasador permite un ajuste más completo. La anilla bola permite el paso de cualquier pieza y por ello el ajuste es mucho más holgado. El anillo bola se emplea en las cadenas simples para articular el grillete con los aisladores. El ojo bola se emplea en las cadenas de aisladores, para articular el yugo con los aisladores. Estos herrajes se fabrican en acero forjado y galvanizado. Las dimensiones básicas están normalizadas a nivel internacional por la IEC en correspondencia con los aisladores (rótula y bola) de acuerdo con la publicación 120.

Ambos elementos cumplen, en el caso de las cadenas simples de aisladores, la misma función, unir mecánicamente el primer aislador de la cadena al herraje que fija toda la cadena a la torre, y de unir el primer aislador al yugo triangular en las cadenas dobles.

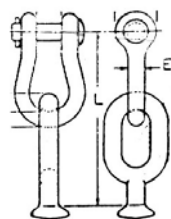


Figura 48. Ojo Bola con Grillete

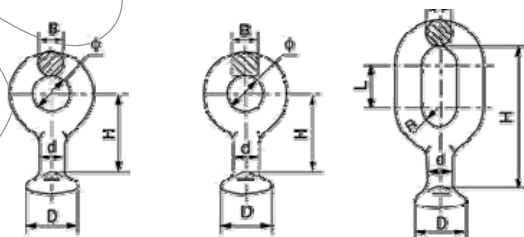


Figura 13. Ojo Bola

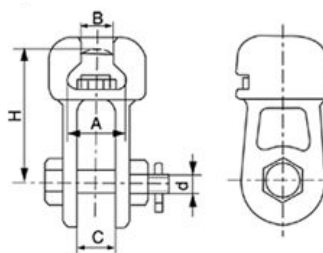


Figura 14. Bola Socket

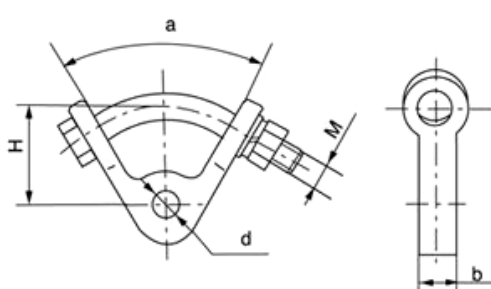


Figura 15. Ojo Tipo Clevis

1.10.5. Yugo

En las cadenas de aisladores dobles de amarre y de suspensión, para uno o dos conductores por fase o en las cadenas simples con dos conductores por fase, el yugo tiene como función proporcionar un elemento de fijación común a las cadenas de aisladores y para el o los conductores de cada fase.

El yugo puede tener muchas formas (triangular, trapezoide o recto), para líneas con 1,2 o más conductores por fase, y están contruidos en acero forjado o galvanizado. El yugo puede ser constituido de varias maneras:

1. Yugo formado por láminas en forma triangular, trapezoidal o recta, colocadas paralelamente, una sobre la otra, separadas entre sí por medio de un juego de pernos fijos, que aseguran la unidad y rigidez de la estructura (yugo tipo hembra). Este yugo además tiene varios pernos móviles o pasadores a los que se sujetan los herrajes que deben unirse a esta estructura.
2. Una segunda modalidad es construirlo en una pieza única en forma triangular, trapezoidal o rectangular, que presenta agujeros donde se articulan los demás herrajes (yugo tipo macho)
3. Otra modalidad menos frecuente a las anteriores es la de una lámina en forma de cuadrado o rectángulo, que se dobla en forma de "U", tomando lugar a una estructura donde se pueden fijar los herrajes, a través de agujeros, por medio de pasadores o grilletes u horquillas (yugo tipo hembra).

La modalidad de construcción tiene gran importancia desde el punto de vista que esto determina el tipo de herrajes que se pueden y no articular el yugo. En el caso de los yugos tipo hembra, los herrajes adecuados a articularse son los que presentan ojos o anillos. En el de los yugos tipo macho, los herrajes son del tipo horquilla. Al igual que los otros herrajes que forman la parte de la cadena de aisladores, los fabricantes dimensionan las diferentes variedades de yugo asociados con las normas IEC.

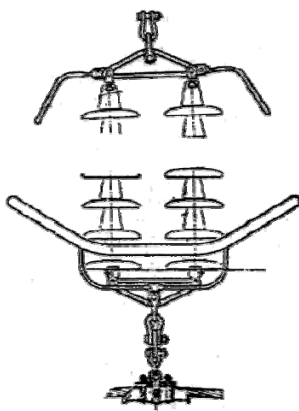


Figura 50. Yugo Cilíndrico

1.10.6. Rótula Ojo, Rótula Anillo y Rótula Horquilla

Son herrajes que permiten acoplar el último aislador de la cadena con el yugo o con la mordaza de amarre o suspensión. En el caso particular de la empresa venezolana CADAPE, el último aislador de la cadena terminan en bola.

Estos herrajes están constituidos por una rótula o cavidad y un ojo, una anilla o una horquilla, dependiendo del caso, que se articula con el herraje que se une la cadena de aisladores con la mordaza. Estos elementos deben construirse, dependiendo del tipo de cadena y de los conductores, de tal manera que la tensión de ruptura del conjunto (ya sean cadenas simples o dobles) sea superior a la tensión de ruptura del conductor.

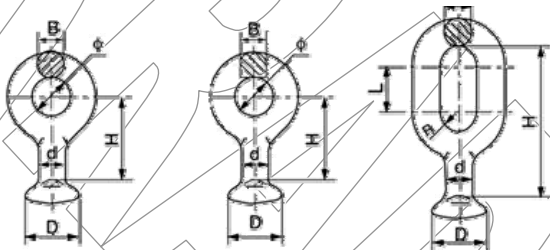


Figura 17. Ejemplo de Rotula Ojo

1.10.7. Horquilla Ojo, Horquilla Bola y Horquilla Anillo

Este tipo de herraje constituye una posibilidad para enlazar entre sí los yugos tipo macho con los herrajes de la cadena que sustentan o amarran a los conductores con los aisladores. Estos herrajes por un extremo presentan una horquilla y por el otro lado un ojo, que se puede articular a otros herrajes. Se suelen construir de hierro forjado y galvanizado.

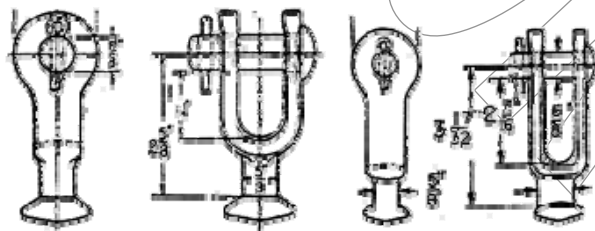


Figura 51. Horquilla Bola

1.10.8. Doble Ojo, Doble Ojo Revirado, Ojo Anillo y Ojo Anillo Revirado

Estos herrajes poseen la función de unir el grillete con el yugo triangular superior de la cadena de aisladores y el yugo inferior con la mordaza, en las líneas de dos conductores por fase. El Doble Ojo es una pieza única con dos ojos circulares de igual diámetro. El Ojo Anillo está constituido por un ojo y un anillo. Esta última se enlaza al grillete. El circular, de menor diámetro, se fija al yugo triangular por medio de un pasador que forma parte del yugo. El Doble Ojo Revirado y el Ojo Anillo Revirado presenta cada ojo (o anillo), en planos perpendiculares (girados 90°), y constituye una manera de articular entre sí elementos de la cadena cuando estos están en planos distintos.

1.10.9. Eslabón o anillo

El eslabón cumple la misma función del doble ojo, sin embargo, su constitución es diferente a este. El eslabón está formado por una pieza única de forjada forma ovalada, que permite articular el grillete de sujeción a la torre con el yugo. Los eslabones se fabrican en acero forjado y galvanizado en caliente.

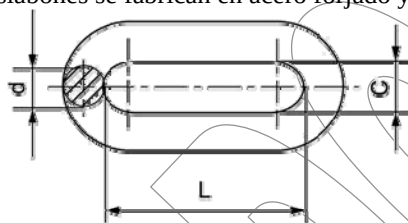


Figura 18. Eslabón o Anillo

1.10.10. Tensores o Riostra

Con la moderna tendencia de utilizar varios conductores por fase han surgido los separadores como una necesidad de atender los requerimientos de mantener los conductores a la distancia prevista.

El tensor o riostra es un herraje que se emplea en líneas de transmisión con más de un conductor por fase, con el fin de lograr un ajuste óptimo entre los conductores que conforman la fase, de tal manera que mantengan la geometría de los conductores a lo largo del vano. Los hay que son una barra rematada en dos conectores en cantidades y disposición conforme a los conductores que han de sujetar.

Las formas adoptadas son las siguientes:

- *Grupo de dos conductores:* se adopta la disposición en capa; los conductores elementales son suspendidos al mismo nivel y tendidos con la misma flecha, son mantenidos a una distancia constante, por piezas elementales de conexión horizontal denominadas riostras. Este método de conductores paralelos se utiliza pocos por los inconvenientes que traen.
- *Grupo de tres conductores:* se adopta la disposición en triángulo equilátero, pasando el eje vertical del grupo por el conductor superior.
- *Grupo de cuatro conductores:* se adopta la disposición en cuadrado (dos grupos de dos conductores superpuestos).
- *Grupo de seis conductores:* se adopta la disposición en hexágono.
- *Grupo de ocho conductores:* se adopta la disposición de octágono.

Para las tensiones de hasta 400 kV se elige en general grupos de dos, tres y excepcionalmente cuatro conductores. Para tensiones de 750 kV o más se adoptará preferentemente grupo de seis, ocho o más conductores. En Francia, el grupo de dos conductores tiene una separación de 40 cm es el único utilizado corrientemente en líneas de 400 y 225 kV. En Venezuela las líneas de transmisión de 765 kV de la empresa EDELCA, poseen riostras de cuatro conductores en forma de cuadrado de 45 cm por lado, y la empresa CADEFE, utiliza riostras dobles en sus sistemas de 230 y 400 kV. Las riostras, por lo general, se construye en acero forjado y galvanizado en caliente y sus dimensiones están determinados por los herrajes a él acoplados y el rango de ajuste requerido. También se ha desarrollado los de puente elástico con la idea de permitir ciertos desplazamientos horizontales entre los conductores de una fase.

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

Estos herrajes aseguran una separación uniforme entre los conductores de una misma fase, tanto en condiciones normales como en condiciones de ruptura de la línea o cortocircuito. Existen tres tipos de separadores: rígidos, flexibles y los separadores amortiguadores. En CADAFE, empresa venezolana, se emplea por lo general los separadores flexibles y con mucha menor frecuencia los espaciadores amortiguadores. La empresa EDELCA, en Venezuela, utiliza en sus líneas de transmisión, separadores amortiguadores, a los cuales le realiza pruebas de laboratorio tales como: Prueba de fatiga, de desplazamiento longitudinal y envejecimiento, además de pruebas de campo.

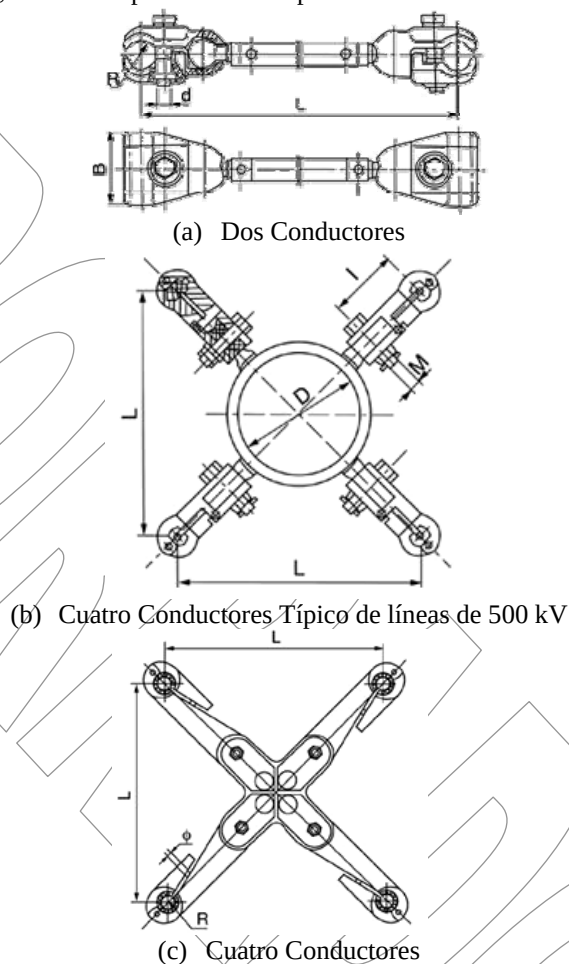
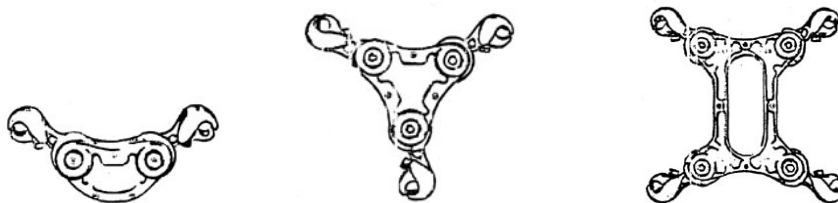


Figura 19. Espaciadores Rígidos

1.10.11. Riostras o separaciones con Amortiguamiento

Dada la tendencia de utilización de varios conductores por fase, el requerimiento de amortiguar las vibraciones en los conductores, han aparecido separadores de diferente tipo pero con la misma idea de utilizar un material flexible que se encargue de este problema actualmente hay dos tipos, uno basado en la torsión de este material elástico, y otro en su compresión: según resultados de pruebas en laboratorios de ensayos, el último ha dado mejores resultados de comportamiento, naturalmente se construyen para un diverso numero de conductores por fase.



(a) Dos Conductores

(b) Tres Conductores

(c) Cuatro Conductores

Figura 52. Riostra espaciadora y Amortiguada

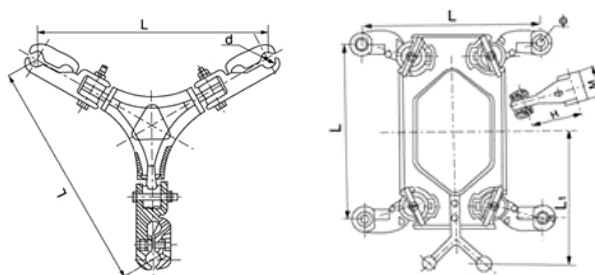


Figura 53. Riostra Espaciadora y Amortiguada

1.10.12. Extensiones

Las extensiones o alargaderas son dispositivos que se instalan en las cadenas de amarre cuando se emplean mordazas del tipo pistola, con el fin de asegurar que el tramo del conductor que sale de la parte trasera de la mordaza no este en haga contacto con los aisladores. Las extensiones se fijan por un lado a la rótula y por el otro a la mordaza. Las extensiones deben cumplir con las especificaciones de la cadena, en cuanto a las tensiones mecánicas a que están sometidos los distintos elementos de la misma.

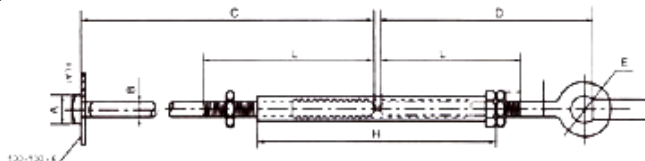


Figura 20. Varilla de Extensión

1.11 Herrajes para proteger los Aisladores

Adicionalmente a la protección que brinda el cable de guarda y el sistema de puesta a tierra, en las líneas de alta tensión, particularmente en los sistemas de tensión superior a 230 KV, se debe proteger a los aisladores de los arcos eléctricos originados por sobretensiones, por medio de un conjunto de dispositivos de protección, entre los cuales son de uso frecuente: los cuernos de descarga o antenas superiores e inferiores y anillos de protección.

1.11.1. Cuernos de Descarga (Spark Gaps)

Están constituidos por un par de electrodos conectados a fase y otro a tierra en los extremos de la cadena de aisladores. Se utilizan para alejar el arco de la cadena de aisladores, cuando se produce una sobretensión (rayo directo a la línea), de manera que protege la cadena de su destrucción. Una alternativa para no utilizar los cuernos de descarga es ampliar el tamaño de la cadena, pero esto resulta poco económico.

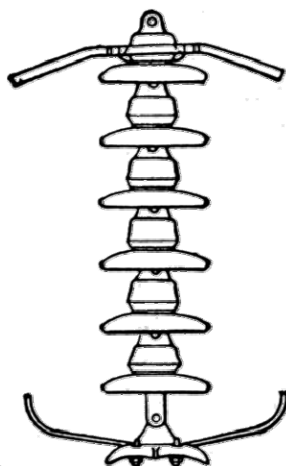


Figura 54. Cadena de Suspensión con Arcing Horns

El diseño de los cuernos de descarga debe asegurar que las sobretensiones que eventualmente pueden afectar a la línea, no afecten a los aisladores.

Anillos de Protección

Para incrementar el grado de protección, se emplean anillos de protección, los cuales se instalan en ambos extremos de la cadena de aisladores combinados con los cuernos.

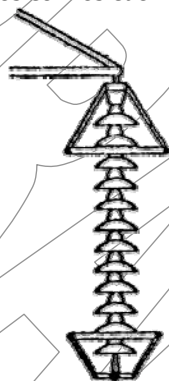


Figura 55. Anillos de Protección en Cadena de suspensión, en ambos extremos

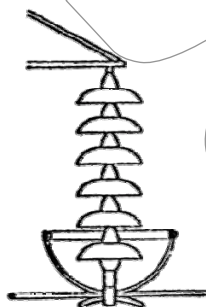


Figura 56. Anillo de protección en un extremo de la Cadena de Suspensión

A fin de lograr una mejor distribución del gradiente de potencial entre los aisladores de una cadena, y además disminuir la distancia por aire conductor masa, se colocan en las mordazas anillos cuya forma va desde un toro convencional hasta formas similares a silla de montar, con lo cual se cubren los primeros aisladores de la cadena del tipo de la mordaza.

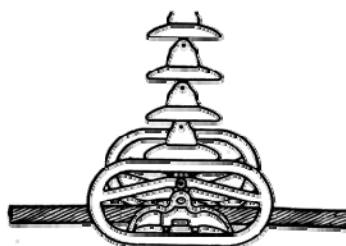


Figura 57. Anillo de Control. Ohio Brass Company

Eventualmente estos anillos no se colocan y en su lugar se fijan bigotes, que no son más que unas cabillas en los extremos de los aisladores, la distancia de cuyos terminales se ajustan en razón del voltaje de operación a esperarse. Esta forma está más ampliamente utilizada en los *bushing* de los transformadores.

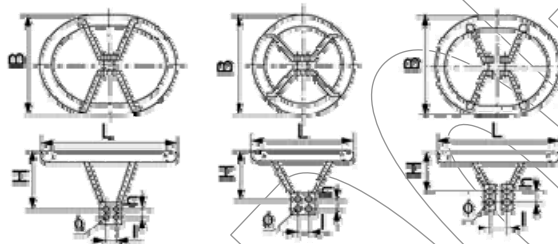


Figura 21. Anillos de Apantallamiento o de efluvios

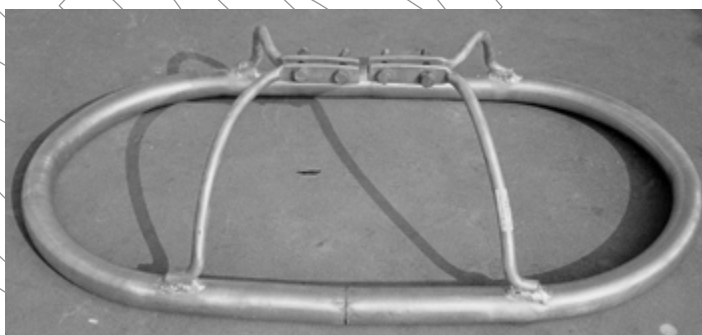
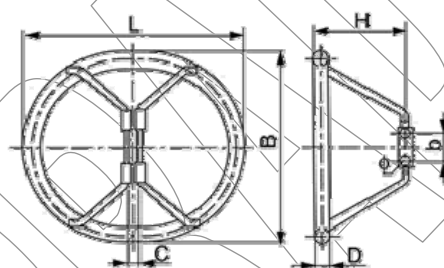


Figura 22. Ejemplo de un Anillo de Efluvio

Mordazas (Clamp)

Las mordazas son los elementos de unión del conductor a las cadenas de aisladores y por lo tanto responden a las funciones de aquellas: hay dos tipos: de suspensión y de amarre; las de suspensión, constituyen un soporte que cuelga de un balancín; para lo cual tienen un cuerpo acanalado unitario con un pasador, y en este canal se aloja el conductor.

1.11.2. Mordazas de Suspensión

Constituye un soporte, que cuelga de un balancín el cual tiene un cuerpo acanalado con un pasador y en ese canal se aloja el conductor, para evitar el desplazamiento del mismo, otra pieza acanalada completa la fijación, apretando el conductor mediante una abrazadera en forma de "U". En las cadenas de suspensión, las mordazas de este tipo están formadas por un elemento tipo "bandeja" donde se sostiene por debajo al conductor, y por un segundo elemento que se coloca encima del conductor, apretándolo por medio de tornillos y tuercas o por medio de elementos en forma de "U" (brinda), de abajo hacia arriba o de arriba hacia abajo. La empresa venezolana CADAPE emplea las mordazas con brindas de abajo hacia arriba, con el fin de reducir el efecto corona cerca del conductor. Existen básicamente dos tipos de mordaza de suspensión, las que se fijan directamente a la cadena de aisladores por medio de dos brazos y las que se fijan al resto de la cadena por medio de grillete, sobre cuyo pasador pivota la mordaza. La empresa Venezolana CADAPE, emplea fundamentalmente el primer tipo. En función del tipo de conductor que se usa en el país las mordazas son construidas por aleaciones de aluminio fundido.

Aunque en condiciones normales las mordazas de suspensión soportan esfuerzos menores a las mordazas de amarre las mordazas de suspensión deben estar diseñada para resistir los esfuerzos en caso de ruptura del conductor.

Para evitar el deslizamiento del conductor, una pieza acanalada completa la sujeción apretando al conductor mediante abrazaderas en forma de "U". Las dos piezas acanaladas son de un diámetro mayor y un reborde hacia fuera en los sitios en los sitios donde el conductor sale a fin de que cuando se produzcan movimientos no se hagan presiones cortantes al mismo

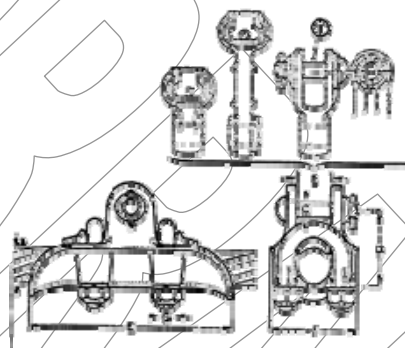


Figura 58. Mordaza en forma de U. *Suspension Clamp*

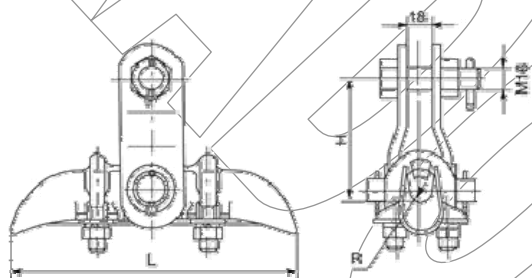


Figura 59. Ejemplo de la forma de Mordaza en forma de U. *Suspension Clamp*

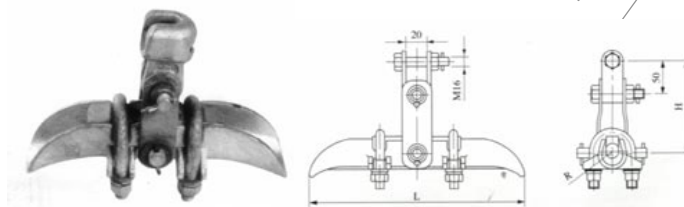


Figura 60. Mordaza en forma de U, Ilustrativa

El diseño de las mordazas es de gran importancia en cuanto a las funciones que cumple. En este sentido, las mordazas de suspensión deben tener superficies lisas curvas, con un buen acabado externo. El ángulo de salida del conductor debe ser de 20°, de manera de reducir la posibilidad de fatiga y deterioro del conductor. La mordaza debe ser articulada de tal manera que tenga suficiente movimiento al ser desplazada por el viento. Así, el pivoteaje de la mordaza debe permitir un movimiento de hasta 45° en la dirección del conductor.

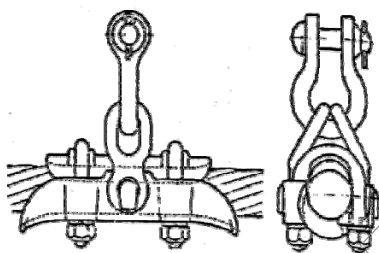


Figura 61. Mordaza de Suspensión con Grillete. *Trunion Type Suspension Clamp*

1.11.3. Mordaza de Amarre

La mordaza de amarre es el dispositivo que permite fijar o amarrar mecánicamente el conductor a la cadena de aisladores fijada a la torre. Estas mordazas pueden ser de dos clases, mordazas en las que se corta al conductor (mordazas de tipo compresión) y mordazas en las que no se corta al conductor (mordazas de tipo pistola y mordazas tipo cuña). Sin embargo, las mordazas en la que no se corta el conductor tiene muchas ventajas respecto a las de tipo compresión, en las que sí se corta al conductor.

En Venezuela se emplean los tres tipos. Sin embargo, la empresa CADAPE, en la actualidad emplea fundamentalmente las que no cortan el conductor, es decir mordazas de amarre de tipo pistola y tipo cuña.

- **Mordaza tipo de compresión:** La mordaza de compresión presenta un orificio donde se inserta el conductor. Por medio de prensas hidráulicas se comprime la mordaza sobre el conductor, dando lugar a que el metal de la mordaza penetre al conductor, formándose una sola pieza. El resultado es un amarre con un buen contacto eléctrico.

Sin embargo, posee varios inconvenientes:

- En caso de reparación, el tramo de conductor y la mordaza no pueden ser empleados de nuevo, dado a que quedan soldados una vez instalada la mordaza.
- La necesidad de cortar el conductor, lo cual obliga a emplear conectores para la continuidad eléctrica.
- La necesidad de prensa hidráulica en el momento de la instalación, lo cual aumenta los costos de este sistema además de hacerlo realmente complicado, dado que supone llevar el equipo al sitio donde se encuentra el amarre.
- La empresa Venezolana CADAPE, ha decidido no emplear más este tipo de mordaza en sus líneas de transmisión.
- **Mordaza tipo pistola:** Este tipo de mordaza esta constituida por dos partes (cascaras) en forma de pistola, que se unen por medio de bridas, en donde se inserta el conductor. Esta mordaza no requiere para su instalación de cortar el conductor ni el uso de herramientas o máquinas especiales, como en el caso anterior. Se suelen construir de aluminio fundido o acero galvanizado. La empresa eléctrica CADAPE, emplea este tipo de mordaza en las líneas de 115 kV, construidas en aluminio. Para tensiones superiores este tipo de mordaza resultaren sumamente grandes, por lo que limitan su instalación y en general su utilización.

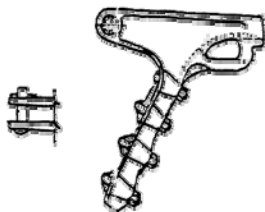


Figura 62. Mordaza de Amarre Tipo Pistola. *Bolted Type dead end Clamp*

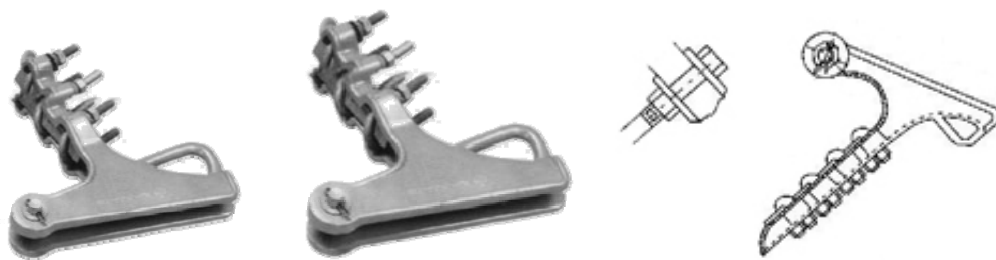


Figura 63. Mordaza de Amarre Tipo Pistola, Ejemplos

- *Mordazas de amarre del tipo Cuña:* Este tipo de mordaza amarra el conductor mediante un dispositivo formado por dos piezas las cuales se insertan una dentro de la otra. La primera pieza, la interna, de forma típica de cuña posee una garganta donde se introduce al conductor. Esta primera pieza se introduce dentro de la otra, fijada a la torre mediante la cadena de aisladores, produciendo un efecto de cuña, del cual se deriva su nombre.

1.11.4. Mordaza Amortiguadora

Ha surgido en el mercado un tipo de mordaza de suspensión que es una combinación de un anillo de material elástico recubierto con una varilla de armado expandida, y este conjunto sujeto con una abrazadera de gran sección que le sirve de soporte y de unión a los aisladores. De conformidad a los fabricantes se pueden obtener muy buenos resultados respecto a amortiguar las vibraciones y a la vez el conductor no sufre deterioros. Actualmente no hay mucha experiencia sobre el particular y ya que se trata de un artículo muy nuevo. Razonablemente puede esperarse que los problemas puedan surgir con el material elástico, ya que al encontrarse a la intemperie podrían reaccionar desfavorablemente perdiendo su elasticidad.

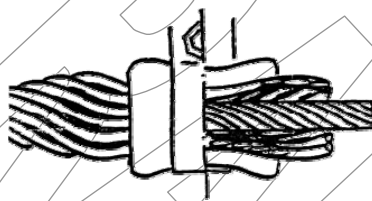


Figura 64. Mordaza Amortiguada

Herraje para el Cable de Guarda

El sistema de protección de cable de guarda es común en todas las líneas de transmisión aéreas en Venezuela, salvo alguna extraña excepción. La única diferencia entre los apantallamientos por cable de guarda, es que en casos se utilizan uno o dos cables de guarda. Los herrajes utilizados para el cable de guarda son muy semejantes al de los conductores de fase con diferencia particular en su tamaño y materiales.

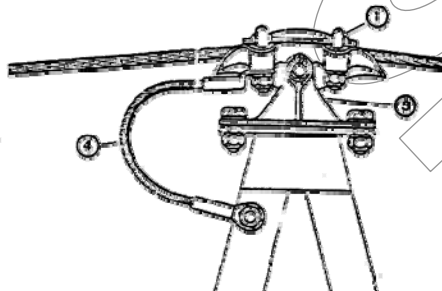


Figura 65. Balancín del Cable de Guarda

1.11.5. Amarre del Cable de Guarda

Para el amarre del cable de guarda se emplean mordazas. Estas pueden ser del tipo de compresión, en las que se corta el cable de guarda, y las mordazas en las que no se requiere cortar el cable de guarda. La empresa eléctrica venezolana CADAPE, emplea normalmente las mordazas de tipo recto.



Figura 66. Mordaza de Amarre del cable de Guarda

1.11.6. Suspensión del Cable de Guarda

Para la suspensión del cable de guarda existen dos modalidades básicas:

- El cable de guarda va sujetado en una mordaza, suspendida por debajo de la ménsula mediante un grillete.
- El cable de guarda va montado sobre la mordaza la cual se apoya en un caballete sobre la ménsula de la torre.

El caballete es un dispositivo hecho de acero galvanizado en caliente instalado sobre la torre, sobre la cual se instala la mordaza propiamente dicha. La empresa eléctrica CADAPE, en Venezuela, emplea más frecuentemente este segundo tipo de suspensión, debido a que la superficie de contacto del cable de guarda y la torre es mayor y en consecuencia mejora la conexión a la tierra del sistema.

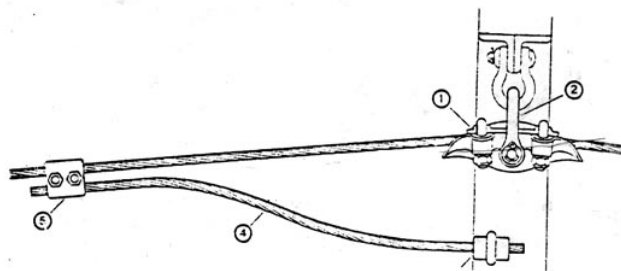


Figura 67. Mordaza de Suspensión de Guarda

Herrajes Independientes

Aquí las características de cada herraje solo tiene que ver con la función a la cual esta destinado el herraje en particular.

Los herrajes individuales que se colocan a lo largo de las líneas y están destinados a distintas funciones, son fundamentalmente:

- Amortiguadores
- Varilla de Armar
- Empalmes

1.11.7. Amortiguadores

Las vibraciones causan problemas en la línea de transmisión, los amortiguadores tienen por objeto evitar que al presentarse vibraciones estas sucedan ininterrumpidamente. El principio de casi todos los tipos es el de introducir un elemento diferente en una curda homogénea, con lo cual el movimiento armónico simple se rompe; también es posible utilizar el golpe directo en la onda vibratoria cuando la elasticidad del amortiguador lo permite, como es el caso de los del tipo *Stockbridge*, el cual está constituido por dos

elementos cilíndricos unidos por un cable de acero el cual a su vez está dotado de un conector para unirlos al conductor. Este es el tipo más usado. Otros tipos se basan en unir un elemento extraño al conductor en dos puntos de forma que pueden romper la vibración. En los gráficos se indican las distancias recomendadas por el fabricante para su colocación. Existen otros tipos que son solamente un pero colocado excéntricamente respecto al eje del conductor (en otra vertical) y el vibrar lo hacen en forma no armónica. En Francia se utiliza el puente antivibratorio, es un conductor que se coloca debajo de la mordaza de suspensión y con el cual se han logrado buenos resultados. En el mundo se conocen varios tipos de amortiguadores. En la empresa Venezolana CADAPE, se emplean amortiguadores de tipo *Stock-Bridge*, que están constituidos básicamente por dos partes, un primer elemento que abraza al conductor (pinza de fijación o conector) y el segundo elemento constituido por una guaya de acero al cual vienen fijadas las masa amortiguadoras.

La empresa Venezolana EDELCA, utiliza amortiguadores en sus líneas de transmisión de 400 KV, para limitar las vibraciones eólicas a un nivel de 150 *microstrains* (*IEEE Standardizations of Conductor Vibrations Measurements*, V 85, 1996), a estos se le realiza prueba de laboratorios, para verificar que mantengan después de cierto tiempo sus características.



Figura 68. Amortiguador. *Vibration Damper*



Figura 69. Amortiguador del tipo stock-Bridge.

1.11.8. Varilla de Armar

Tienen por objeto proteger el conductor en las mordazas de sus pñsion desde el punto de vista mecánico, y también la avería del conductor por descargas en caso de contorneamiento de la cadena de aisladores. Hay países como Italia donde este elemento se considera inoperante y por tal motivo no se utiliza. Cada juego de varillas se coloca helicoidalmente alrededor del conductor hasta cubrirlo totalmente. Las hay de *tipo preformado*, y también las hay de un tipo convencional que requiere la utilización de una llave que se va girando a partir de la mordaza y alejándose de ella con lo cual las varillas van ajustándose alrededor.

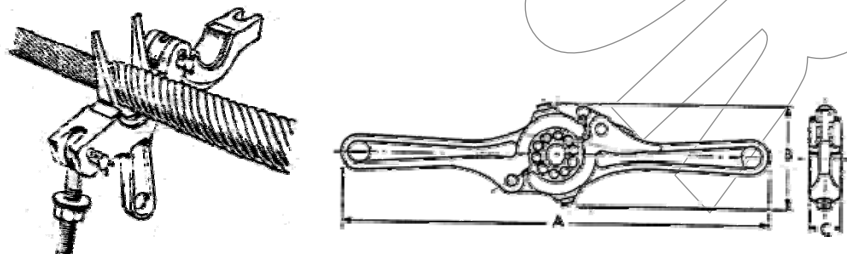


Figura 70. Llave para Varillas de Armar

Para evitar que se desplacen, se las sujeta con un suncho que originalmente es una “U” pero que se lleva a presión hasta formar un anillo de sujeción. En las mordazas de suspensión, la varilla de armar permite reducir

los esfuerzos mecánicos que se producen en el conductor en las cercanías de los extremos de la mordaza, la suavizar la curvatura del conductor en el tramo amordazado. Estos esfuerzos mecánicos son el resultado de propio peso del conductor y de los esfuerzos generados por las vibraciones de este. En Venezuela, de acuerdo a los conductores que utiliza la empresa CADAFE en sus líneas, los diámetros exteriores de los conductores, sumados a la varilla de armar, en los puntos de suspensión son los siguientes:

Tabla 6. Diámetro de las Varillas de Armar según el Tipo de Conductor

<i>Tipo de Conductor</i>	<i>Diámetro Exterior del Conductor</i>	<i>Diámetro de la Varilla de Armar</i>	<i>Diámetro del conjunto</i>
350 MCM	17.25 mm	4.62 mm	26.49 mm
500 MCM	20.6 mm	6.35 mm	33.3 mm
1000 MCM	29.26 mm	7.87 mm	45.0 mm
1100 MCM	30.66 mm	7.87 mm	49.4 mm

Existen opiniones contrariadas sobre la utilidad de las varillas de armado. Algunos especialistas consideran que las varillas son un depósito de contaminación, que facilitan la producción de chispas y no aseguran los objetivos para los cuales se instalan. Otros por el contrario consideran las varillas de armar un instrumento que contribuye a reducir las oscilaciones y así protegen a los conductores en los extremos de las mordazas de suspensión.

1.11.9. Empalmes

Tienen por objeto permitir la continuidad eléctrica del conductor a la vez que conservan su resistencia mecánica, o sea que pueden ser utilizadas en la mitad de un vano. Fundamentalmente hay dos tipos: el de compresión y el preformado.

1.11.10. Empalmes de Compresión

Este tipo requiere la utilización de una prensa hidráulica, la cual puede ser de piso con un compresor o manual dotada de un mango para bombear; la primera permite mayores esfuerzos. Se trata de elementos tubulares el conductor a unir y al ser comprimidos su sección se vuelve un hexágono mediante dos dados que se montan en la prensa, y lo sujetan de tal manera que es imposible sacar la punta del conductor una vez que se ha hecho la compresión. En los conductores grandes de ACSR hay dos elementos, uno para unir el acero y colocado previamente para que después se ubique encima del empalme de acero. Para llenar los intersticios se usa una grasa que entrega la fábrica, o una grasa neutra como vaselina.

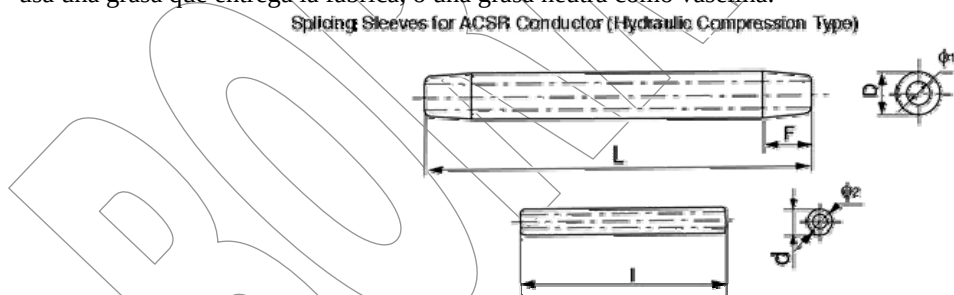


Figura 23. Empalme por compresión para conductores tipo ACSR

1.11.11. Empalmes Preformados

Son una serie de varillas helicoidales que en conjunto forman un tubo que se ajusta a los extremos de los conductores a unir. En su cara interna tiene una leve textura que les garantiza un mejor agarre; por su forma, si el conductor trata de salirse, su diámetro se hace menor aprisionándolo más. El largo del empalme varía de acuerdo al diámetro y al esfuerzo del conductor que une. Este empalme ha demostrado ser bastante seguro y tiene la ventaja de su rápida ejecución del orden de una media hora comparado con las dos horas que requiere el de compresión.

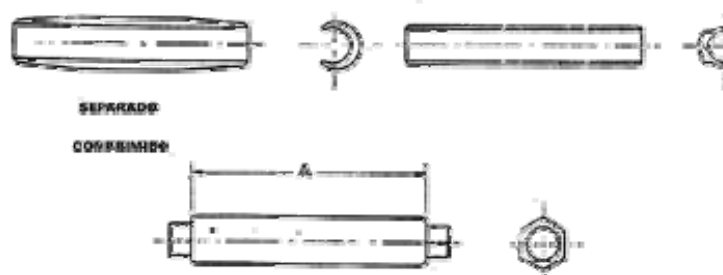


Figura 71. Empalme Preformado

1.11.12. Manguitos de Separación

Cuando los hilos externos de un conductor se estropean durante el montaje y se desea garantizar la continuidad eléctrica del conductor afectado se le da un complemento que consiste en dos medias caña que se ajustan la una dentro de la otra para formar un tubo y para que este no deslice se comprime de manera similar a los empalmes. La diferencia fundamental con aquellos es que el manguito no soporta ninguna tensión mecánica: su función es conducir corriente.

1.12 Diversas

Existe una gran cantidad de elementos auxiliares en las líneas de transmisión cuya misión es muy específica, y que merecen ser mencionados, y a estos se le denomina piezas diversas.

1.12.1. Riostras de Empalme

Sirven para establecer la continuidad eléctrica de la línea en el eje de los anclajes. Están realizados con cables del mismo tipo que los de la línea. Son generalmente, bastantes rígidos como para no requerir la colocación de contrapesos de riostra, si su longitud ha sido correctamente calculada considerando la flecha prescrita. (distancia entre el cable de las riostras y la masa o tierra)

Tabla 7. Flecha en función del Nivel de Tensión

Tensión (KV)	20	63	90	225	400
Flecha (m)	0.40	1.0	1.25	1.90	3.10

1.12.2. Contrapesos y Portapesas

Las pesas o contrapesos, son dispositivos que se fijan a las mordazas de suspensión sobretodo en líneas de transmisión ligeras (115 KV, por ejemplo), con el fin de aumentar el peso de la cadena y de esa manera asegurar la verticalidad del arreglo, en condiciones en donde debido a la situación relativa entre torres, pueden existir fuerzas que determinan oscilaciones muy grandes de las cadenas de aisladores debido a la fuerza del viento. Estos dispositivos se utilizan en los ángulos flexibles y en las torres a un nivel más bajo, para limitar la inclinación de las cadenas de suspensión de aisladores, bajo el efecto del viento transversal. Están constituidos por discos de fundición o de plomo suspendidos por medio de un estribo a la parte inferior de la cadena.

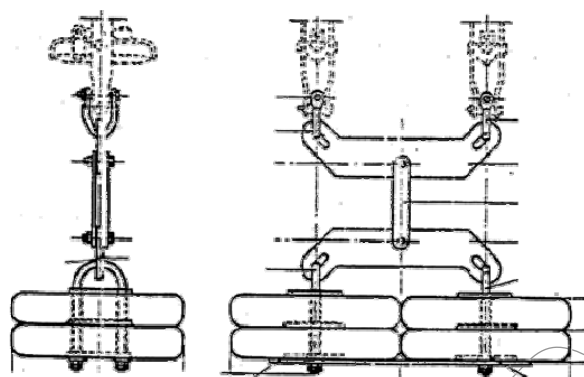


Figura 72. Contrapeso Doble

En Francia se emplean discos elementales de 80 Kg. que se pueden apilar uno encima de otro. Generalmente no se excede de contrapeso de más de 320 Kg. (4 discos) en las líneas de 63 kV y 90 kV, y de 640 Kg. para las líneas de 225 kV. En las líneas de 765 KV, venezolanas, la empresa EDELCA, selecciono contrapesos del tipo Copperweld, #4 de clase 30 HS, (*High Stretght*, 30% de conductividad), conforme a la norma ASTM B-227, que es una especificación para conductores cilíndricos de cobre cubiertos de acero.

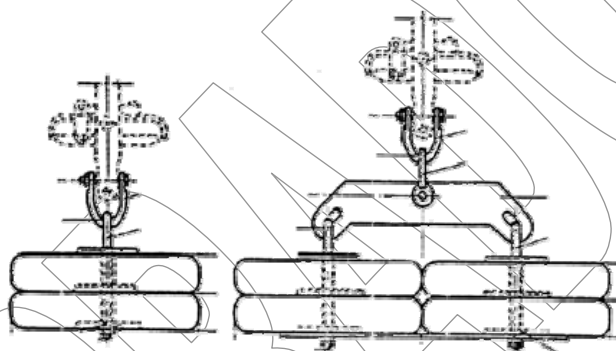


Figura 73. Contrapeso Doble

1.12.3. Esferas de Balizaje

Las esferas de balizaje se colocan generalmente distribuidas en el trayecto de las líneas entre dos torres, con el fin de advertir a las aeronaves de la existencia de las líneas. Normalmente estas esferas son de aluminio o de material plástico, en colores llamativos. Para la fijación a las líneas se emplean unos herrajes especiales que fijan las esferas al conductor de manera segura y permanente.

Impedancia Serie de Sistemas de Transmisión

2.1 Introducción

Uno de los elementos más comunes y extensos en los sistemas eléctricos de potencia, es la línea de transmisión, su diseño eléctrico es un estudio apasionante, en el cual se persigue adaptar sus características a los requerimientos de transmisión del sistema de potencia. Durante el diseño eléctrico de la línea de transmisión, se suelen tomar en cuenta cuatro parámetros eléctricos básicos: resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia. El estudio de cada una de estas características eléctricas de la línea es un proceso delicado, y en donde los aspectos particulares de la línea influyen en los valores.

2.2 Diseño de Líneas de Transmisión

Fundamentalmente el diseño del sistema de transmisión, es la selección de los equipos necesarios para manejar el valor requerido de potencia con la calidad de servicio demandada por el más bajo costo global sobre el período de tiempo para el cual el servicio puede ser requerido o para la vida del equipo.

Al mismo tiempo, el sistema debe ser capaz de expansión con un mínimo cambio de los recursos existentes. El diseño de la línea considera fundamentalmente cuatro aspectos:

- *Diseño Eléctrico*: Este diseño en líneas de corriente alterna involucra los siguientes cálculos: Selección del Voltaje, Tamaño del Conductor, Regulación de la Línea, Pérdidas, Efecto Corona, Control de Voltaje, Estabilidad del Sistema, Sistema de Protección; el cual incluye: Capacidad de interruptores, Arreglo de Interruptores, Relés, Coordinación de Aislamiento, Pararrayos, Aterramiento del neutro, Aterramiento de la Subestación, Aterramiento de los cables de guarda.
- *Diseño Mecánico*: Esta etapa del estudio involucra: cálculo de esfuerzos, Composición del conductor; Espaciamiento entre conductores (el mínimo espaciamiento es determinado por el diseño eléctrico), Clase y Tipo de Aislamiento, Selección de equipos para el conductor.
- *Diseño Estructural*: Esto implica: Selección del tipo de estructuras ha ser usadas, cálculos de esfuerzos, fundaciones.
- *Especificaciones Misceláneas*: Estos aspectos incluyen: Localización de la línea, adquisición del derecho de paso, localización de estructuras, Coordinación inductiva con las líneas envueltas en el trazado, Medios de Comunicación, Voltaje de Radio Influencia (*RIV: Radio Influence Voltage*) y ruido audible.

2.3 Parámetros Eléctricos de las Líneas de Transmisión Aéreas (L.T.A.)

Las líneas de transmisión son elementos que forman parte de las redes de potencia eléctrica o Sistemas de Potencia, para ser estudiadas su comportamiento se ha de utilizar un modelo simplificado en el cual se simule su comportamiento eléctrico.

Desde el punto de vista eléctrico, existen (4) cuatro parámetros básicos, que permiten modelar y simular una línea de transmisión, siendo estos factores lo que afectan la habilidad de transportar potencia de la línea de transmisión, estos son:

- Resistencia.
- Capacitancia.

- Inductancia.
- Conductancia.

Resistencia: Es el efecto más importante en las pérdidas de la línea de transmisión, es originado por la resistencia de los materiales conductores que conforman la línea de transmisión. La resistencia eléctrica de los conductores, desencadena una disipación térmica sobre los mismos como consecuencia del efecto Joule, además de una caída de tensión.

Capacitancia: Se define como la carga sobre los conductores por unidad de diferencia de potencia entre los mismos, la capacitancia es una propiedad eléctrica que surge cuando cargas eléctricas de signos opuesto se encuentran separadas por una distancia y poseen entre sí una diferencia de potencial.

La capacitancia depende de los siguientes factores:

- Distancia entre conductores.
- Dimensiones del conductor.
- Dieléctrico entre los conductores.

Es importante mencionar que el cable de guarda y la tierra influyen en forma apreciable en la capacitancia de la línea de transmisión.

Inductancia: Este parámetro permite relacionar el campo magnético originado por la corriente que transporta la línea de transmisión, mediante un modelo eléctrico sencillo, que se denomina inductancia.

Conductancia: Es el parámetro eléctrico de la línea de transmisión que toma en cuenta la corriente de fuga a través de los aislantes y los cables, debido a la posible ionización de los medios.

Las corrientes de fuga en la línea de transmisión aérea son muy pequeñas, por lo general se desprecia, por ello se suele admitir que la conductancia es nula ($G \approx 0$).

Impedancia Serie: Es la impedancia que toma en cuenta la resistencia y la reactancia inductiva uniformemente distribuida a lo largo de la línea.

Inductancia Shunt o Paralelo: Esta constituida por la inductancia y la capacitancia entre los conductores en el caso de la línea monofásica y entre uno de ellos y el conductor de neutro, para el caso de las líneas trifásicas.

Los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión son de *tipo distribuido*, esto se refiere al hecho que no se puede realizar una representación lineal única, en que se totaliza el efecto de todo el parámetro, de hecho su influencia depende de la longitud de la línea de transmisión. Aunque los parámetros de las líneas de transmisión son del tipo distribuido, se pueden realizar simplificaciones para modelarlo por parámetros concentrados, que guardan un comportamiento lineal, se debe recordar que una resistencia utilizada en un circuito eléctrico es un parámetro concentrado, porque su efecto es único.

2.4 Conductores Utilizados en Líneas de Transmisión Aéreas

Los conductores en las líneas de transmisión son del tipo multifilar y constan de una serie de alambres conductores trenzados en forma helicoidal. La intención de que un conductor en las líneas de transmisión, sean de tipo trenzados y no un conductor único sólido, es el hecho de agregar flexibilidad mecánica al conductor, proveyendo propiedades de resistencia mecánica.

A medida que aumenta el grosor de los conductores, estos se tornan demasiados rígidos para ser manipulados con facilidad. Un conductor macizo y grueso puede dañarse al ser doblado. Por estas razones prácticas se creó el conductor *cableado*, se compone de un grupo de hilos retorcidos, pero se comporta como si fuera como un solo conductor. Visto en corte de la sección transversal, a mayor número de hilos más flexibilidad tiene el conductor. Por lo general los filamentos o alambres son del mismo diámetro y material (cobre, aluminio o acero). No obstante algunos fabricantes ofrecen conductores cableados que combinan estos materiales en distinta proporción.

Los conductores trenzados, poseen alambres cilíndricos, que son trenzados en forma helicoidal conformando capas. En general un conductor de "n" capas, de alambres, que posea un centro de conductor único, puede ser determinado el número de alambres por medio de la ecuación:

$$\begin{aligned} \# \text{alambres} &= 3n^2 - 3n + 1 \\ \# \text{alambres} &= 3(n^2 - n) + 1 \end{aligned} \quad (1)$$

siendo: n el número de capas que conforman el conductor.

Para un conductor de tipo multifilar, de conductor central único, posee una relación de alambres según el número de capas es: 7, 19, 37, 61, 91, 127,... etc.

Los conductores multifilares, pueden ser del tipo *dilatado*, cuando entre las capas de conductores se incluye papel, con la intención de aumentar el radio aparente de un conductor, sin aumentar la cantidad total de material conductor.

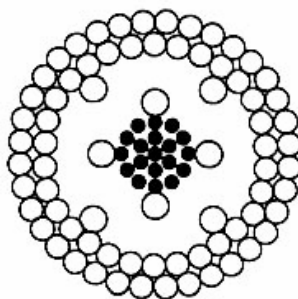


Figura 1. Conductor ACSR/AE, Aluminium Conductor, Steel Reinforced, Air Expanded

En los comienzos de la transmisión eléctrica, se utilizó el cobre como material de construcción de los conductores trenzados, pero debido a su elevado costo y peso, fue paulatinamente sustituido por el aluminio, en la actualidad es común encontrar una gran variedad de conductores de aluminio, entre los que se mencionan:

- AAC: Conductor de Aluminio (*All Aluminium Conductor*). Los conductores de aluminio Estandar 1350, son clasificados en: *Clase AA*: Para conductores desnudos usados en líneas, *Clase A*: como conductores ha ser recubiertos por materiales resistentes a la humedad, o para líneas de muy alta flexibilidad, *Clase B*: para conductores ha-ser aislados con varios materiales y para conductores indicados bajo la clase A donde la flexibilidad es requerida; *Clase C*: son empleados para aplicaciones donde una gran flexibilidad es requerida; notese que la flexibilidad va de mayor a menor de la clase AA a la C.
- ACSR: Conductor de Aluminio con Aleación de Acero (*Aluminium Conductor Steel Reinforced*): Este conductor es empleado en líneas de transmisión y sistemas de distribución primaria. El ACSR ofrece el óptimo esfuerzo para el diseño de líneas. El núcleo de acero es variable de acuerdo a los diseños de esfuerzo, sacrificando la capacidad de corriente del conductor.

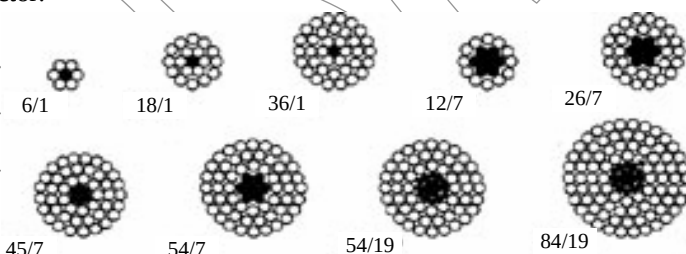


Figura 2. Estructura Típica de Conductores ACSR

- ACAR: Conductor de Aluminio con Refuerzo de Aleación (*Aluminium Conductor Alloy Reinforced*): Es usado como conductor para sistemas de distribución primaria y secundaria, posee una buena relación de esfuerzo peso, y lo hace aplicable en aplicaciones donde tanto capacidad de corriente y esfuerzos son las consideraciones primarias en el diseño de la línea.

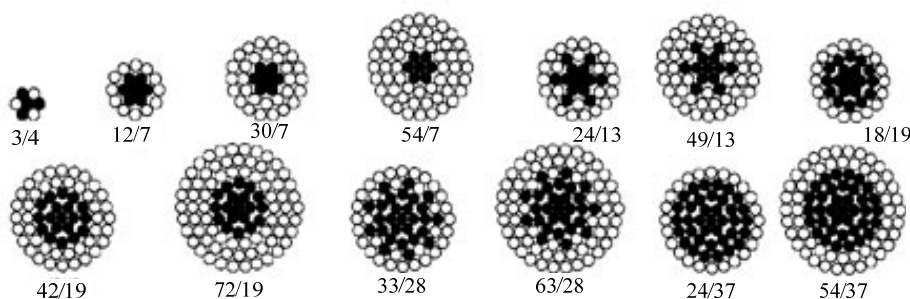


Figura 3. Estructura Típica de Conductor ACAR

En Venezuela se prefiere la utilización de conductores con base de aluminio, debido a que nuestro país es un gran productor de este mineral, pero en esencia se utiliza en las líneas de transmisión aéreas reforzado con aleación ACAR.

Los conductores trenzados, son reforzados en su parte central utilizando alambres conductores de otro material (acero, aleación), con el objetivo de aumentar su resistencia mecánica.

En distribución de energía eléctrica se suele utilizar un particular tipo de conductor denominado ARVIDAL, que corresponde a un conductor con 20% de aluminio (según el fabricante ICONEL), y en los Estados Unidos es usual utilizar el AMES hasta el ALLIANCE.

- *Cables de Aluminio (ASC o ACC):* Son conductores hechos de alambres de aluminio, de sección circular, cableados en capas concéntricas. La empresa eléctrica venezolana CADAPE, exige que sus conductores de aluminio cumplan con la norma NORVEN 533-69 y ASTM B-53. (American Society for Testing and Materials)
- *Cables de aluminio con refuerzo de acero (ACSR):* Son cables formados por un cierto número de alambres de acero galvanizado o aluminizado y una o varias capas de alambres de aluminio, todos cableados en capas concéntricas. La empresa CADAPE, emplea en sus líneas de transmisión e, ACSR, que cumpla con las normas NORVEN 531-68 y ASTM B323, B262 y B230.
- *Cables de aleación de aluminio (AAAC):* Son simplemente conductores hechos de alambres de aleación de aluminio de sección circular, cableados en capas concéntricas. En Venezuela la empresa CADAPE, utiliza el AAAC de aleación de aluminio 6201 con normas NORVEN 557-71 y ASTM B399.
- *Cables de alambres de aluminio y de aleación de aluminio (ACAR):* Son conductores formados por la combinación de alambres de aluminio y alambres de aluminio 6201 trenzados. En Venezuela, CADAPE admite la norma ASM B524.

2.5 Calibre de los Conductores Utilizados en Líneas de Transmisión Aéreas

Para especificar un conductor trenzado multifilar, se suele utilizar su calibre como punto de partida, se entiende por calibre, el área de la sección transversal, o cualquier parámetro que la defina (radio o diámetro). Existen dos sistemas internacionalmente aceptados, para definir el calibre de los conductores, estos son:

- Sistema AWG
- Sistema MCM

El sistema AWG, proviene de las iniciales inglesas de *American Wire Gage*, en este sistema los calibres de los conductores son definidos por una escala numérica, que cumple con que la relación entre los números sucesivos de calibres es constante, entonces obedece a una progresión geométrica (cuya razón es 1.2610).

En el sistema AWG, mientras mayor es el número del conductor, menor es su diámetro, en este sistema existen definidos cuarenta (40) calibres diferentes, partiendo del número 36 (diámetro de 0.005 pulgadas) hasta llegar al calibre 0, 2/0, 3/0 y 4/0 (diámetro de 0.46 pulgadas).

Tabla 1. Características Físicas Típicas de Conductores desnudos

Tamaño AWG	Sección mm ²	Diámetro mm	Kg/Km	
			Cobre	Aluminio
36	0.0127	0.127	0.1126	
30	0.0507	0.254	0.4505	
24	0.205	0.511	1.820	
16	1.31	1.29	11.63	3.53
14	2.08	1.63	18.51	5.63
12	3.31	2.05	29.41	4.94
10	5.261	2.588	46.77	14.22
8	8.367	3.264	74.38	22.62
2	33.62	6.543	298.9	90.89
1	42.41	7.7348	377	114.6
1/0	53.49	8.252	475.5	144.6
4/0	107.2	11.68	953.2	289.8

Fuente : Tabla de Alambres y Conductores Sólidos. Industria Venezolana de Cables Eléctricos. CABEL.

La clasificación de los conductores AWG, resulta bastante acertada para los conductores de aplicación general, residencial e industrial, pero en la transmisión de grandes bloques de energía, en los sistemas de potencia, el calibre de los conductores superó los valores establecidos por la AWG, siendo necesario implementar un sistema que admitiera calibres mayores, y es donde nace el concepto de MILS.

Un *mils* es una unidad de longitud inglesa, que se define como la milésima parte de una pulgada.

$$1\text{mil} = \frac{1}{1000} \text{ pulgada} = 0.001 \text{ pulgada}$$

En función de esta unidad de longitud se puede definir el área de la sección transversal que especifican los conductores, por lo que se adopta el *circular mil*, que corresponde al área de una circunferencia cuyo diámetro es un mil (1/1000 pulg.).

$$A_{\text{cmil}} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A_{\text{cmil}} = \frac{\pi (0.001 \text{ pulgada})^2}{4}$$

$$1\text{cm} = 0.00000007854 \text{ pulg}^2$$

Entonces debe ser bien comprendido que un *circular mil* es una unidad de área que relaciona el calibre del conductor con su área.

El *circular mil* es utilizado para especificar alambres sólidos y conductores trenzados, tiene la especial ventaja que las secciones especificadas guardan relación directa su el diámetro.

Si se desea conocer el área de un conductor, siendo conocido su diámetro (d) en pulgadas, solo se debe operar por:

$$A[\text{cmil}] = 1000000d^2$$

donde: d es expresado en pulgadas

Se puede realizar un equivalente entre las unidades inglesas y las americanas:

$$1\text{cmil} = 0.0000507 \text{ mm}^2$$

Los conductores que transmiten grandes bloques de potencia, requieren de secciones transversales grandes, por lo que el *cmil* es una unidad muy reducida para la definición cotidiana de conductores, en ves de esta se ha definido el *mcmil*, que corresponde a mil *cmil*.

$$1\text{mcmil} = 1000\text{cmil} = 1\text{mcm}$$

El menor calibre definido en el sistema de circular mils es de 250 *mcm*, siendo crecientes los calibres en pasos de 50 *mcm*.

Tabla 2. Características Físicas de Conductores

<i>Tamaño MCM</i>	<i>Sección mm²</i>	<i>Diámetro mm</i>	<i>Kg./Km. Aluminio</i>
250	127	12.7	342.4
300	152	13.91	410.9
350	177	15.03	479.4
400	203	16.07	547.9
450	228	17.04	616.3
500	253	17.96	684.8

Fuente : Tabla de Alambres y Conductores Sólidos. Industria Venezolana de Cables Eléctricos. CABEL

En Venezuela como se ha indicado, el conductor utilizado es del tipo ACAR, distinguiéndose los calibres para conductores de fase, típicos que se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Calibre de Conductores de Fase típico en Líneas de Transmisión venezolanas

<i>Voltaje de Operación</i>	<i>Calibre del Conductor Típico</i>
115	1f x 500 MCM
230	1f x 1100 MCM
400	2f x 1100 MCM
765	4xf 1100 MCM

La indicación f, representa el número de conductores por fase, se debe mencionar que estos calibres presentados son promedios, en cada caso particular el calibre depende de la capacidad de transporte de la línea.

Los conductores multifilares, de alambres de distintos materiales suelen especificarse la cantidad de conductores de un material y de otro.

Por ejemplo, cuando se especifica un conductor BlueBird, se conoce que es de aluminio reforzado con acero de 2156 mcm, donde posee 4 capas de aluminio y 84 conductores son de este material y 19 son de acero, para abreviar esta nomenclatura, se suele utilizar la notación:

BlueBird, ACSR 2156 mcm 84/19

Notase que la indicación 84/19, representa el número de conductores de aluminio y de acero respectivamente.

Los conductores trenzados de aluminio con refuerzo de acero, suelen especificarse la proporción de un material y otro, mediante la nomenclatura Num Aluminio/ Num de Acero.

2.6 Fabricantes de Conductores en Venezuela

En Venezuela existe una gran cantidad de empresas dedicadas a la fabricación de conductores desnudos y aislados, pero las de mayor importancia y renombre en la fabricación de conductores desnudos para líneas de transmisión son:

- CABEL, Maracay, Edo. Aragua.
- ICONEL, Valencia, Edo. Carabobo.
- CABELUM, Ciudad Bolívar, Estado Bolívar.
- SURAL, Puerto Ordaz, Estado Bolívar.

Las tres últimas empresas fabrican el mismo tipo de conductor: ACAR y Aluminio Reforzado, fabricándolos en un margen de calibres que dependen de la tensión: 350 a 500 MCM para líneas a 115 KV y 1100 MCM para líneas de 230 y 400 kV.

Venezuela un importante productor de aluminio, y por lo cual su costo de ventas es relativamente bajo comparado con otros países, es así, que el ACAR es vendido a un promedio de 1000 Bs. por Kilogramo (1994), siendo importante notar que el ACAR de 350 MCM pesa 0.5 Kg. /m y el ACAR de 1100 MCM pasa 1.5 Kg. por metro.

La empresa Venezolana CADAPE ha normalizado para las líneas de 115 KV, el conductor ACAR 350 MCM y 500 MCM, mientras que para 230 y 400 KV se utiliza el ACAR 1100 MCM. Anterior a esta normalización, se empleaba el AAAC 927.2 MCM y el ACSR Drake 795 MCM, todavía quedan algunas líneas de transmisión con conductor AAAC Arvidal 4/0 para 115 KV, en el vano Villa de Cura - San Juan de los Morros.

La empresa CADAPE, utiliza el cable de guarda para protección de las líneas de transmisión, más no para realizar las comunicaciones, dicho cable está aterrado directamente en las torres de modo tal que las descargas eléctricas atmosféricas recibidas sean conducidas a tierra rápidamente. Es importante mencionar, que otras empresas como EDELCA, utilizan como cable de guarda Alumoweld, empleado para protección y al mismo tiempo para comunicaciones de la empresa.

Tabla 4. Conductores Empleados Típicamente por la empresa CADAPE



Capacidad de Carga para Conductores en Amperios

Tipo	Código	Calibre	Trenzado	Capacidad	Uso/KV
ACSR	Penguin	4/0	6/1	365	D-13.8
ACSR	Pantridge	266.8	26/7	455	LT-115
ACSR	Linnet	336.4	26/7	530	LT-115
ACSR	Drake	795	26/7	910	LT-230
AAAC	Arvidal	4/0	7	395	D-13.8
AAAC	Canton	394.5	19	530	LT-115
AAAC	Greely	927.2	37	900	LT-230
AAC	Oxlip	4/0	7	380	Barras Aéreas S/E
AAC	Tulip	336.4	19	510	Barras Aéreas S/E
AAC	Orchid	636	37	760	Barras Aéreas S/E
ACAR		350	12/7	543	LT-115
ACAR		500	12/7	637	LT-115
ACAR		1100	30/7	1090	LT-400

Por ser utilizados para las comunicaciones, aunque es un cable desnudo, está aislado en los puntos de contacto con las torres, pero si de sucedieran descargas atmosféricas, dicho dispositivo aislante esta en capacidad de permitir el paso de la descarga a tierra de inmediato.

La división de transmisión de la empresa CADAPE, tiene normalizado en tablas los conductores permitidos y su uso en los sistemas de potencia.

Nota: Especial agradecimiento a las personas de la División de Transmisión de CADAPE, en la persona del Ing. Batista Tonelli.

2.7 Resistencia Eléctrica en Líneas de Transmisión Aéreas

La resistencia eléctrica es la propiedad de los materiales de oponerse al paso de la corriente eléctrica. En los sistemas de transmisión eléctrica, la resistencia se transforma en un factor a eliminar y erradicar, debido a que la resistencia eléctrica se transforma en la causa principal de pérdidas de la energía transmitida. Como es conocido, la resistividad eléctrica es una particularidad de cada material pese a que se utilicen los mejores conductores que económicamente sean aceptables, aun existe la resistencia que ocasiona pérdidas en la transmisión, pero para tratar de disminuir las pérdidas por efecto Joule en la resistencia de los conductores, se han elevado los niveles de tensión de transmisión, con el objetivo de reducir apreciablemente la corriente que circula por la línea para un mismo valor de potencia a transmitir. Hasta el futuro cercano, con el advenimiento de los superconductores, la resistencia eléctrica es un factor preponderante a tomar en cuenta en la transmisión eléctrica.

Como se ha mencionado, la conducción eléctrica se ve afectada por una serie de fenómenos que provocan la distribución no uniforme de la corriente en el conductor (efecto piel, proximidad, etc.), modificando el

valor de la resistencia eléctrica; por esto en el estudio de las líneas de transmisión aéreas se suelen distinguir dos (2) tipos de resistencias eléctricas:

- Resistencia de Corriente Continua (R_{dc}).
- Resistencia de Corriente Alterna (R_{ac}).

2.7.1. Resistencia Eléctrica de Corriente Continua (R_{dc})

La resistencia eléctrica es una propiedad de los cuerpos que depende de los materiales además de la geometría del mismo. En el caso de la corriente continua se logra una distribución uniforme de la corriente en la sección transversal de conductor, lo que permite la máxima conducción a través del material.

La resistencia en corriente continua (R_{dc}) de un cuerpo puede ser estimada por la ecuación:

$$R_{dc} = \rho \frac{L}{A} \quad (2)$$

donde :

ρ : Resistividad del conductor.

L : Longitud del conductor.

A : Área de la sección transversal.

De la ecuación anterior se evidencia que la resistencia depende la de la geometría (largo, área) y el tipo de material conductor (resistividad).

El cobre es una del material conductor utilizados con mayor frecuencia en la construcción de conductores, debido a su alta conductividad, para el caso del cobre recocido se asume una conductividad ideal del 100 %, en el caso del cobre comercial estirado en frío su conductividad es del 97.3%, y en el caso del aluminio de del 61%. El cobre es un material muy utilizado en países productores del mismo como Chile, etc., en el caso de Venezuela el cobre resulta muy costoso, que ahondado a su gran peso, resulta más conveniente el uso del aluminio.

Tabla 5. Resistividad Eléctrica de los Materiales

<i>Material</i>	<i>Resistividad</i>
Cobre Estirado en Frío	10.66 Ω mil/pies 1.77 x 10 ⁻⁸ Ω . m
Aluminio	17.00 Ω mil/pies 2.83 x 10 ⁻⁸ Ω .m

Los valores de resistividad de esta tabla están referidas a una temperatura de 20° Celcius, porque como se explicara en lo siguiente, la temperatura modifica la resistividad de los materiales.

La ecuación de resistencia eléctrica antes expresada, solo es válida para conductores de tipo sólido, pero en la realidad los conductores están constituidos por alambres de tipo sólido que se trenzan en forma helicoidal para conformar conductores multifilares, pero debido al trenzado, los conductores de este tipo poseen mayor longitud que la aparente, resultando una resistencia mayor. Para una milla de conductor multifilar trenzado, se estima que todos los hilos excepto el central tienen que recorrer por el trenzado una milla más.

Debido a la diferencia de longitudes de los distintos alambres de un conductor trenzado, el valor calculado por la ecuación de resistencia de corriente continua falla, lo que se suele utilizar es un factor de corrección:

- Conductor Trifilar: $R_{dc} + 1\%$
- Conductor Trenzado: $R_{dc} + 2\%$

Es importante mencionar que en el caso de conductores compuestos de alambres de distintos materiales el calculo de la resistencia total debe ser llevada a cabo de manera diferente, en ocasiones el fabricante entrega el valor de dichos conductores.

2.7.2. Variación de la Resistencia Eléctrica de los Conductores con la Temperatura

Experimentalmente se ha demostrado que la variación de la resistencia en función de la temperatura, corresponde a una relación lineal, esto para márgenes aceptables de operación.

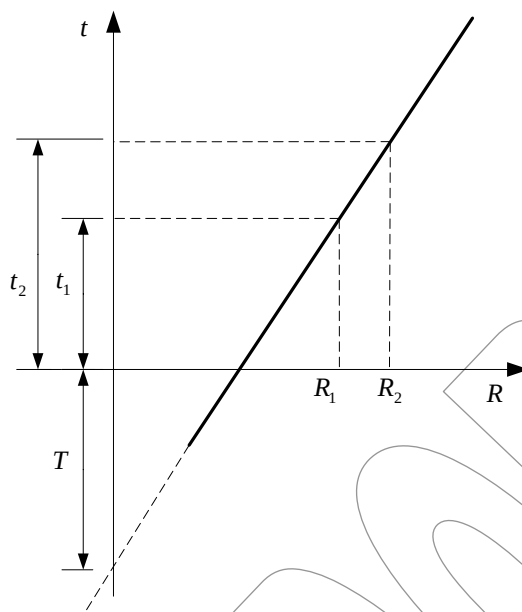


Figura 4. Relación Resistencia versus Temperatura

Basado en experiencias de laboratorio, se han elaborado gráficas del comportamiento de la resistencia ante variaciones de la temperatura para un mismo material, describiéndose el comportamiento a través de la recta:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(T + t_2)}{(T + t_1)} \quad (3)$$

donde : R_2 y R_1 son las resistencias a las temperaturas t_2 y t_1 respectivamente.

El parámetro T , es un valor constante que depende del material, obtenido del hecho de extrapolar el valor de la resistencia hasta una temperatura de cero grados Celcius.

Tabla 6. Constante de Temperatura T

Material	T
Cobre Recocido	234.5
Cobre Estirado en Frío	241
Aluminio Estirado en Frío	228

Esta ecuación es igualmente válida para conductores trenzados de materiales diferentes.

2.7.3. Resistencia Eléctrica de Corriente Alterna (R_{ac})

La resistencia de corriente alterna (R_{ac}) se diferencia de su homóloga la de corriente continua (R_{dc}), en el hecho que la primera considera la distribución no uniforme de la corriente a lo largo de la sección transversal de conductor, como consecuencia de los fenómenos que se hacen presente al trabajar con corriente alterna. Los valores de resistencia de corriente alterna, se apoyan en considerar la acción del fenómeno piel (*Skin Effect*) el cual indica que en los conductores con sección transversal circular, aumenta la densidad de corriente del interior al exterior, sin embargo en conductores de radio suficientemente grande, se pueden presentar densidades de corriente oscilante a lo largo del radio. Los estudios de la resistencia de corriente alterna en conductores, pueden ser un trabajo profundo, los fabricantes suelen realizar pruebas a sus productos, suministrando esta información en forma tabulada. Los incrementos en la resistencia debidos al efecto piel se puede calcular para alambres circulares y tubos de conductores sólidos con la curvas R/R_0 disponibles para los distintos tipos de conductores.

2.7.4. Valores Tabulados de Resistencia Eléctrica de Conductores

Aunque existen métodos analíticos para calcular los valores de resistencia de corriente alterna para los distintos tipos de conductores y materiales y su posible variación con la temperatura, la mayoría de los

fabricantes suministran junto a su producto una cantidad de tablas donde se incluyen los posibles valores de resistencias en corriente continua y alterna para ciertas temperaturas.

Por ejemplo, supóngase un conductor de ACSR del tipo Pheasant, constituido por 3 capas de aluminio 54/19, con una resistencia 0.0135Ω por 1000 pies a una temperatura de 20 Celcius, una resistencia de corriente alterna de 0.0762Ω milla a la misma temperatura o 0.0821 a 50 grados centígrados.

La resistencia de corriente continua puede ser calculada por:

$$R_{dc} = 0.0135 \Omega / 1000 \text{ pies} \times 5279.99 \text{ pies} / \text{milla}$$

$$R_{dc} = 0.712799 \Omega / \text{milla}$$

a 20° centígrados.

$$R_{ac} = 0.0762 \Omega / \text{milla}$$

la relación:

$$R_{ac} / R_{dc} = 0.0762 / 0.712799$$

$$R_{ac} / R_{dc} = 1.069023$$

El efecto piel causa un aumento de la resistencia de 6.9023%

2.8 Definición de Inductancia

En el año de 1831, el físico inglés Michael Faraday, postulo a partir de resultados experimentales una de las leyes más importantes del electromagnetismo y que lleva su nombre, Ley de inducción de Faraday. La mencionada ley establece que la fuerza electromotriz inducida es igual a la rapidez de cambio del flujo de campo magnético a través del circuito excepto por un signo negativo:

$$V = - \frac{d\Psi}{dt} \quad (4)$$

siendo : Ψ el número de enlaces de flujo número de líneas de inducción del circuito [Weber - Vueltas]. Para obtener el número total de enlaces de flujo se suma todos los productos de las líneas de campo por el número de vueltas que enlazan. Experimentos han demostrado que en un circuito magnético, si la corriente cambia el flujo de campo magnético representado por las líneas de campo. Asumiendo la permeabilidad del medio en que actúa el campo magnético es constante, entonces bajo esta circunstancia, el número de enlaces de flujo de campo es directamente proporcional a la corriente, siendo la constante de proporcionalidad conocida con el nombre de inductancia (L):

$$\Psi = Li \quad (5)$$

entonces la fuerza electromotriz inducida, es proporcional a rapidez de cambio de la corriente, siendo la constante de proporcionalidad la inductancia del circuito, pudiéndose escribir:

$$V = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

si el número de líneas de enlace de flujo varía linealmente con la corriente, suponiendo un medio de permeabilidad constante, entonces la inductancia (L) puede salir de la derivada.

$$V = L \frac{di}{dt} \quad (6)$$

siendo :

L : La inductancia o coeficiente de autoinducción. La unidad de la inductancia lleva el nombre del científico americano Joseph Henry, quien desarrolló estudios paralelos a los de Michael Faraday.

Por circuitos eléctricos se conoce que la caída de tensión debida a una inductancia puede ser escrita por:

$$V = j\omega LI = j\omega\Psi \quad (7)$$

El flujo de campo magnético es posible que circule por dos (2) circuitos, empleándose el concepto de inductancia mutua en este caso:

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} \quad (8)$$

el fasor caída de voltaje en el circuito 1 originado por los enlaces de flujo del circuito 2 puede ser escrito como:

$$V_1 = j\omega M_{12} I_2 = j\omega\Psi_{12} \quad (9)$$

La inductancia mutua es muy importante para determinar la influencia de las líneas de transmisión sobre las líneas telefónicas, estructuras metálicas, etc., además de estudiar al acoplamiento entre líneas de transmisión paralelas.

2.8.1. Campo Magnético de un Conductor Infinitamente Largo

Imagínese un conductor cilíndrico de longitud infinita y radio R ($R>0$), por medio del cual circula una cierta corriente I_0 .

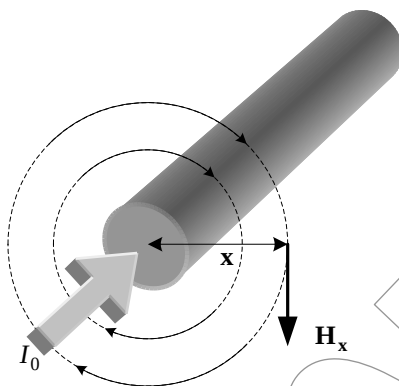


Figura 5. Campo magnético alrededor de un alambre cilíndrico atravesado por corriente

Como es conocido desde los experimentos de *Hans Christian Oersted* (1777-1851), cuando por un conductor circula una corriente, en el espacio alrededor del conductor se engendra un cierto campo magnético, que depende de la magnitud y dirección de la corriente. Experimentos posteriores llevados a cabo por el francés *André Marie Ampere* (1775-1836), concluyen que el campo magnético en torno de un conductor por donde circula corriente, depende directamente de la magnitud de la corriente e inversamente proporcional a la distancia; de manera que a puntos muy cercanos al conductor la intensidad del campo magnético es elevada, disminuyendo a medida que se aleja de él.

En el caso de distribución uniforme de corriente a lo largo de la sección transversal del conductor, como lo que resulta de la corriente continua, entonces se puede hablar de dos flujos de campo magnético, uno externo y uno interno.

2.8.2. Inductancia de un conductor debido al flujo interno

Imagínese un cierto conductor cilíndrico macizo de radio R ($R>0$) e infinitamente largo, colocado en el espacio a una distancia muy grande respecto a tierra, o cualquier otra fuente de campo magnético (con el fin de evitar el efecto proximidad). Supóngase que por dicho conductor se transporta una corriente constante positiva I_0 . Se supone que el conductor de retorno de dicha corriente se encuentra tan alejado que no influye su campo magnético de este conductor en el de estudio.

Si se imagina que la corriente entra al conductor, entonces el sentido de las líneas de campo puede ser establecido por la regla de la mano derecha, resultando que el campo se encuentra en el sentido horario.

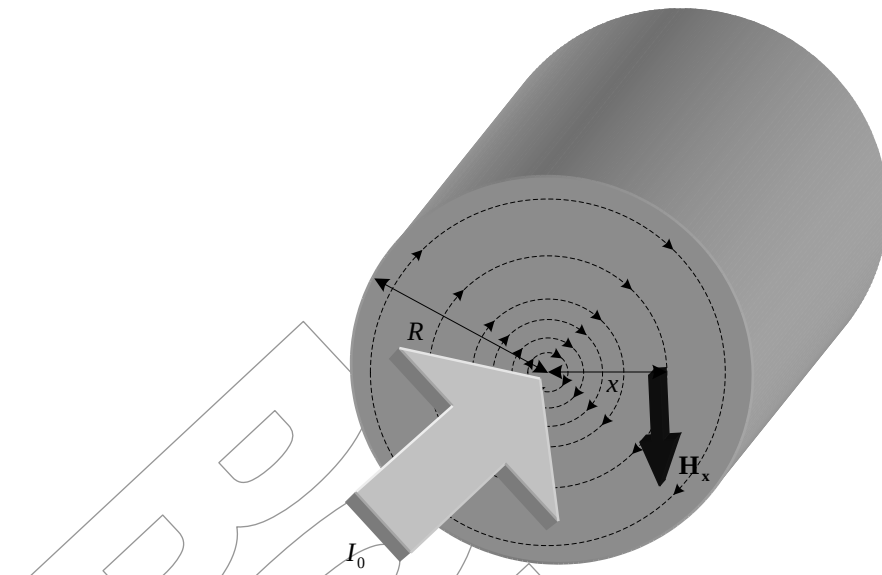


Figura 6. Campo Magnético Interno de un Conductor atravesado por Corriente

Si se desea estimar el campo magnético dentro del conductor, se puede aplicar la Ley de Ampere:

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I_0 \quad (10)$$

Siendo $\mathbf{H}$: la intensidad del campo magnético y $d\mathbf{L}$ un diferencial de longitud, el cual se escoge sobre una trayectoria de integración, que por conveniencia se escoge sobre una de las líneas de campo. Como es conocido las líneas de campo dentro de un conductor cilíndrico, son circunferencias concéntricas de radios crecientes. Supóngase que se desea la magnitud del campo magnético en un punto “x” a una distancia x ($x > 0$).

$$\oint_L \mathbf{H}_x \cdot d\mathbf{L} = I_x \quad (11)$$

En esta situación el campo magnético $\mathbf{H}_x$ y el diferencial de longitud $d\mathbf{L}$, son paralelos, por lo cual luego del desarrollo del producto escalar de los dos vectores resulta:

$$|\mathbf{H}_x| \int |d\mathbf{L}| = I_x \quad (12)$$

El campo magnético puede salir de la integral debido a que su magnitud es constante a lo largo de la trayectoria de integración, resultando finalmente:

$$|\mathbf{H}_x| = \frac{xI_0}{2\pi R^2} \quad (13)$$

para $0 < x < R$.

El valor de la densidad de campo magnético a una distancia x del centro del conductor puede ser expresado por:

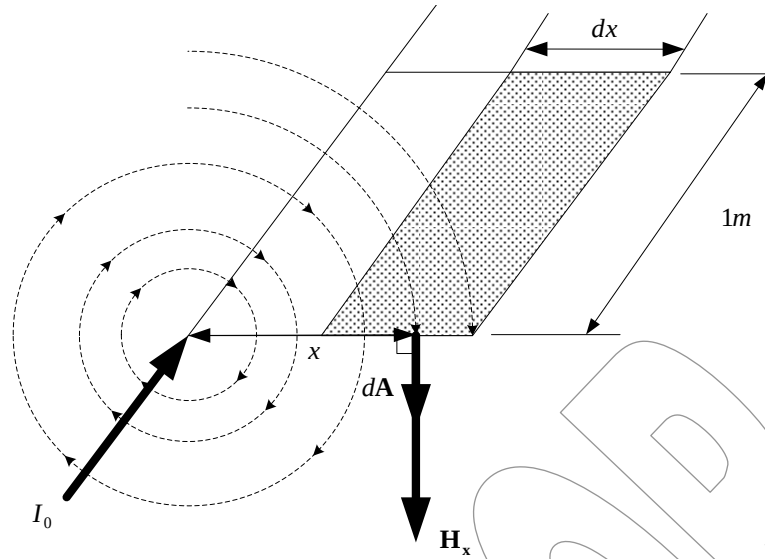
$$\mathbf{B}_x = \mu \mathbf{H}_x \quad (14)$$

$$|\mathbf{B}_x| = \frac{\mu x I_0}{2\pi R^2} \quad (13)$$

en $[\text{Weber/m}^2]$, siendo la permeabilidad: $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$

Supóngase que se selecciona una cierta sección transversal del conductor de longitud 1m, de manera que se desea estimar el valor del flujo de campo magnético que atraviesa dicha sección:

$$\phi_B = \oint_S \mathbf{B}_x \cdot d\mathbf{A} \quad (14)$$



Si se escoge un diferencial de área de espesor dx , a una posición x medida desde el centro del conductor, pero con una longitud de 1m, entonces resulta:

$$|dA| = dx \quad (15)$$

$$d\phi_b = \frac{\mu x I_0 dx}{2\pi R^2} \quad (16)$$

en [Weber/m]

Si se considera el flujo concatenado, por metro de longitud, producidos por el flujo del elemento tubular son el producto del flujo por metro de longitud por la fracción de corriente enlazada.

$$d\Psi = \frac{\pi x^2}{\pi R^2} d\phi_b = \frac{\mu x^3 I_0 dx}{2\pi R^4}$$

en [Weber-Vueltas/m]

Finalmente para obtener los enlaces de flujo totales dentro del conductor, se puede integrar desde el centro del conductor ($x = 0$), hasta el extremo exterior ($x = R$), resultado:

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{\mu I_0}{2\pi R^4} \int_{x=0}^{x=R} x^3 dx \quad (17)$$

en [Weber-Vueltas/m]

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{\mu I_0}{8\pi} \text{ en [Weber-Vueltas/m]} \quad (18)$$

si se considera que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ y $\mu_r = 1$, entonces sustituyendo se tiene:

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} I_0 \quad (19)$$

finalmente utilizando el concepto de inductancia resulta que:

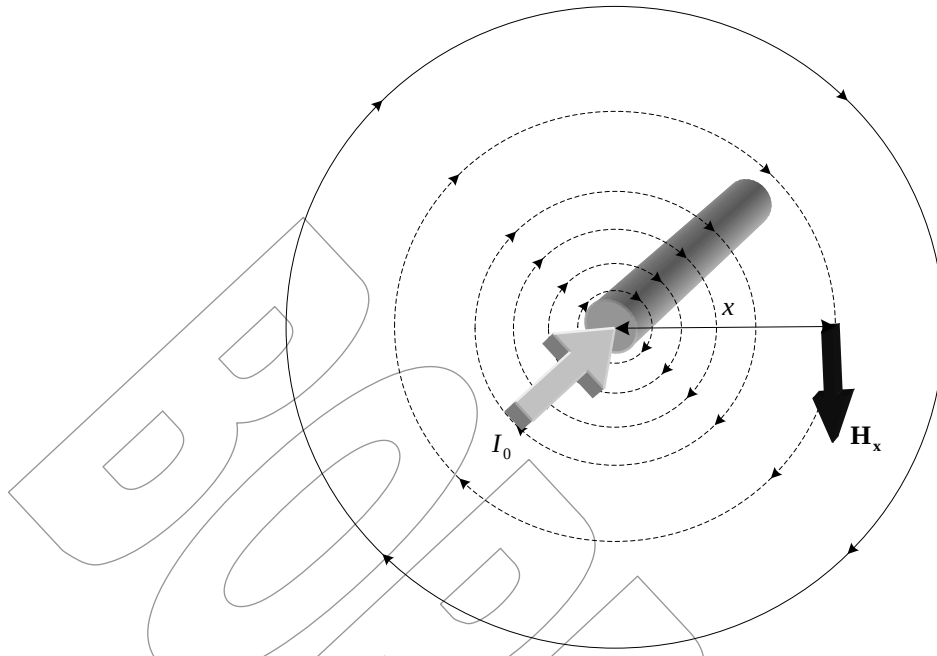
$$L_{\text{int}} = \frac{\Psi_{\text{int}}}{I_0}$$

$$L_{\text{int}} = \frac{1}{2} 10^{-7} \text{ [Hy/m]} \quad (20)$$

2.9 Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

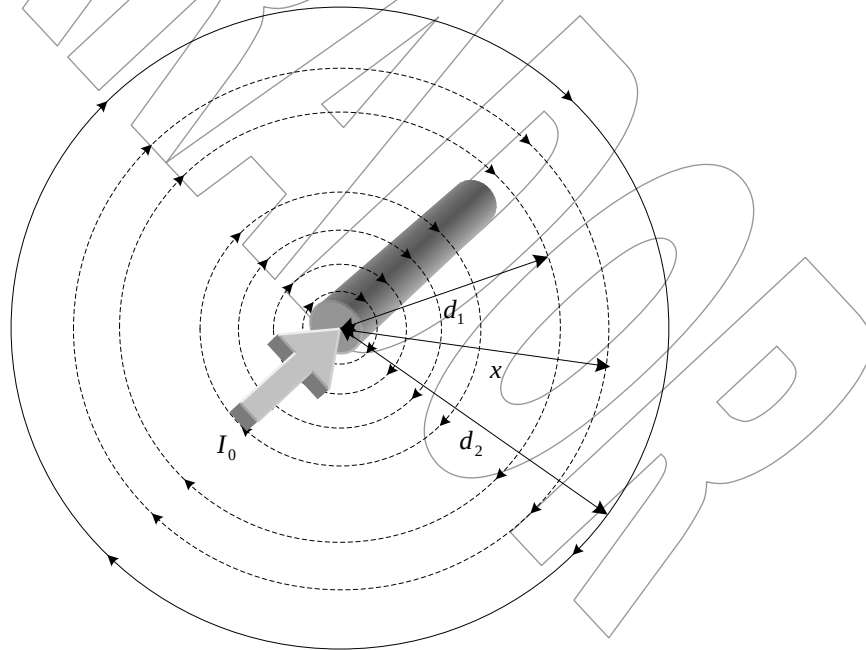
Imagínese un cierto conductor cilíndrico macizo de radio R ($R > 0$) e infinitamente largo, colocado en el espacio a una distancia muy grande respecto a tierra, o cualquier otra fuente de campo magnético (con el fin

de evitar el efecto proximidad). Supóngase que por dicho conductor se transporta una corriente constante positiva I_0 . Se supone que el conductor de retorno de dicha corriente se encuentra tan alejado que no influye su campo magnético de este conductor en el de estudio.



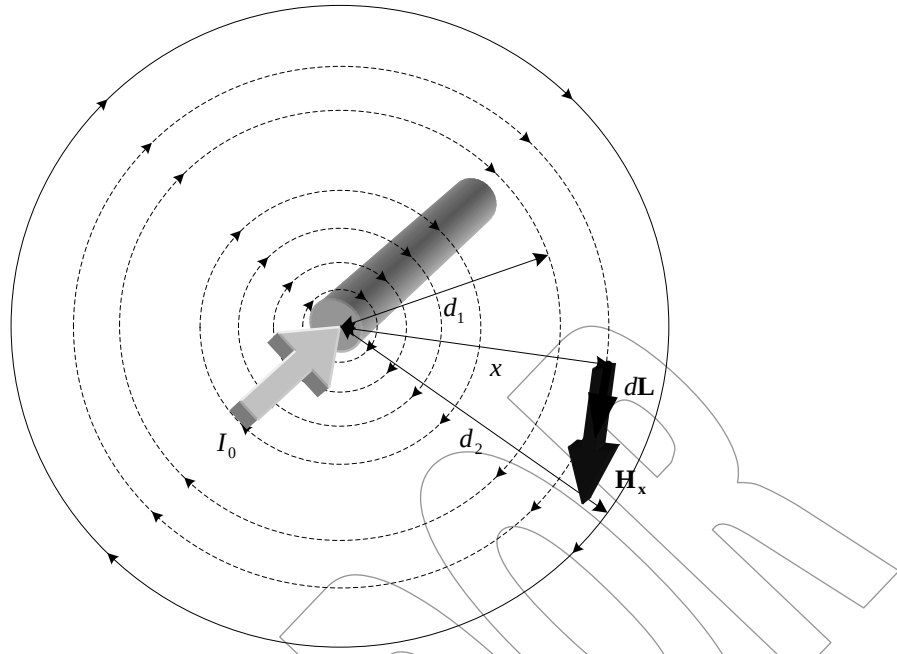
Si se imagina que la corriente entra al conductor, entonces el sentido de las líneas de campo puede ser establecido por la regla de la mano derecha, resultando que el campo se encuentra en el sentido horario.

Ahora imagínese dos (2) puntos externos al conductor, tal que se encuentran a distancias d_1 y d_2 , medidas desde el centro del conductor, siendo $d_2 > d_1$.



Como es conocido las líneas de campo en puntos externos de un conductor cilíndrico, son circunferencias concéntricas de radios crecientes. Supóngase que se desea la magnitud del campo magnético en un punto x a una distancia x ($d_1 < x < d_2$), entonces aplicando la Ley de Ampere resulta:

$$\oint_L \mathbf{H}_x \cdot d\mathbf{L} = I_x \quad (11)$$



En esta situación el campo magnético $\mathbf{H}_x$ y el diferencial de longitud $d\mathbf{L}$, son paralelos, por lo cual luego del desarrollo del producto escalar de los dos vectores resulta.

$$|\mathbf{H}_x| \int |d\mathbf{L}| = I_x \quad (12)$$

El campo magnético puede salir de la integral debido a que su magnitud es constante a lo largo de la trayectoria de integración, resultando finalmente:

$$|\mathbf{H}_x| = \frac{I_0}{2\pi x} \quad (21)$$

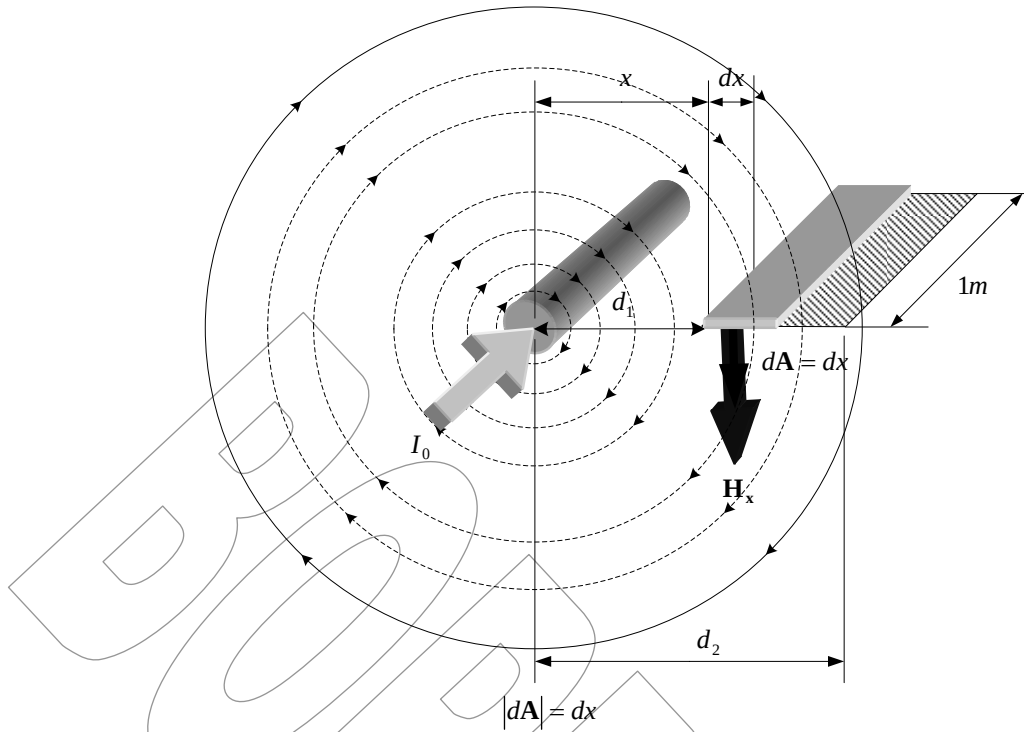
donde: $x > R$.

El valor de la densidad de campo magnético a una distancia x del centro del conductor puede ser expresado por:

$$\mathbf{B}_x = \mu \mathbf{H}_x \quad (14)$$

$$|\mathbf{B}_x| = \frac{\mu I_0}{2\pi x} \quad \text{para } x > R \quad (22)$$

Si se escoge un diferencial de área de espesor dx , a una posición x medida desde el centro del conductor, pero con una longitud de 1m, entonces resulta:



$$|dA| = dx \quad (15)$$

$$d\phi_b = \frac{\mu I_0 dx}{2\pi x} \text{ [Weber/m]} \quad (23)$$

Los enlaces de flujo $d\psi$, son numéricamente iguales al flujo $d\phi$, puesto que el flujo exterior al conductor enlaza toda la corriente de; conductor tan solo una vez;

$$d\Psi = \frac{\mu I_0 dx}{2\pi x} \text{ [Weber-Vueltas/m]} \quad (24)$$

entonces los enlaces de flujo totales entre el punto 1 y 2, se obtienen integrado el diferencial de flujo $d\Psi$ concatenado desde $x = d_1$ a $x = d_2$.

$$\Psi_{ext} = \mu I_0 \int_{x=d_1}^{x=d_2} \frac{dx}{x} \quad (25)$$

en [Weber-Vueltas/m]

Sustituyendo la definición de permeabilidad y evaluando la integral resulta:

$$\Psi_{ext} = 2 \cdot 10^{-7} I_0 \ln \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \quad (25)$$

recurriendo a la definición de inductancia resulta :

$$L_{ext} = \frac{\Psi_{ext}}{I_0} \quad (26)$$

$$L_{ext} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (27)$$

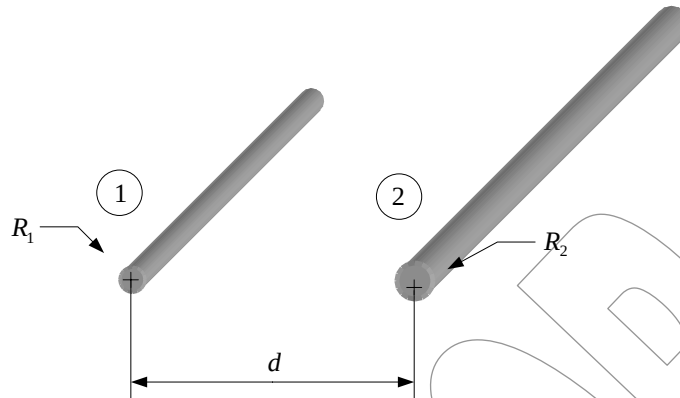
Utilizando la definición de logaritmo base diez:

$$L_{ext} = 0.7411 \log_{10} \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \text{ [mHy/milla]} \quad (28)$$

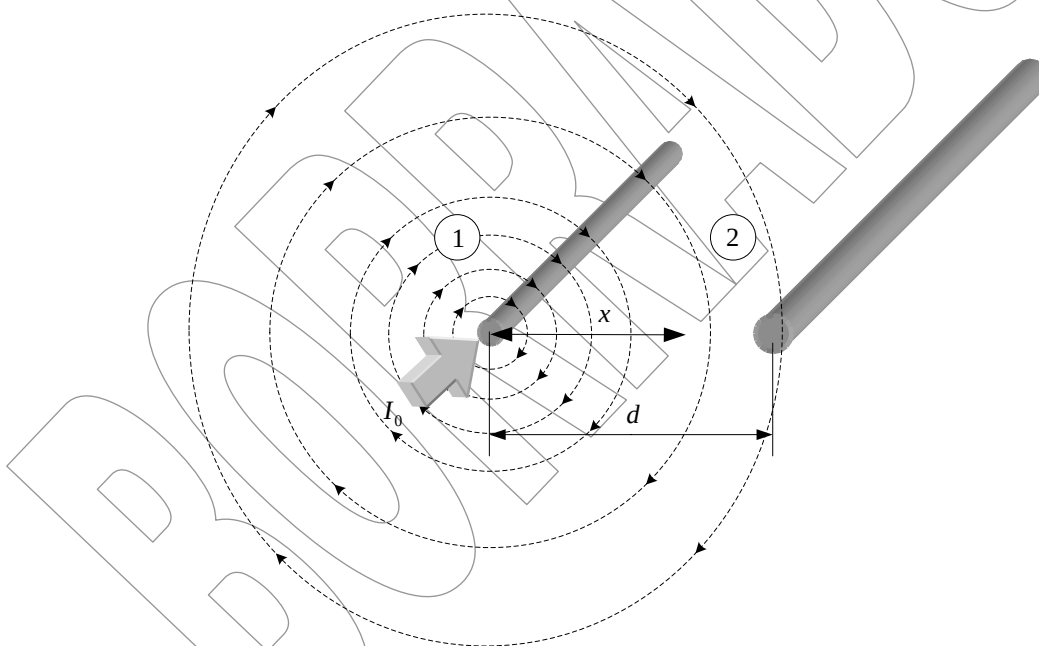
2.10 Inductancia de una Línea Bifilar Monofásica

Imaginase dos (2) conductores cilíndricos macizos de longitud infinita, y de radios R_1 y R_2 , que se encuentran dispuestos paralelamente en el mismo plano, separados una distancia fija d ($d > 0$). Supóngase que por cada uno de ellos se transporta una corriente constante positiva I_0 , pero en direcciones opuestas.

Supóngase que los conductores se encuentran suspendidos a una distancia muy grande de tierra o de cualquier fuente de campo magnético, y que son rectos, son se considera el elongamiento producto del peso del conductor. A la configuración de dos (2) conductores antes descrita recibe el nombre de línea bifilar monofásica.



Imagínese por un instante que se quiere determinar los enlaces de flujo debido a la corriente que circula por el conductor "1". Suponga una línea de campo circular con centro en el conductor "1" y de radio mayor a $d+R_2$, en este caso la línea de campo no enlaza circuito con corriente (debido a que las corrientes se anulan al circular en sentido contrario), por lo que la ley de Ampere permite predecir que dicha línea de campo no induce una FEM. Considérese una línea de campo circular centrada en el conductor "1", pero con un radio mayor a R_1 y menor a $d-R_2$, esta línea de campo enlaza toda la corriente que circula por el conductor "1". Si por el contrario se toma una línea de campo dentro del conductor recto cilíndrico, que varía de radio entre 0 y R_1 , entonces enlazará una corriente entre 0 y I_0 .



Por lo general, ocurre que la distancia que separa los conductores, es mucho mayor que los radios de los conductores, ($d \gg R_1$ y $d \gg R_2$), entonces se puede suponer que la densidad de flujo a través de los conductores es aproximadamente constante.

Ante la suposición que la separación de los conductores es mucho mayor que los radios, entonces se puede suponer que toda línea de flujo exterior al conductor "1" hasta una distancia igual a d , enlaza una corriente igual a I_0 , mientras que una línea de campo de radio mayor a d , enlaza una corriente nula.

Supóngase que el conductor "1" posee una inductancia L_1 , constituida por la inductancia propia L_{1int} producida por los enlaces de flujo internos del conductor, y una inductancia externa L_{1ext} , producida por los enlaces de flujo entre el exterior del conductor "1" hasta una distancia d .

$$L_1 = L_{1int} + L_{1ext} \quad (29)$$

Realizando las sustituciones de (20) y (27):

$$L_{1int} = \frac{1}{2} 10^{-7} \text{ [Hy/m]} \quad (20)$$

$$L_{1ext} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (27)$$

Resulta:

$$L_1 = \frac{1}{2} 10^{-7} + 2 \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{d}{R_1} \right)$$

$$L_1 = \left(\frac{1}{2} + 2 \ln \left(\frac{d}{R_1} \right) \right) 10^{-7}$$

$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{1}{4} + \ln \left(\frac{d}{R_1} \right) \right)$$

$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \left(e^{\frac{1}{4}} \right) + \ln \left(\frac{d}{R_1} \right) \right)$$

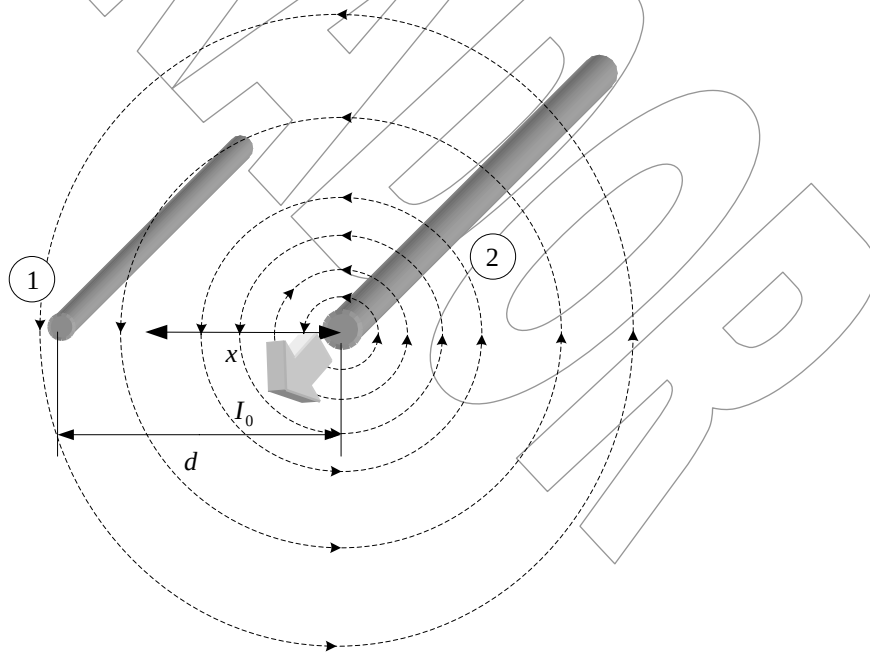
$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{d}{R'_1} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (30)$$

siendo :

$$R'_1 = R_1 e^{\frac{1}{4}} \quad (31)$$

R'_1 : recibe el nombre de *Radio Medio Geométrico*, simplemente expresa el radio equivalente de un conductor hipotético, que se considera que no posee flujo de campo magnético interno. Un conductor tubular de espesor infinitesimal, no tiene flujo interior pero tiene una inductancia igual a la del conductor original.

Una situación similar puede ser planteada igualmente para el conductor "2", simplemente con la salvedad que el sentido de la corriente es 180° opuestos a la que circula por el conductor "1".



Suponga que el conductor "2" posee una inductancia L_2 , constituida por una inductancia interna L_{2int} , producto del flujo interno en el conductor "2" y una inductancia L_{2ext} , producto del flujo externo al conductor "2".

$$L_2 = L_{2int} + L_{2ext} \quad (32)$$

realizando un desarrollo similar al utilizado para el conductor "1" se tiene:

$$L_2 = 2 \cdot 10^{-7} L_n \left(\frac{d}{R_2} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (33)$$

siendo :

$$R'_2 = R_2 e^{\frac{1}{4}} \quad (34)$$

semejante al caso del conductor "1", R'_2 indica el radio de un conductor hipotético sin flujo interno, que posee igual inductancia al conductor original.

Finalmente la corriente que circula por la línea bifilar monofásica debe atravesar ambas inductancias, por lo que la inductancia total de la línea L , será simplemente la suma de las inductancias de cada uno de los conductores.

$$L = L_1 + L_2 \quad (35)$$

$$L = 4 \cdot 10^{-7} L_n \left(\frac{d}{\sqrt{R'_1 R'_2}} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (36)$$

en el caso que la líneas posee radios iguales en ambos conductores $R_1 = R_2 = R$, entonces $R'_1 = R'_2 = R'$

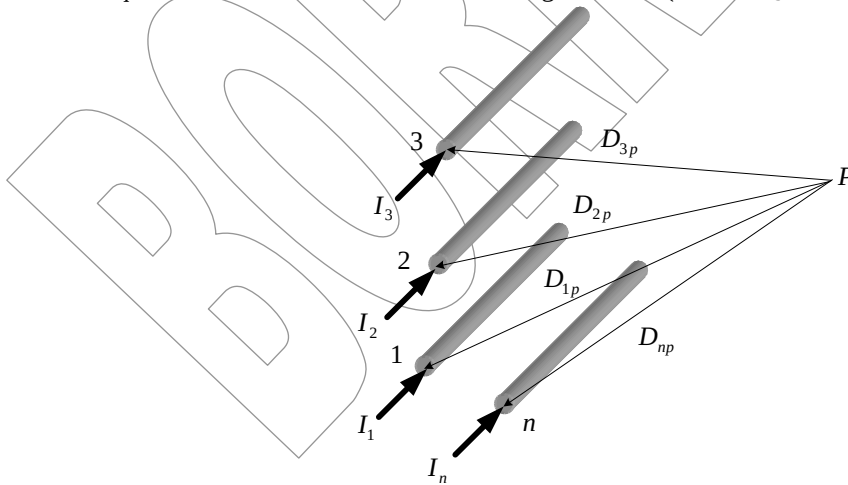
$$L = 4 \cdot 10^{-7} L_n \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (38)$$

$$L = 1.482 \text{Log}_{10} \left(\frac{d}{R} \right) \text{ [mHy/milla]} \quad (39)$$

Las ecuaciones anteriores para inductancia, solo es válida para una líneas bifilar que toma en cuenta los enlaces de flujo de campo magnético producidos por la corriente que circula por ambos conductores pero en sentido contrario, la inductancia obtenida es por unidad de longitud.

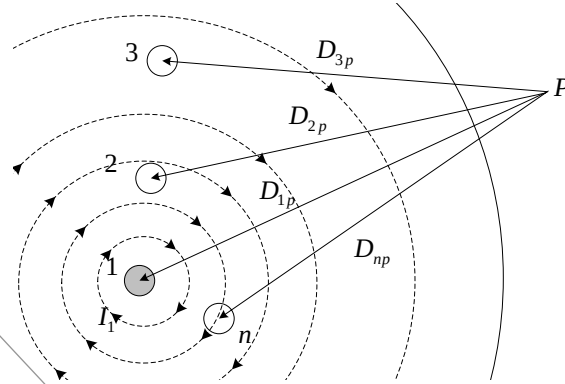
2.11 Grupo de n Conductores

Imagínese que se desea generalizar el caso de una líneas bifilar monofásica, al caso de n conductores en paralelo, conformando lo que se suele denominar un grupo. Suponga que cada uno de los conductores se denotan por: 1,2,3,..., n , donde cada uno de ellos transporta una corriente $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ respectivamente, pero son tales que la suma de todas esta corrientes es igual a cero ($I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$).



Suponga igualmente que la distancia entre los conductores y un punto lejano que por simpatía se denota por P , son $D_{1p}, D_{2p}, \dots, D_{np}$, siendo D_{jp} , la distancia del conductor j al punto P . Supóngase que no existen materiales magnéticos presentes en el espacio, de igual manera que no existe otras fuentes de campo magnético ni se encuentra cerca la tierra a este grupo de conductores.

Los enlaces de flujo totales del conductor "1" son la suma de los enlaces de flujo que enlazan al conductor "1" debido a las corrientes de todos lo conductores.



Denótese por Ψ_{1p} , los enlaces de flujo en el conductor "1" debido a I_1 , considerando el flujo interno $\Psi_{1p}^{1(int)}$, pero excluyendo el flujo más allá del punto P, $\Psi_{1p}^{1(ext)}$.

$$\Psi_{1p}^1 = \Psi_{1p}^{1(int)} + \Psi_{1p}^{1(ext)} \quad (40)$$

$$\Psi_{1p}^{1(int)} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} I_1 \quad (41)$$

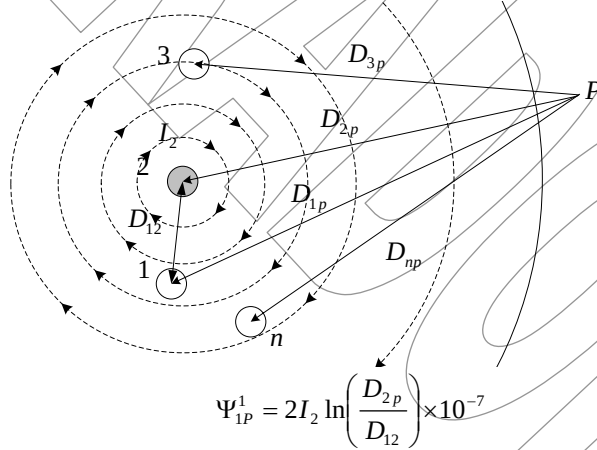
$$\Psi_{1p}^{1(ext)} = 2 \times 10^{-7} I_1 \ln \left(\frac{D_{1p}}{R_1} \right) \quad (42)$$

Agrupando las expresiones y reordenando resulta:

$$\Psi_{1p}^1 = \left[\frac{1}{2} I_1 + 2 I_1 \ln \left(\frac{D_{1p}}{r_1} \right) \right] \times 10^{-7} \quad (42)$$

$$\text{Donde : } R_1 = r_1 e^{\frac{1}{4}} \quad (31)$$

Por su parte, los enlaces de flujo entre el conductor 1 y el punto P, debido a la corriente que circula por el conductor 2, I_2 , excluyendo el flujo más allá de P. Viene dado por Ψ_{1p}^2 :



$$\Psi_{1p}^2 = 2 I_2 \ln \left(\frac{D_{2p}}{D_{12}} \right) \times 10^{-7}$$

Sea Ψ_{1p}^j los enlaces de flujo en el conductor "1" debido a la corriente que circula por el conductor j (I_j), excluyendo el flujo más allá del punto P.

$$\Psi_{1p}^2 = 2.10^{-7} I_2 \ln \left(\frac{D_{2p}}{D_{12}} \right) \quad (43)$$

$$\Psi_{1p}^3 = 2.10^{-7} I_3 \ln \left(\frac{D_{3p}}{D_{13}} \right) \quad (44)$$

$$\Psi_{1P}^4 = 2 \cdot 10^{-7} I_4 \ln \left(\frac{D_{4P}}{D_{14}} \right) \quad (45)$$

hasta:

$$\Psi_{1P}^n = 2 \cdot 10^{-7} I_n \ln \left(\frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \quad (46)$$

conociendo los enlaces de flujo que afectan al conductor "1", debido a las corrientes $I_1, I_2, \dots, I_n$, pero excluyendo el flujo más allá del punto P , se puede determinar la cantidad total de flujo de afecta al conductor "1", siendo esta la suma de las contribuciones individuales de flujo de campo magnético

$$\Psi_{1P} = \sum_{j=1}^n \Psi_{1P}^j \quad (47)$$

$$\Psi_{1P} = \Psi_{1P}^1 + \Psi_{1P}^2 + \Psi_{1P}^3 + \dots + \Psi_{1P}^n$$

Sustituyendo cada uno de los flujos conseguidos con anterioridad en (42) a (46):

$$\Psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left[I_1 \ln \left(\frac{D_{1P}}{R_1} \right) + I_2 \ln \left(\frac{D_{2P}}{D_{12}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \right] \quad (48)$$

Desarrollando la propiedad de los logaritmos, en donde la suma de logaritmos se transforma en el logaritmo de los productos, resulta:

$$\Psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left[I_1 \ln \left(\frac{1}{R_1} \right) + I_2 \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) + I_1 \ln(D_{1P}) + I_2 \ln(D_{2P}) + \dots + I_n \ln(D_{nP}) \right]$$

Como se asumió en un comienzo, la sumatoria de las corrientes que circulan por los conductores es nula, por ello:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0 \quad (49)$$

Despejando la n -ésima corriente:

$$I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1})$$

Sustituyendo en el flujo que atraviesa en el conductor "1":

$$\Psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left[I_1 \ln \left(\frac{1}{R_1} \right) + I_2 \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) + I_1 \ln \left(\frac{D_{1P}}{D_{nP}} \right) + I_2 \ln \left(\frac{D_{2P}}{D_{nP}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{D_{n-1,P}}{D_{nP}} \right) \right]$$

Imagínese ahora que el punto P se aleja hacia el infinito, entonces los términos logarítmicos de las relaciones de distancias desde el punto P se hagan infinitesimales, porque dichas relaciones tienden a la unidad.

$$D_{1P} = D_{2P} = D_{3P} = \dots = D_{nP} \quad (50)$$

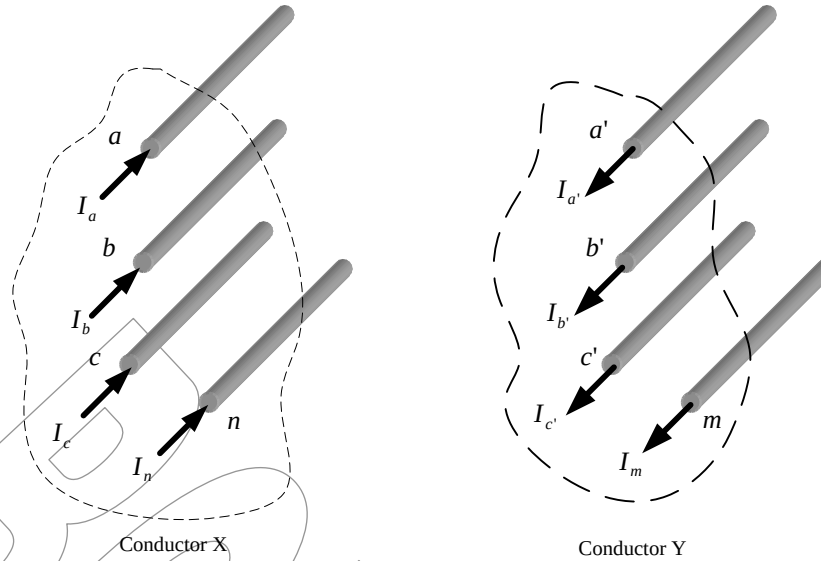
entonces resulta que:

$$\Psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left[I_1 \ln \left(\frac{1}{R_1} \right) + I_2 \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) \right] \quad (51)$$

La suposición que el punto P se desplaza hacia el infinito permite considerar todos los enlaces de flujo del conductor "1". La ecuación antes deducida, permite determinar todos los enlaces de flujo en el conductor "1" de un grupo de conductores, pero solo cuando la sumatoria de las corrientes que circula por el grupo es cero.

2.12 Inductancia de líneas de conductores compuestos

Los conductores multifilares trenzados, están comprendidos dentro de la categoría de conductores compuestos, debido a que cada conductores, esta constituido por una serie de alambres cilíndricos que se trenzan quedando finalmente en paralelo.



Imagínese una línea monofásica conformada por dos (2) conductores X y Y, supóngase que cada conductor, esta compuesto por un grupo de conductores agrupados de manera arbitraria; en primera instancia supóngase que el conductor X consta de n conductores, mientras que el conductor Y esta constituida por m conductores agrupados. Se supone que los hilos conductores que conforman los grupos de conductores, son cilíndricos, rectos, macizos, de longitud infinitamente larga, además que no existe ninguna otra fuente de campo magnético cerca y la distancia a tierra es infinitamente grande.

Ahora suponga que en cada grupo de conductores, la corriente se reparte uniformemente, de modo que en el conductor X compuesto por n hilos en paralelo, por cada uno de ellos circula una corriente igual a I/n , en el caso del conductor Y posee m hilos, por lo que circula $-I/m$, en cada uno; el signo negativo simplemente indica que la corriente en el conductor Y es el retorno del conductor X.

Denotase por: $a, b, c, \dots, n$ los hilos del conductor X y por: $a', b', c', \dots, m$ los hilos del conductor Y. Entonces tómese como punto de partida el hilo a del conductor X, en este los enlaces de flujo son:

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n} \left[\ln \left(\frac{1}{R'_a} \right) + \ln \left(\frac{1}{D_{ab}} \right) + \dots + \ln \left(\frac{1}{D_{an}} \right) \right] - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m} \left[\ln \left(\frac{1}{D_{aa'}} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{D_{ab'}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{D_{am}} \right) \right] \quad (52)$$

Aplicando la propiedad de logaritmos, que indica que una constante por un logaritmo es equivalente al logaritmo de la cantidad elevada a la constante:

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} I \left[\ln \left(\frac{1}{\sqrt[n]{R'_a}} \right) + \ln \left(\frac{1}{\sqrt[n]{D_{ab}}} \right) + \dots + \ln \left(\frac{1}{\sqrt[n]{D_{an}}} \right) \right] - 2 \times 10^{-7} I \left[\ln \left(\frac{1}{\sqrt[m]{D_{aa'}}} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{\sqrt[m]{D_{ab'}}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{\sqrt[m]{D_{am}}} \right) \right]$$

agrupando términos comunes se tiene:

$$\Psi_a = 2 \cdot 10^{-7} I \ln \left(\frac{\sqrt[m]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'} \dots D_{am'}}}{\sqrt[n]{R'_a \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{ad} \dots D_{an}}} \right) \quad (54)$$

Finalmente se puede obtener la inductancia del hilo a del conductor X (L_a), por la definición de inductancia:

$$L_a = \frac{\Psi_a}{\left(\frac{I}{n} \right)} \quad (55)$$

$$L_a = 2n \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{\sqrt[m]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'} \dots D_{am'}}}{\sqrt[n]{R'_a \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{ad} \dots D_{an}}} \right) \quad (56)$$

Aplicando un trabajo similar se puede obtener el flujo del hilo b del conductor X (L_b), para posteriormente encuentra la inductancia del hilo:

$$L_b = 2n \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{\sqrt[n]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm'}}}{\sqrt[n]{R_b D_{bb} D_{bc} D_{bd} \dots D_{bn}}} \right) \quad (57)$$

En general, se puede operar similarmente para todos y cada uno de los hilos del conductor X. La inductancia media (L_{med}) de todos los hilos del conductor X es:

$$L_{med} = \frac{(L_a + L_b + L_c + \dots L_n)}{n} \quad (58)$$

El conductor X, como ya se mencionó, se encuentra constituido por n hilos en paralelo, cada uno de los cuales tienen la misma inductancia que es igual a $1/n$ la inductancia del conductor X.

$$L_x = \frac{L_{med}}{n} = \frac{(L_a + L_b + L_c + \dots L_n)}{n^2} \quad (59)$$

En base a los cálculos antes realizados, sustituyendo en la expresión anterior de la inductancia se tiene:

$$L_x = K \ln \left[\frac{\sqrt[nm]{(D_{aa'} D_{ab'} \dots D_{am'}) (D_{ba'} D_{bb'} \dots D_{bm'}) \dots}}{\sqrt[nm]{(R_a D_{as} D_{as} \dots D_{an}) (R_b D_{bs} D_{bs} \dots D_{bn}) \dots}} \right] \quad (60)$$

siendo $K = 2 \cdot 10^{-7}$

El numerador de la expresión de la inductancia, es una raíz $m \times n$ -ésima de $m \times n$ términos, los cuales son los productos de las distancias de todos los n hilos del conductor X a todos los m hilos del conductor Y. La cantidad del numerador se denomina *Distancia Media Geométrica*, y corresponde a la $m \times n$ raíz de la $m \times n$ distancias entre el conductor X y Y, se suele representar por D_m o DMG, y también se le denomina DMG entre los dos conductores.

En el denominador de la expresión de la inductancia aparece una raíz n^2 , de n^2 términos, debida a que hay n hilos y por cada hilo hay un producto de n términos; la expresión sub-radical es el producto de las distancias de cada uno de los hilos a sí mismo y a los restantes hilos. Al denominador de la expresión logarítmica de la inductancia del suele denominar DMG propia o radio medio geométrica RMG, denotado por D_s .

La expresión de la inductancia puede ser escrita por:

$$L_x = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{DMG}{RMG} \right) \quad \text{en [Henry/m]} \quad (62)$$

$$L_x = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{D_m}{D_s} \right)$$

$$L_x = 0.7411 \log_{10} \left(\frac{D_m}{D_s} \right) \quad \text{en [mHy/milla]} \quad (63)$$

Con un procedimiento similar al seguido para encontrar la inductancia del conductor X, puede ser obtenido la inductancia del conductor Y L_y , resultando que la inductancia total de la línea de transmisión puede ser encontrada como:

$$L = L_x + L_y \quad (64)$$

Es importante mencionar que las expresiones encontradas para determinar la inductancia, son válidas para aquellas líneas de tipo monofásica, para alambres de tipo cilíndrico y macizo, donde se admita que la corriente se reparte uniformemente por cada uno de ellos. El DMG desde un punto a un grupo de otros puntos puede ser interpretado como la media geométrica de las distancias desde un punto a cada uno de los otros puntos.

2.12.1.1. Distancia Media Geométrica

Es un concepto matemático, y es la media geométrica de la distancia entre un punto y un conjunto de puntos. Es la media geométrica de la distancia entre un punto y los demás.

Cuando el número de puntos es muy grande, se acerca a la distancia entre el punto y el centro de la circunferencia hipotética que los rodea.

2.12.1.2. Distancia Media Geométrica de un punto y una superficie

El DMG entre el punto y la superficie se definen como el limite de la DMG entre el punto y los elementos de la superficie cuando tienden a infinito.

2.12.1.3. Radio Medio Geométrico

Es un conductor tubular de espesor diferencial y con una inductancia semejante al equivalente de los conductores, pero con flujo interno cero.

2.13 Inductancia de Conductores en Tablas

El radio medio geométrico (RMG) de cada conductor, de cualquier número de conductores puede ser calculado, pero el interés práctico de este cálculo es casi nulo, debido a que los fabricantes proveen con sus productos, los valores ya calculado de los RMG de los conductores normales. En los conductores no homogéneos como los ACSR, el determinar el valor de RMG, por este procedimiento puede ser arduo, por lo que es conveniente utilizar valores tabulador, previamente probados y calculados por los fabricantes, sin que implique ningún error.

En los cálculos eléctricos se suele utilizar la reactancia en vez de la inductancia, simplemente desarrollando el producto de la inductancia por la frecuencia angular:

$$X_L = 2\pi fL$$

$$X_L = 2\pi f \times 0.7411 \cdot 10^{-3} \log_{10} \left(\frac{D_m}{D_s} \right) \quad (65)$$

En el caso particular de la frecuencia industrial de 60 Hz, resulta:

$$X_L = 4.657 \cdot 10^{-3} \log_{10} \left(\frac{D_m}{D_s} \right) [\Omega/\text{milla}] \quad (66)$$

donde D_m es la distancia media geométrica de los conductores, y D_s es el radio medio geométrico que se encuentra en tablas, la cual tiene en cuenta el efecto piel donde es bastante grande y afecta la inductancia.

En algunas tablas dadas por fabricantes se consignan los valores de la reactancia inductiva además del RMG.

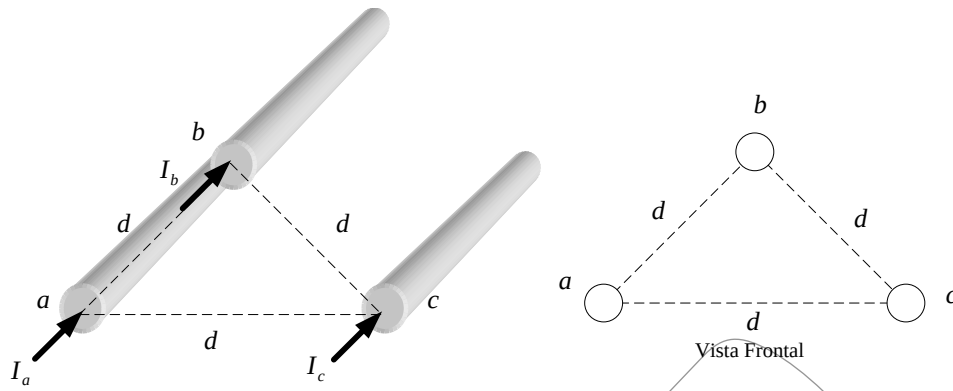
$$X_L = 4.657 \times 10^{-3} \log \left(\frac{1}{D_s} \right) + 4.657 \times 10^{-3} \log(D_m) [\Omega/\text{milla}] \quad (66)$$

Si el valor de D_s como el de D_m se expresan en pies, el primer término de la expresión anterior se conoce como la reactancia inductiva de un conductor de una línea bifilar monofásica con 1 pie de separación entre conductores, por lo que ese término suele nombrarse *reactancia inductiva a 1 pie de separación* X_a , el cual depende de la frecuencia de operación y el RMG propio del conductor. El segundo término de la expresión se denomina *factor de separación de la reactancia inductiva* X_d , siendo este factor independiente de; tipo de conductor y solo depende de la frecuencia y de la separación, el factor de separación es cero si $D_m = 1$ pie, el factor de separación es negativo si $D_m < 1$ pie.

Para determinar la reactancia inductiva, se debe hallar la reactancia inductiva de 1 pie de separación para el conductor considerado y sumarla al factor de separación de la reactancia inductiva, ambas a la frecuencia de operación de la línea.

2.14 Inductancia de líneas trifásicas con disposición equilátera

En los desarrollos hasta ahora considerado, solo se habían tratados líneas monofásicas, pero las ecuaciones encontradas pueden ser adaptadas fácilmente para el cálculo de líneas de transmisión trifásicas. Imagínese una línea de transmisión trifásica en la cual los conductores se encuentran colocados en los vértices de un triángulo equilátero de lado d ($d > 0$). Supóngase que la línea no dispone de retorno por el neutro, por lo que las corrientes se encuentran equilibradas, y son tales que la suma de estas es siempre cero ($I_a + I_b + I_c = 0$).



Se puede escribir la ecuación de los enlaces de flujo del conductor a :

$$\Psi_a = \Psi_a^a + \Psi_a^b + \Psi_a^c$$

siendo :

$$\Psi_a^a = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right)$$

$$\Psi_a^b = 2 \times 10^{-7} I_b \ln \left(\frac{1}{d} \right)$$

$$\Psi_a^c = 2 \times 10^{-7} I_c \ln \left(\frac{1}{d} \right)$$

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} \left[I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{d} \right) + I_c \ln \left(\frac{1}{d} \right) \right] \quad (67)$$

Si las corrientes se encuentran equilibradas entonces se cumple:

$$I_a + I_b + I_c = 0 \quad (68)$$

Despejando la corriente I_a :

$$I_a = -(I_b + I_c)$$

Sustituyendo en la ecuación de enlaces de flujo se tiene:

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} \left[I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right) - I_a \ln \left(\frac{1}{d} \right) \right] \quad (69)$$

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{d}{R'} \right) \quad (70)$$

Aplicando la definición de inductancia, resulta:

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (71)$$

$$L_a = 0.7411 \log_{10} \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [mHy/milla]} \quad (72)$$

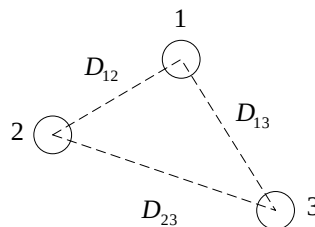
Notase que la ecuación deducida para una línea trifásica en disposición equilátera (72), es la misma ecuación que resulta de una línea de tipo monofásico (30).

Supóngase que la línea estuviera constituida por conductores trenzados, entonces el concepto de RMD o D_s sustituye el valor de R' en la ecuación. En el caso de la disposición equilátera, la simetría ocasiona que la inductancia de los conductores b y c, fuese igual a la del conductor a, como la línea considerada solo posee un conductor por fase, el valor calculado por las ecuaciones deducidas, solo provee la inductancia por fase las líneas trifásicas.

$$L_a = L_b = L_c = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (73)$$

2.15 Inductancia de las Líneas Trifásicas con Disposición Asimétrica

En las líneas de transmisión trifásicas, en que los conductores se disponen de en forma asimétrica, encontrar la inductancia se transforma en un problema sumamente difícil, debido a que los enlaces de flujo y la inductancia de cada una de las fases no son iguales, y por el contrario dependen de su disposición.



Vista Frontal

El problema de la asimetría de en las líneas de transmisión y los valores diferentes de inductancia en cada fase, pueden ser resuelto intercambiando la ubicación de los conductores de fase a intervalos regulares a lo largo de la línea, de manera que cada conductor ocupe la ubicación de cada uno de los otros sobre una distancia igual, el proceso antes mencionado que resuelve el problema de la asimetría denomina *transposición*.

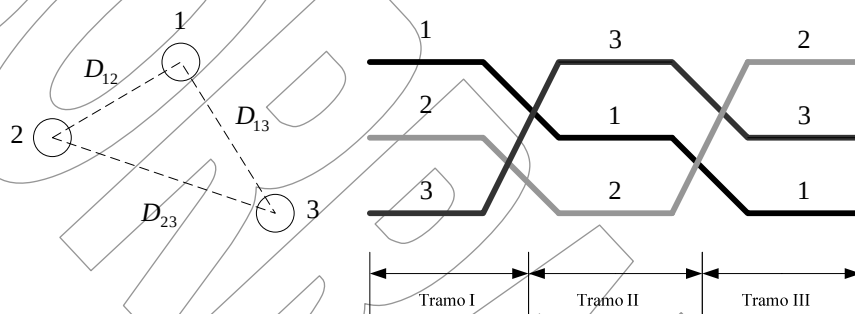


Figura 7. Disposición de la Transposición Perfecta de una Línea de Transmisión

Las líneas de transmisión modernas no se transponen comúnmente, al menos para trayectos muy largos, y en ocasiones se reubican la disposición de los conductores de fase en las subestaciones, para equilibrar las inductancias de las líneas. En Venezuela existen algunas líneas de transmisión que se encuentran transpuestas, para lograr un equilibrio de la inductancia por fase. Es importante mencionar que la asimetría producto de la inductancia entre fases de una línea sin transposición, es muy pequeña, pudiéndose despreciar en muchos casos. En los casos en que se desprecia la asimetría, la inductancia se una línea sin transposición se calculan como el mismo valor medio de la reactancia inductiva de una fase de la misma línea en la que se hubiera realizado efectivamente la transposición. Imagínese una línea de transmisión trifásica, constituida por tres (3) conductores ubicados en los vértices de una triángulos cuyos lados son D_{12}, D_{31}, D_{23} .

La inductancia media de un conductor se calcula los enlaces de flujo en cada posición del ciclo de transposición.

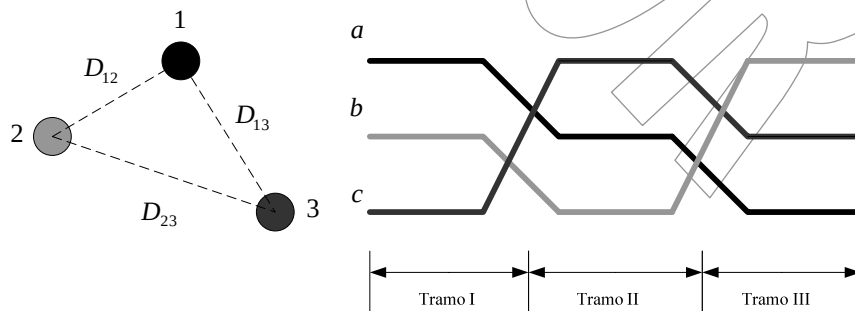


Figura 8. Disposición de Fases en el Primer Tramo de Transposición

En el primer ciclo de transposición se ubica el conductor de la fase a en la posición 1, los enlaces de flujo en el conductor de la fase a pueden ser escritos por:

$$\Psi_{a1} = 2.10^{-7} \left[I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + I_c \ln \left(\frac{1}{D_{31}} \right) \right] \quad (74)$$

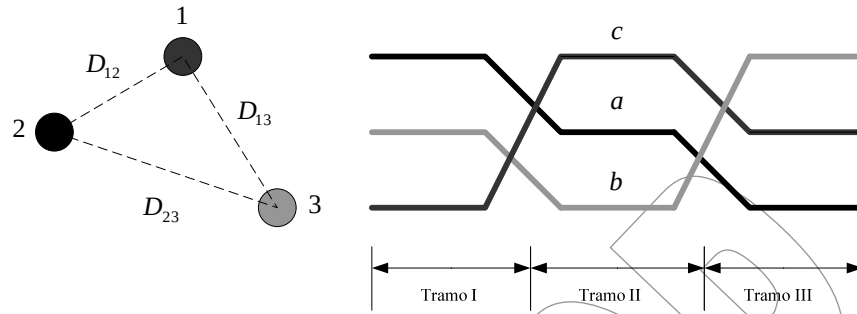


Figura 9. Disposición de las Fases en el Segundo Tramo de Transposición

En el segundo ciclo de transposición se ubica el conductor de la fase a en la posición 2, los enlaces de flujo en el conductor de la fase a pueden ser escritos por:

$$\Psi_{a2} = 2 \times 10^{-7} \left[I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{D_{23}} \right) + I_c \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) \right] \quad (75)$$

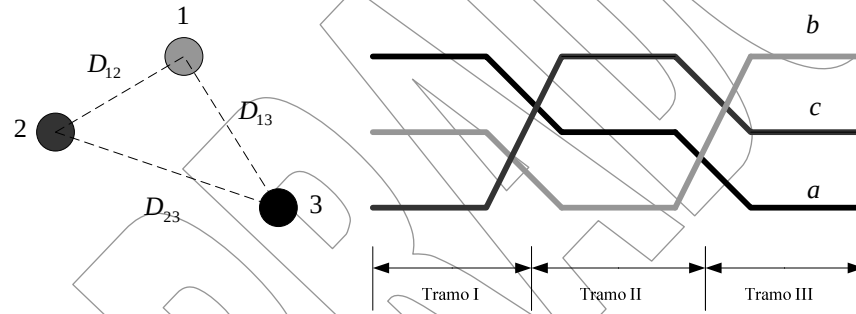


Figura 10. Disposición de las Fases en el Segundo Tramo de Transposición

En el tercer ciclo de transposición se ubica el conductor de la fase a en la posición 3, los enlaces de flujo en el conductor de la fase a pueden ser escritos por:

$$\Psi_{a3} = 2 \times 10^{-7} \left[I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{D_{31}} \right) + I_c \ln \left(\frac{1}{D_{23}} \right) \right] \quad (76)$$

El valor medio de los enlaces de flujo en el conductor de la fase a puede ser escritos por:

$$\Psi_a = \frac{(\Psi_{a1} + \Psi_{a2} + \Psi_{a3})}{3} \quad (77)$$

sustituyendo las ecuaciones encontradas resulta:

$$\Psi_a = \frac{2.10^{-7}}{3} \left[3I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{D_{12} D_{23} D_{31}} \right) + I_c \ln \left(\frac{1}{D_{12} D_{23} D_{31}} \right) \right] \quad (79)$$

como el sistema se asume trifásico balanceado, la suma de las tres corrientes en cualquier instante resulta cero:

$$I_a = -(I_b + I_c)$$

sustituyendo en la ecuación del flujo promedio enlazado:

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} I_A \ln \left(\frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}}{R'} \right) \quad (80)$$

la inductancia media por fase resulta ser:

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{D_{EQ}}{R'} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (81)$$

$$L_a = 0.7411 \log_{10} \left(\frac{D_{EQ}}{R'} \right) \text{ [mHy/milla]} \quad (82)$$

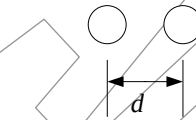
donde: $D_{EQ} = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}$ es la media geométrica de las tres distancias de la línea asimétrica.

NOTA: La ecuación para el cálculo de la inductancia de una línea de transmisión siempre consta de un cociente dentro de un logaritmo, con la única variación: El numerador es la distancia entre hilos de una línea bifilar, la *Distancia Media Geométrica* (DMG) mutua entre los lados de una línea monofásica de conductores compuestos; la distancia entre conductores en una línea con disposición equilátera, o bien la separación equilátera equivalente de una línea asimétrica.

2.16 Conductores Múltiples en Haz

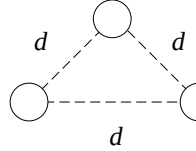
El transporte de energía eléctrica en Extra Alta Tensión, involucra en multitud de ocasiones la presencia de pérdidas ocasionadas por el efecto corona, involucrando además sendas interferencias en las transmisiones y hasta un sonido audible apreciables, para evita el efecto corona, lo que se intenta es aumentar al máximo el radio del conductor, y como primera forma de contrarrestar el efecto corona se menciona el uso de conductores dilatados, pero en ocasiones en el intervalo de Extra Alta Tensión (tensiones superiores de 230KV), se acostumbra utilizar dos o más conductores por fase a una distancia que sea pequeña comparada con la separación entre fases. El agrupamiento de conductores se prefiere de dos o más conductores siendo de especial uso la disposición de los conductores en ubicación paralela, vértices de un triángulo, vértices de un cuadrado, pentágonos, etc. Otra ventaja del uso de conductores en haz, como se le suele denominar, es el hecho de disminuir la reactancia de la línea. La reducción de la reactancia se nota por el incremento del radio medio geométrico del grupo. Sea D_s^b el radio medio geométrico de un conductor agrupado y sea D_s el radio medio geométrico de los conductores individuales que conforman el grupo.

Para un grupo con disposición de dos conductores trenzados separados una distancia d :



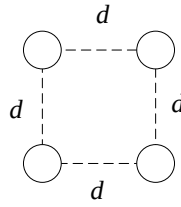
$$D_s^b = \sqrt{D_s d} \quad (83)$$

Para un grupo de tres conductores trenzados en disposición de triángulo equilátero de lado d se tiene:



$$D_s^b = \sqrt[3]{D_s d^2} \quad (84)$$

Para el caso de un grupo de cuatro conductores trenzados en los vértices de un cuadrado de lado d , resulta:



The diagram shows four circles representing conductors arranged in a square. Dashed lines connect the centers of the circles to form the square. Each side of the square is labeled with the letter 'd', representing the distance between adjacent conductors.

$$D_s^b = 1.094 \sqrt{D_s d^3} \quad (85)$$

Para la utilización de las ecuaciones de inductancias antes deducidas, solo se hace necesario sustituir el radio medio geométrica D_s por D_s^b del grupo. Para los cálculos de D_{eq} , la distancia entre el centro de los grupos al centro del otro grupo, es suficientemente exacta D_{ab} , D_{bc} , D_{ca} . Obtener la distancia media geométrica DMG entre los conductores de un grupo y los de otro debe ser indistinguible de las distancias entre los centros para el espacio corriente.

Parámetro Capacitivo de Líneas de Transmisión

3.1 Definición de Capacitancia

Los efectos de la carga eléctrica sobre la materia son muy importante en la predicción del comportamiento de los cuerpos que forman parte de la naturaleza y en especial de los fenómenos eléctricos. En principios la capacitancia fue estudiada por el gran científico inglés *Michael Faraday* (1791-1967). Detectando que esta es una característica eléctrica muy específica originada cuando dos conductores aislados A y B con cargas iguales en magnitud pero de polaridades antagónicas se encuentran separadas una distancia fija. La configuración anterior recibe el nombre de *capacitor* y la característica eléctrica que la representa recibe el nombre de *capacitancia*.

En general para un capacitor como el antes descrito, donde cada cuerpo adquiere una carga de magnitud q , pero de signos contrarios, posee una capacitancia que puede ser representada operacionalmente como:

$$C = \frac{q}{V} \quad (1)$$

siendo V : el potencial eléctrico del capacitor cuando posee una carga q . La capacitancia de una capacitor cuya configuración no varíe, es una constante independiente de la diferencia de potencial y la carga (V y q respectivamente). La unidad de la capacitancia recibe el nombre de Faradio, en honor al científico inglés *Michael Faraday*.

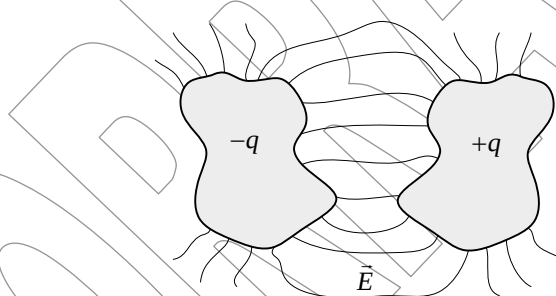


Figura 1. Esquema representativo de una configuración de cargas que denotan una capacitancia

Un análisis físico de la capacitancia, permite inferir que su valor depende de la geometría del dispositivo y del medio dieléctrico que separa los cuerpos que lo conforman. El efecto capacitivo, se encuentra presente en muchos elementos de la naturaleza (nubes y tierra; cuerpos conductores, etc.), y las líneas de transmisión de potencia no escapan a este efecto.

Cuando a dos (02) conductores le son aplicada una diferencia de potencial (V) entre sus extremos, estos adquieren una carga (q) como las placas de un capacitor cuando entre ellas existe una diferencia de potencial; entonces aparece una capacitancia que puede ser escrita como:

$$C = \frac{q}{V} \quad (1)$$

La capacitancia entre los conductores de una línea de transmisión, depende de: la naturaleza del dieléctrico que separa los conductores además del tamaño y separación de los conductores. Supóngase dos (02) conductores los cuales son sometidos a una diferencia de potencial alterna, en esta situación la carga eléctrica que se distribuye en los conductores es variable, de tal forma que en cualquier punto de la línea la carga cambiara de acuerdo con la tensión instantánea entre conductores, es decir, si el valor de la tensión

instantánea aumenta, la carga también experimentara un aumento, y una disminución de la tensión provocará lo mismo en la carga.

El desplazamiento de la carga eléctrica a lo largo de la línea de transmisión (flujo de carga) engendra una corriente, siendo designada como corriente de carga, aquella que tiene lugar cuando los conductores de la línea de transmisión se cargan y descarga como consecuencia de la tensión alternante, la corriente de carga de descarga y carga, circula en cualquier instante, aunque la línea de transmisión se encuentre en vacío (en abierto). La corriente de carga de una líneas de transmisión posee la misma frecuencia de la señal de tensión y además adelanta a esta última en noventa (90°) grados.

El efecto de la capacitancia se hace especialmente marcado, en el caso de las líneas de transmisión con longitudes mayores a los 240 Km., considerándose largas a estas líneas; pero en alta tensión y extra alta tensión la capacitancia de hace más que perceptible.

La capacitancia en las líneas de transmisión largas, ocasionan efectos muy variados desde las caídas de tensión debido a las corrientes que circulan por la capacitancia en derivación, afecta el rendimiento de la línea, modifica factor de potencia entre los extremos de la línea, y por último, la capacitancia puede jugar un papel fundamental en la estabilidad del sistema de potencia.

Notables efectos perjudiciales pueden ser ocasionados por la capacitancia de las líneas de transmisión largas, en especial en aquellas líneas en vacío, donde se hacen presente elevaciones de la tensión por encima de la tensión nominal de operación (sobretensiones), siendo conocido esto como efecto Ferranti, en situaciones muy específica la reactancia capacitiva de la línea de transmisión interactúa con la reactancia inductiva de los elementos del sistema de potencia, (especialmente con la de los transformadores) ocasionando un efecto denominado Ferresonancia.

3.2 Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

Imagínese un conductor cilíndrico recto, infinitamente largo, el cual se encuentra situado en un medio uniforme, (por ejemplo el aire), y a una distancia muy grande de cualquier otra fuente externa de campo eléctrico. Suponiendo que el conductor posee una carga positiva (q) distribuida uniformemente en todo la longitud del conductor, y que además se encuentra aislada de cualquier otro manantial de carga, bajo esta suposición y como es conocido la carga eléctrica se reparte uniformemente sobre la superficie del material conductor. La carga repartida sobre la superficie del conductor engendra en el espacio alrededor del mismo un cierto campo eléctrico, cuyas líneas de campo son radiales extendiéndose hacia el exterior del material conductor. El campo eléctrico, es un campo vectorial, al cual se le puede definir una cierta cantidad escalar denominada flujo de campo eléctrico, siendo numéricamente igual al número de Coulomb por unidad de superficie (metros cuadrados por ejemplo).

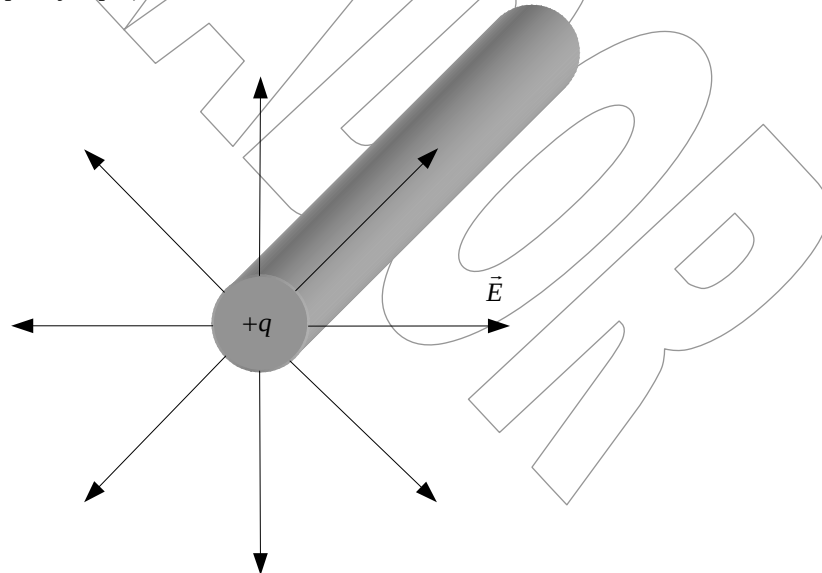


Figura 1. Campo Eléctrico por un Conductor Cilíndrico cargado positivamente

El flujo de campo eléctrico (Φ_e) puede ser estudiado sencillamente por medio de la aplicación de la *Ley de Gauss*:

$$\Phi_e = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q \quad (2)$$

siendo la integral planteada en esta ley, una integral de superficie, que infiere la existencia de una supuesta e hipotética superficie que rodea el cuerpo bajo estudio, dicha figura recibe el nombre de *superficie Gaussiana*. La ley de Gauss establece que el flujo de campo eléctrico que atraviesa dicha superficie Gaussiana depende de la carga eléctrica encerrada por la misma (q).

En el caso de un conductor cilíndrico, las mencionadas líneas de campo son radialmente hacia afuera (siempre que su carga sea positiva), si se desea la magnitud del campo eléctrico en un cierto punto del espacio a una distancia x medida radialmente desde el centro del conductor, se puede aplicar la *Ley de Gauss*, por simetría de los cuerpos, se toma como superficie Gaussiana un supuesto cilindro concéntrico al cilindro recto conductor cargado, pero con un radio x , mayor al radio del cilindro cargado; entonces por la ley de Gauss:

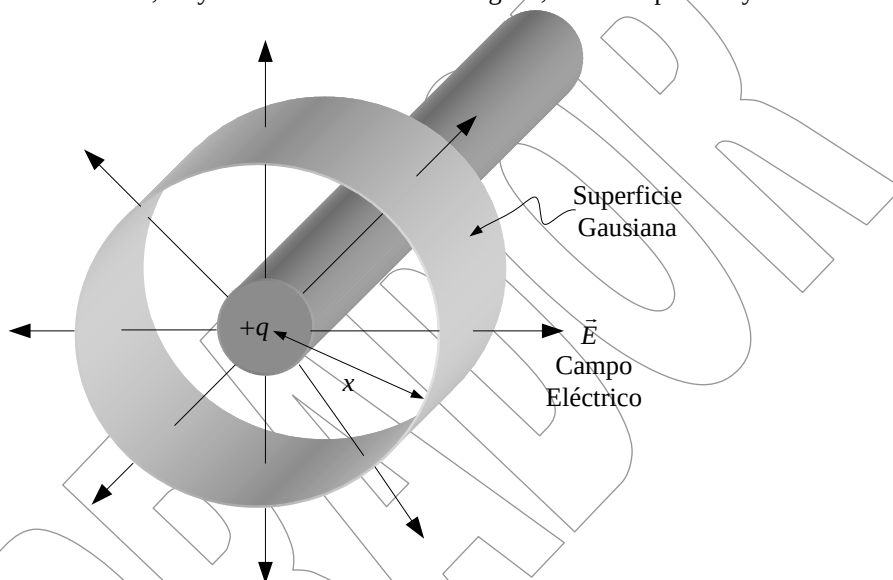


Figura 2. Superficie Gaussiana sobre el conductor en estudio

$$\Phi_e = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q \quad (2)$$

aplicando la definición matemática del producto punto entre dos vectores resulta:

$$\Phi_e = \oint_S |\vec{D}| |d\vec{S}| \cos \theta = q \quad (2')$$

siendo θ el ángulo entre el vector densidad de campo eléctrico ($\vec{D}$) y el diferencial de superficie ($d\vec{S}$) sobre el cilindro hipotético Gaussiano. Como es conocido el vector diferencial de superficie ($d\vec{S}$) es un vector cuya dirección siempre es perpendicular hacia afuera, por lo que en un cilindro el vector diferencial de superficie, siempre apunta radialmente hacia afuera, al igual que el vector densidad de campo eléctrico, por lo que el ángulo entre ellos es cero $\theta = 0^\circ$.

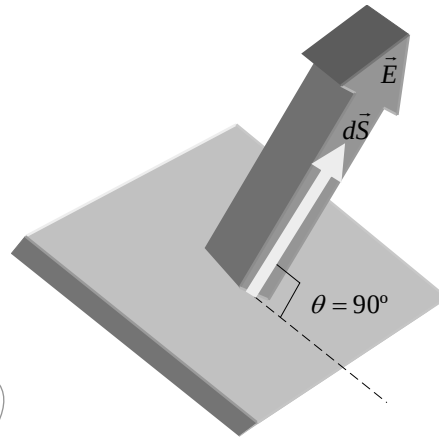


Figura 3. Elemento diferencial de Superficie

$$\Phi_e = \oint_S |\vec{D}| |d\vec{S}| = q \quad (2'')$$

Como se conoce el vector densidad de campo eléctrico depende entre otros factores de la distancia de la fuente a la cual se ubica el estudio, un cilindro es una figura geométrica, tal que sus puntos guardan una distancia constante respecto a su centro, por lo que el modulo de la densidad de campo eléctrico a puntos sobre el cilindro Gaussiano es igual y constante, por lo que puede ser extraído de la integral:

$$\Phi_e = |\vec{D}| \oint |d\vec{S}| = q \quad (2''')$$

resultado la integral del diferencial de área, que corresponde al área del cilindro que se ve atravesada por el flujo de campo eléctrico:

$$\Phi_e = |\vec{D}| 2\pi x L = q \quad (2''')$$

si se asume que se desea estimar el campo eléctrico por unidad de longitud, tómese por metro, ($L = 1$ metro):

$$|\vec{D}| = \frac{q}{2\pi x} \quad [\text{Coulomb/m}] \quad (3)$$

como se conoce la densidad de campo eléctrico ($\vec{D}$) guarda una relación constante con el vector densidad de campo eléctrico ($\vec{E}$):

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon} \quad (4)$$

siendo ϵ la permitividad del medio, la cual guarda una relación:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \quad (5)$$

siendo ϵ_r la permitividad relativa del medio, y ϵ_0 la permitividad del vacío, cuyo valor es constante:

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{12} \quad \text{Faradio/m} \quad (6)$$

para el caso de las líneas de transmisión aéreas, se puede simplificar las relaciones y decir:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1.00554 \\ \epsilon_r &= 1 \quad \text{Voltio/m} \end{aligned} \quad (7)$$

resulta, entonces que la intensidad de campo eléctrico puede ser escrito como:

$$|\vec{E}| = \frac{q}{2\pi \epsilon x} \quad [\text{Voltio/m}] \quad (8)$$

de la ecuación anterior (8) se desprende que la magnitud de la intensidad del campo eléctrico varía inversamente proporcional con la distancia del manantial de campo (el conductor), dependiendo directamente del valor de la carga de dicho manantial.

3.3 Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

Experimentalmente se ha demostrado que una carga puntual de prueba positiva (q_0), colocada dentro de un cierto campo eléctrico ($\vec{E}$), experimenta una fuerza de interacción eléctrica que puede ser escrita por:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} \quad (9)$$

Por la mecánica clásica se conoce que cuando a un cierto cuerpo se le aplica una cierta fuerza para desplazarlo entre dos (02) puntos separados una cierta distancia, se realiza un trabajo, por lo que se emplea cierta cantidad de energía en dicho recorrido, el trabajo es muy conocido que resulta numéricamente igual a la energía. En base a lo antes expuesto, cuando una carga de prueba (q) colocada dentro de un campo eléctrico ($\vec{E}$) y se desea desplazar la carga desde un punto (P_1) a otro (P_2) dentro del campo, se debe efectuar una cierta cantidad de trabajo, que involucra cierta cantidad de energía.

El potencial eléctrico, es un concepto que se encuentra estrechamente relacionado con el concepto de trabajo y energía. Se suele definir la diferencia de potencial entre dos (02) puntos como la cantidad de energía necesaria para desplazar una carga de prueba positiva (q_0) entre dos puntos (P_1 a P_2), y como el trabajo es numéricamente igual a la energía, se acostumbra definirla la diferencia de potencial en función del trabajo.

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (10)$$

Imagínese un cierto conductor cilíndrico recto, infinitamente largo, sobre el cual se distribuye uniformemente lineal una cierta carga positiva q [Coulomb/m]. Ahora imagínese dos (02) puntos externos al cilindro recto conductor cargado, definidos como " P_1 " a una distancia d_1 , medida radialmente del centro del conductor y otro cierto punto " P_2 " a una distancia d_2 medida radialmente del centro del conductor, y las distancias son tales que $d_2 > d_1$.

Por teoría de campo eléctrico se conoce que el punto más cercano al manantial, posee un mayor potencial eléctrico, por lo que el potencial del punto " P_1 " es superior al del " P_2 ". Imagínese ahora una cierta carga de prueba positiva, la cual se desea transportar entre los puntos " P_2 " al " P_1 ", entonces se debe efectuar su trabajo positivo, porque se le debe inyectar energía al sistema, en cambio un desplazamiento entre el punto " P_1 " y " P_2 " involucra un trabajo negativo, por lo que se interpreta como el sistema entregara energía.

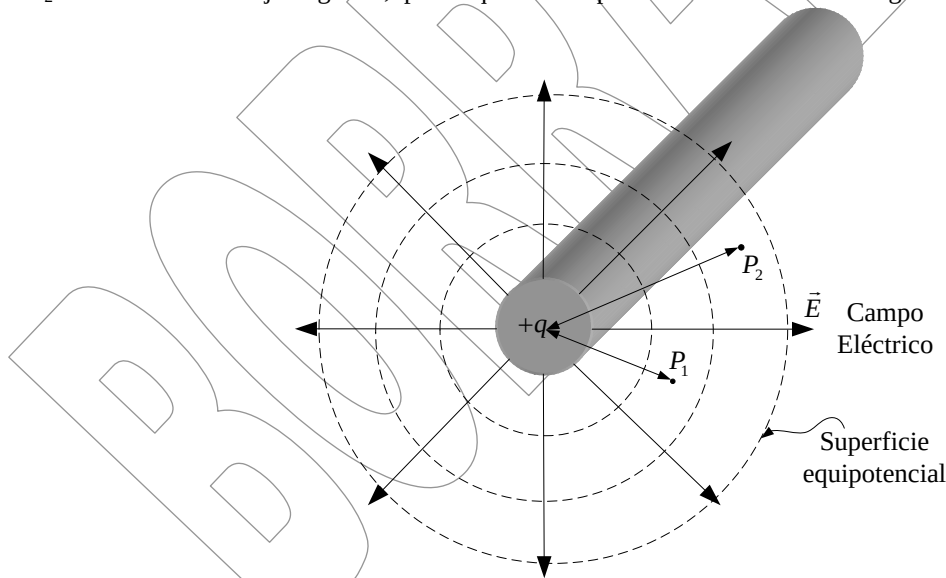


Figura 4. Puntos P_1 y P_2 , para determinar la diferencia de potencial

Se conoce que la definición de diferencia de potencial es:

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (10)$$

con la singular característica que la integral tratada es de líneas, la cual por conocimientos matemáticos solo no depende de la trayectoria que se escoja para llegar de un punto a otro, solo siendo preponderante la ubicación de los puntos extremos.

Supóngase de manera unánime, que se presenta un desplazamiento entre el punto "P₁" y "P₂", pero se escoge como trayectoria, por simplicidad un recorrido radial entre las superficies que delimitan igual potencial (equipotencial).

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (10)$$

sustituyendo la definición de campo eléctrico para puntos externos a una distancia x medida radialmente en la parte externa del conductor:

$$|\vec{E}| = \frac{q}{2\pi\epsilon x} \quad [\text{Voltio/m}] \quad (8)$$

siendo la carga (q) el valor instantáneo de la misma sobre el conductor, en unidades de cargas por unidad de longitud. Introduciendo la definición de producto punto de dos (02) vectores:

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 |\vec{E}| |d\vec{L}| \cos \theta \quad (11)$$

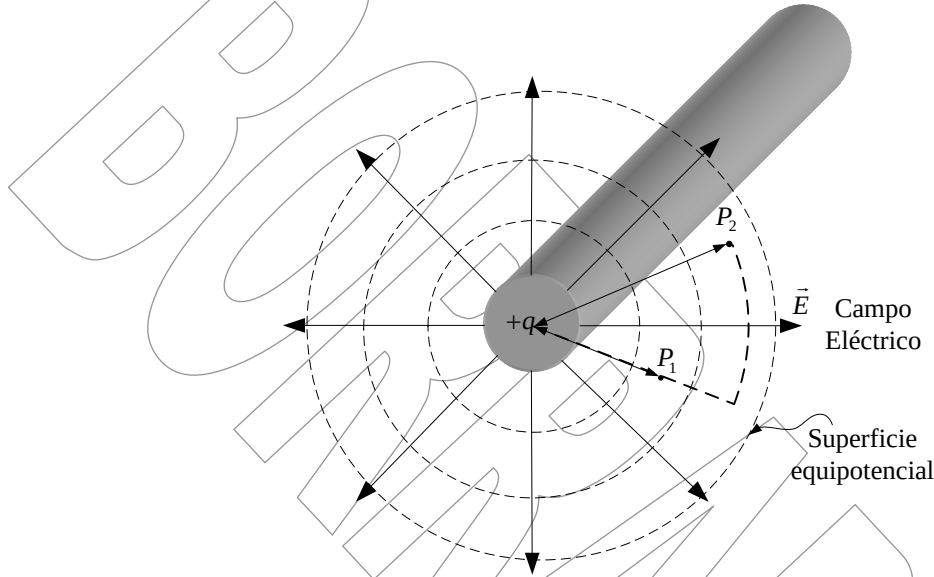


Figura 5. Trayectoria para el cálculo de la diferencia de potencial

siendo θ el ángulo medido entre el campo eléctrico ($\vec{E}$) y el diferencial de longitud ($d\vec{L}$) sobre la trayectoria de integración, debido a la simplicidad de la trayectoria tomada este ángulo siempre es de cero (0°) grados, por lo que su coseno es máximo.

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 |\vec{E}| |d\vec{L}| \quad (12)$$

sustituyendo la definición del modulo de campo eléctrico resulta:

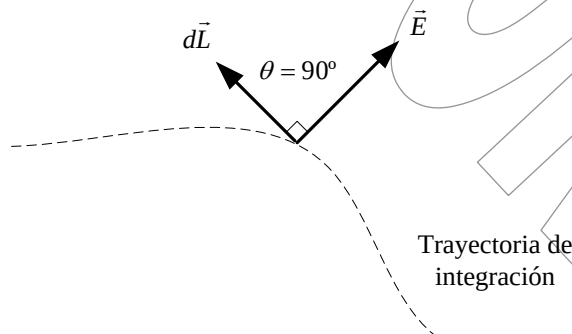


Figura 6. Ángulo formado entre Campo Eléctrico y Diferencial de Longitud

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 \frac{q}{2\pi\epsilon x} |d\vec{L}| \quad (13)$$

si se toma que el diferencial de longitud en el sentido de la trayectoria se denomina convenientemente dx , por el sentido mismo de la trayectoria, resulta

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 \frac{q dx}{2\pi\epsilon x} \quad (14)$$

integrando resulta:

$$V_2 - V_1 = - \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \quad (15)$$

expresión anterior permite establecer la diferencia de potencial entre dos (02) puntos externos a un conductor cargado, pero en función del valor de la carga instantánea del mismo; es importante mencionar que esta diferencia de potencia, puede llegar a ser positiva o negativa dependiendo del signo de la carga instantánea causante de la diferencia de potencial.

3.4 Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

Imagínese una línea bifilar, que como su nombre indica consta de dos (02) conductores paralelos, cilíndricos, rectos de longitud muy grande radios r_a y r_b respectivamente, los cuales se encuentran separados una distancia d , tal que es mucho mayor que cualquiera de los radios ($d \gg r_a, r_b$).

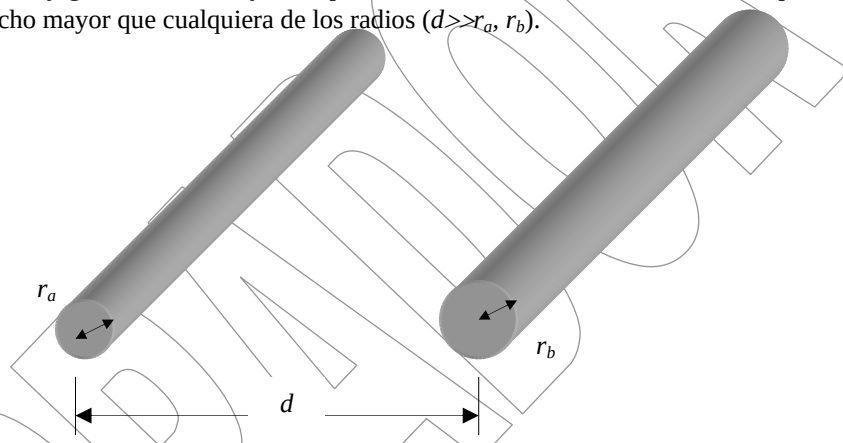


Figura 7. Línea Bifilar Monofásica

Se supone que la carga eléctrica se distribuye uniformemente sobre cada uno de los conductores, y que los mismos se encuentran muy distanciados de cualquier otra fuente de campo eléctrico.

La capacitancia que se establece entre dos (02) conductores de una línea bifilar queda definida por:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}} \quad [\text{Faradio/m}] \quad (16)$$

siendo la carga de la línea (q) y V_{ab} la diferencia de potencial entre los conductores que conforman la línea. En el estudio de la capacitancia de una línea bifilar se debe estudiar ambos conductores actuando conjuntamente. Considérese inicialmente el conductor "A", y la diferencia de potencial que ocasiona su carga eléctrica en los puntos hasta el otro conductor:

$$V_{abA} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r_a}\right) \quad (17)$$

de manera análoga la diferencia de potencial que produce el conductor "B" es:

$$V_{abB} = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r_b}\right) \quad (18)$$

finalmente la diferencia de potencia entre los conductores de las líneas de transmisión queda estimada:

$$V_{ab} = V_{abA} + V_{abB} \quad (19)$$

si se supone, que la carga en una línea bifilar cumple que:

$$q_b = -q_a = q \quad (20)$$

entonces se puede agrupar y aplicando propiedades de logaritmos:

$$V_{ab} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d^2}{r_a r_b}\right) \quad (21)$$

si se suponen que los radios de los conductores son iguales, lo cual es una suposición cierta en la mayoría de las líneas de transporte bifilar, entonces:

$$r_b = r_a = r \quad (22)$$

$$V_{ab} = \frac{q}{\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad (23)$$

aplicando la definición de capacitancia, resulta:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}} \quad [\text{Faradio/m}] \quad (16)$$

$$C_{ab} = \frac{\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad (24)$$

sustituyendo los valores de las constantes en las unidades apropiada resulta:

$$C_{ab} = \frac{0.04473}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/milla}] \quad (25)$$

$$C_{ab} = \frac{0.0278}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/Km}] \quad (25)$$

es importante señalar que la capacitancia encontrada, se refiere a la que se establece respecto a los dos (02) conductores, pero en ciertas situaciones se requiere determinar la capacidad a un punto neutro.

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{an}}$$

$$C_{ab} = \frac{q_a}{\left(\frac{V_{ab}}{2}\right)}$$

Finalmente resulta:

$$C_{an} = 2C_{ab}$$

Entonces se obtiene:

$$C_{an} = 0.08947 \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad [\mu\text{Faradio / milla}] \quad (26)$$

$$C_{an} = 0.0556 \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad [\mu\text{Faradio / Km}] \quad (26)$$

Las ecuaciones antes deducidas, son solamente validas bajo la consideración que la carga en los conductores se encuentra uniformemente distribuida, lo cual es ciertamente válido, si se considera que no existe un manantial adyacente de campo eléctrico, pero en el más críticos de los casos el error cometido es del 0.01% por consideración hasta $d/r = 50$.

De igual manera que esta ecuación se restringe a conductores cilíndricos rectos, sólidos, por lo que en el caso de los trenzados se comete un error que puede ser despreciable.

Es importante mencionar que en los casos que los conductores son trenzados, se suscita una situación peculiar, porque como es conocido el campo eléctrico es siempre perpendicular a la superficie cargada, ocasionando un campo eléctrico algo modificado, siendo solo esto notable en las adyacencias más próximas del conductor.

3.5 Reactancia Capacitiva de Conductor y Neutro

La reactancia capacitiva de una línea de transmisión, queda igualmente definida, al caso de un capacitor rudimentario, es decir:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \quad (27)$$

siendo ω la frecuencia angular (en radianes por segundo) de la señal de tensión, que se suele definir como $2\pi f$ (f es la frecuencia en Hertz), sustituyendo:

$$X_{cn} = \frac{1.779 \times 10^6}{f} \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad [\Omega/\text{milla}] \quad (28)$$

$$X_c = \frac{2.862 \times 10^9}{f} \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad [\Omega/\text{m}] \quad (29)$$

La reactancia capacitiva existe en paralelo a lo largo de la línea de transmisión por lo que X_c en Ohmios por unidad de longitud, debe dividirse por la longitud de la línea para de esta manera encontrar la reactancia capacitiva total de la línea al neutro.

Aplicando una sencilla propiedad de logaritmos, se puede escribir la reactancia capacitiva respecto al neutro como:

$$X_{cn} = \frac{1.779 \times 10^6}{f} \ln\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1.779 \times 10^6}{f} \ln(d) \quad [\Omega/\text{milla}] \quad (30)$$

pudiéndose decir de esta manera que la capacitancia de línea a neutro de la línea de transmisión consta de dos (02) términos, el primero que se refiere a la reactancia capacitiva a una separación de 1 pie (comúnmente en las unidades europeas) y que se suele denotar como X_a , y un segundo término que se suele denominar factor de separación de la reactancia capacitiva y se denota como X'_d , resultando:

$$X_{cn} = X_a + X'_d \quad (31)$$

La justificación de esta expansión, queda completamente atribuida a la utilización de conductores multifilares compuestos, como el caso de los ACSR, para los cuales sus fabricantes, procuran una serie de pruebas donde estiman dichos términos de la expansión, quedando estos valores tabulados para los tamaños más comunes de conductores y sus diversa combinaciones.

3.6 Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

Imagínese una línea de transmisión trifásica, cuyos conductores se colocan en los vértices de un triángulo equilátero de lado d , y en donde todos los conductores de fase, poseen igual radio r .

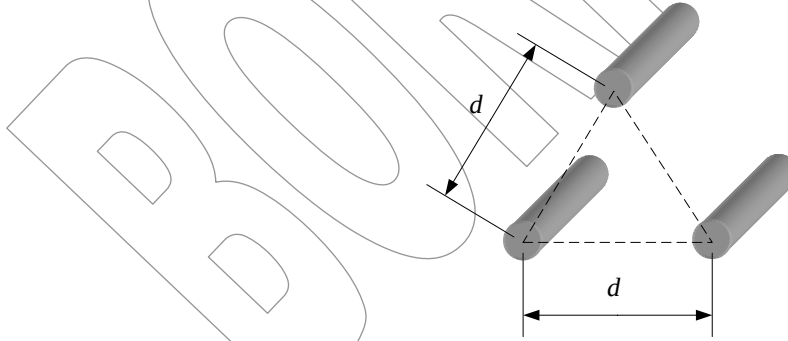


Figura 8. Línea de Transmisión Trifásica en disposición de Triángulo Equilátero de lado d

En este sistema trifásico se asume balanceado y simétrico, de manera que en todo momento se satisface la sumatoria de la carga instantánea de cada conductor es nula:

$$\sum_{j=1}^{j=3} q_j = 0$$

$$q_a + q_b + q_c = 0$$

La tensión que se establece entre dos (02) de los conductores cualquiera de fase debido a la interacción de los campos eléctricos originados por los tres conductores puede ser escrito por:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{r}{d}\right) + q_c \ln\left(\frac{d}{d}\right) \right] \quad (32)$$

de manera semejante para el esto de las interacciones se deduce:

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{d}{d}\right) + q_c \ln\left(\frac{r}{d}\right) \right] \quad (33)$$

$$V_{bc} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{d}\right) + q_b \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_c \ln\left(\frac{r}{d}\right) \right] \quad (34)$$

sumando dos ecuaciones resulta:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + (q_b + q_c) \ln\left(\frac{r}{d}\right) \right] \quad (35)$$

por la suposición inicial que la carga instantánea repartida sobre los conductores en todo momento suma cero se tiene:

$$q_a + q_b + q_c = 0$$

$$q_b + q_c = -q_a$$

sustituyendo en la ecuación antes escrita:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{-q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right)^3 \quad (36)$$

aplicando propiedades de logaritmos resulta:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{-3q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad (37)$$

aplicando propiedades de números complejos a los tres (03) fasores de tensión trifásicos resulta:

$$\begin{aligned} V_{ab} + V_{ac} &= \sqrt{3}V_{an} \angle 30^\circ + \sqrt{3}V_{an} \angle -30^\circ \\ 3V_{an} &= \frac{-3q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right) \\ V_{an} &= \frac{-q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right) \end{aligned} \quad (38)$$

por último aplicando la definición de capacitancia resulta:

$$\begin{aligned} C_{an} &= \frac{q_a}{V_{an}} \\ C_{an} &= \frac{0.08947}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \end{aligned} \quad (39)$$

La ecuación de capacitancia antes descrita, corresponde a la capacidad, respecto a neutro de una línea trifásica, con disposición equilátera y monofásica.

3.7 Corriente de Descarga de la Línea (*Descharge Current*)

La capacitancia de la línea de transmisión posee asociada una cierta corriente de carga, que corresponde al flujo de carga que se produce cuando en cualquier punto de las líneas una variación de la tensión. La corriente de carga o descarga de la línea de transmisión posee la misma frecuencia de la tensión aplicada y además adelanta en noventa (90°) grados eléctricos a la tensión.

La corriente de carga (I_{chg}) de un circuito monofásico, esta equivale al producto de la tensión entre los conductores por la suceptancia entre ellos,

$$I_{chg} = j\omega C_{ab} V_{ab} \quad (40)$$

Para el caso de una línea de transmisión trifásica, la corriente de carga queda descrita por como la tensión de fase por la susceptancia de fase de la línea:

$$I_{chg} = j\omega C_{an} V_{an} \quad (41)$$

Si se considera que las líneas son de una longitud algo apreciable, y la que la señal de tensión varía en el tiempo, esta también variara en el espacio, por lo que la corriente no es la misma en todas partes de la línea de transmisión. En mediciones de la corriente de carga de la línea de transmisión, se suelen aplicar la tensión para la cual se encuentra diseñada.

3.8 Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

En una línea de transmisión trifásica con disposición asimétrica, la capacitancia por fase con respecto al neutro es diferente. Si la línea es transpuesta la capacitancia media de una fase es igual en todos los puntos de la transposición, ya que el conductor ocupa todas las posiciones de los otros conductores.

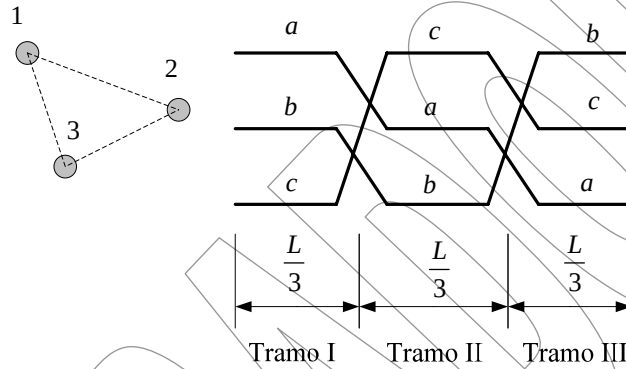


Figura 9. Transposición de la Línea Trifásica

En la realidad práctica las líneas no son transpuestas, pero la asimetría que se genera es pequeña, de modo que para los cálculos se puede realizar suponiendo una transposición perfecta. e procede al calculo de la tensión entre las fases a y b en cada uno de los tramos de transposición resultando.

$$V_{ab}^{TramoI} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{d_{12}}{R} \right) + q_b \ln \left(\frac{R}{d_{21}} \right) + q_c \ln \left(\frac{d_{23}}{d_{31}} \right) \right) \quad (42)$$

$$V_{ab}^{TramoII} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{d_{23}}{R} \right) + q_b \ln \left(\frac{R}{d_{23}} \right) + q_c \ln \left(\frac{d_{31}}{d_{12}} \right) \right) \quad (43)$$

$$V_{ab}^{TramoIII} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{d_{31}}{R} \right) + q_b \ln \left(\frac{R}{d_{31}} \right) + q_c \ln \left(\frac{d_{12}}{d_{23}} \right) \right) \quad (44)$$

NOTA: Se supone que la caída de tensión a lo largo de la línea es despreciable; se supondrá que la carga del conductor por unidad de longitud es igual en los diferentes tramos de transposición por lo que la tensión entre conductores son diferentes:

$$V_{ab} = \frac{(V_{ab}^{TramoI} + V_{ab}^{TramoII} + V_{ab}^{TramoIII})}{3} \quad (45)$$

Sustituyendo resulta:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{d_{12}d_{23}d_{31}}{R^3} \right) + q_b \ln \left(\frac{R^3}{d_{12}d_{23}d_{31}} \right) + q_c \ln \left(\frac{d_{12}d_{23}d_{31}}{d_{12}d_{23}d_{31}} \right) \right) \quad (46)$$

donde:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{31}} \quad (47)$$

DMG: es la distancia media geométrica, dada para la línea.

Si se realiza para las otras fases:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{DMG}{R^3} \right) + q_b \ln \left(\frac{R^3}{DMG} \right) \right) \quad (48)$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{DMG}{R^3} \right) + q_c \ln \left(\frac{R^3}{DMG} \right) \right) \quad (49)$$

sumando las ecuaciones:

$$V_{ac} + V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{DMG}{R^3} \right) + (q_b + q_c) \ln \left(\frac{R^3}{DMG} \right) \right) \quad (50)$$

Se conoce que en los sistemas trifásicos se cumple:

$$-q_a = q_b + q_c$$

Y además se por propiedad de identidades trifásicas, que relaciona el voltaje de fase y de línea:

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$$

Sustituyendo en la ecuación (50) estas identidades se tiene:

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \ln \left(\frac{DMG}{R^3} \right) - q_a \ln \left(\frac{R^3}{DMG} \right) \right) \quad (51)$$

y la capacitancia resulta:

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left(\frac{DMG}{R} \right)} \quad (52)$$

3.9 Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

Imagínese un cilindro conductor de radio R , el cual se encuentra en el espacio suspendido paralelo sobre el plano de tierra a una altura h ; sobre este cilindro se coloca una cierta carga positiva de valor Q .

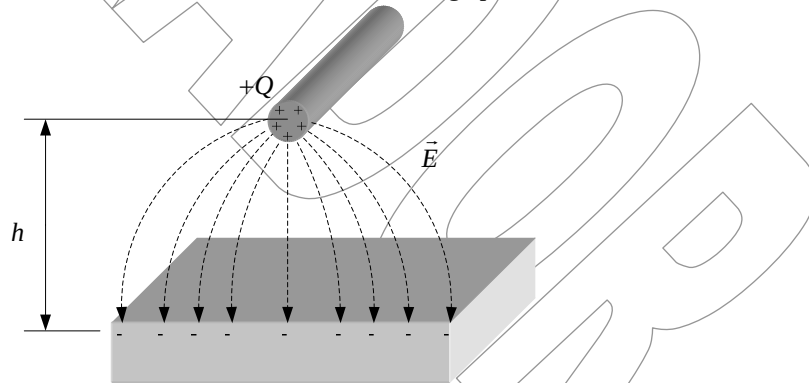


Figura 10. Conductor paralelo al plano de tierra

En esta situación para determinar el parámetro capacitivo debe determinarse primeramente la diferencia de potencial entre el conductor cilíndrico y el plano de tierra; para ello se hace necesario aplicar la *Teoría de Imágenes*. Para ello, para simular el campo eléctrico que surge entre el conductor cilíndrico y el plano de tierra, se coloca una carga imagen que es otro conductor ficticio, que se ubica a una distancia h por debajo del plano de tierra, y al cual se le asigna carga opuesta a la del cilindro ($-Q$), de modo que el efecto del terreno es reemplazado por el conductor imagen, y el problema queda en condiciones semejantes a al anterior, con la única salvedad que se considera para efectos de la solución solo el efecto por encima del plano de tierra.

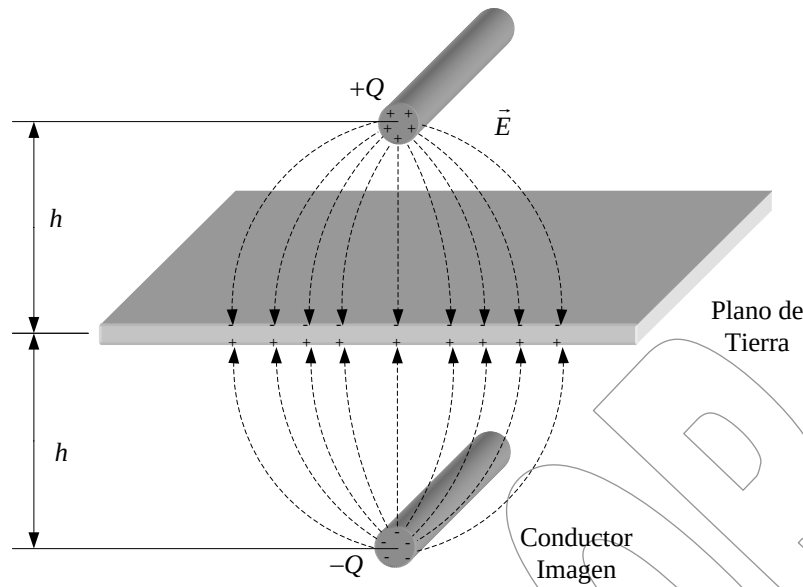


Figura 11. Representación de aplicando la Teoría de Imágenes

Ahora bien si se define un punto “P” en el espacio, sobre el plano de tierra, se puede determinar el potencial en el mismo, tomando una referencia muy lejana ($x \rightarrow \infty$).

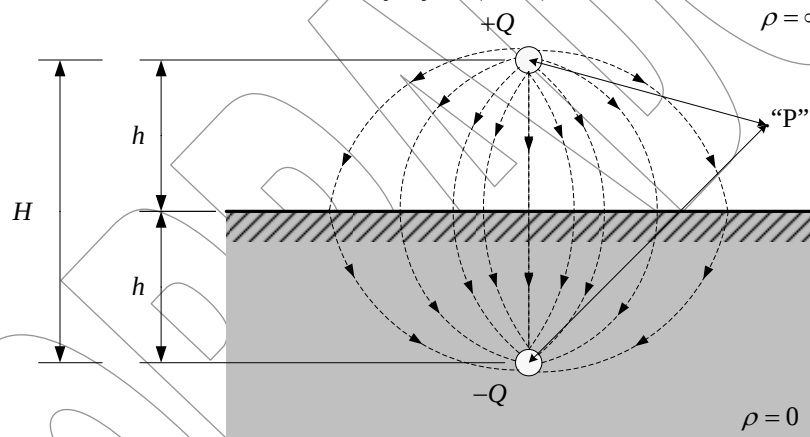


Figura 12. Ubicación del punto “P”

El potencial eléctrico en el punto “P”, puede ser escrito como; como la combinación lineal de los potenciales eléctricos debido a la carga depositada sobre el cilindro conductor y su imagen.

$$V_p = V_{p1} + V_{p2} \quad (53)$$

El potencial que produce la el cilindro con carga por encima del plano de tierra, con respecto a la referencia remota queda dado por la siguiente expresión:

$$V_{p1} = \frac{+Q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{r}\right) \quad (54)$$

donde x es la distancia entre el centro del cilindro el punto de referencia remota ($x \rightarrow \infty$); de igual modo el potencial que produce la el cilindro con carga imagen por debajo del plano de tierra, con respecto a la referencia remota puede ser determinado de forma análoga.

$$V_{p2} = \frac{-Q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{r}\right) \quad (55)$$

Finalmente sustituyendo estos potenciales en la expresión (1), se obtiene el potencial en el punto “P”.

$$V_p = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \left[\ln\left(\frac{x}{r}\right) - \ln\left(\frac{x}{r}\right) \right] \quad (56)$$

Ahora bien, si se supone que el punto “P”, se emplaza en la superficie del conductor cilíndrico sobre el plano de tierra, asumiendo que el radio del cilindro es mucho menor que la distancia del plano de tierra ($h \gg R$); el potencial del conductor resulta:

$$V_p = V_{12} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \left[\ln\left(\frac{x}{R}\right) - \ln\left(\frac{x}{H}\right) \right] \quad (57)$$

De modo que aplicando propiedades de logaritmos a la expresión (4)

$$V_{12} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H}{R}\right) \quad (58)$$

La expresión anterior representa la diferencia de potencia entre el conductor cilíndrico y el plano de tierra (V_{12}). Este resultado era fácilmente deducible teóricamente, debido a que por teoría de imágenes, la diferencia de potencial entre el conductor y el plano conductor paralelo de tierra es la mitad de la obtenida entre la de dos conductores donde uno es la imagen.

La capacitancia por unidad de longitud, del conductor paralelo al plano de tierra; puede ser calculado, como el cociente de la carga involucrada, y la tensión entre el cilindro y el plano de tierra.

$$C_{1T} = \frac{Q}{V_{12}} \quad (59)$$

$$C_{1T} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{H}{R}\right)} \quad (60)$$

Nótese que la capacitancia por unidad de longitud entre el conductor y el plano de tierra (C_{1T}), es el doble de la obtenida para dos conductores paralelos, despreciando el efecto de tierra.

3.10 Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

Imagínese dos cilindros conductores de radio R , los cuales se encuentran paralelos entre sí y con respecto al plano de tierra.

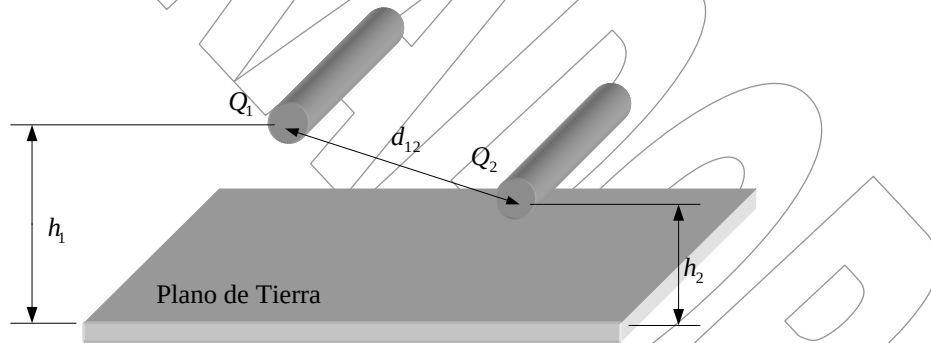


Figura 13. Disposición de los conductores

La solución de la capacitancia de dos conductores cilíndricos, sobre un plano semi-infinito, puede ser encontrada por medio de la teoría de imágenes, de modo que se reemplaza el plano conductor, por dos cilindros ficticios situados simétricos, por debajo del plano de tierra, y con carga de signos opuesto a las de los cilindros por encima del plano de tierra.

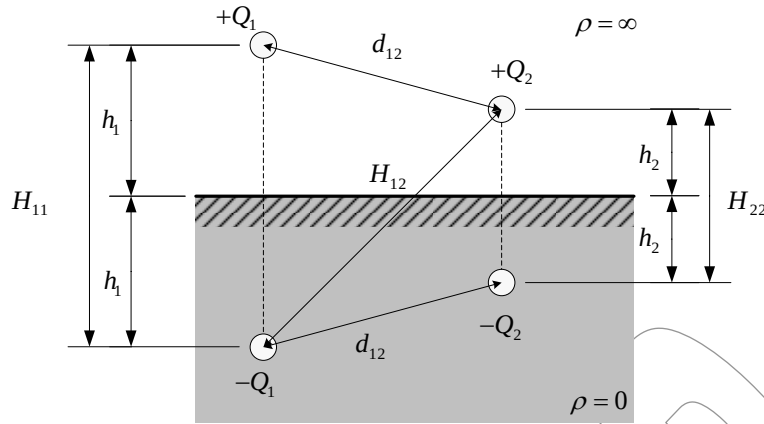


Figura 14. Ubicación de los Cilindros Imágenes.

Ahora bien, la tensión del conductor 1, respecto a un punto muy alejado ($x \rightarrow \infty$), puede ser calculado, bajo esta configuración de la teoría de imágenes, como la combinación lineal de las contribuciones de los cuatro cuerpos cargados.

$$V_1 = V_{11} + V_{12} + V_{13} + V_{14} \quad (61)$$

siendo V_{11} ; la tensión entre el conductor 1 y un punto de referencia remoto producido por el conductor 1; V_{12} ; la tensión entre el conductor 1 y un punto de referencia remoto producido por el conductor 2; V_{13} ; la tensión entre el conductor 1 y un punto de referencia remoto producido por el conductor 1 imagen; V_{14} , la tensión entre el conductor 1 y un punto de referencia remoto producido por el conductor 2 imagen.

Realizando los respectivos cálculos resulta:

$$V_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{R}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{d_{12}}\right) - \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{H_{11}}\right) - \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{H_{12}}\right) \quad (62)$$

Se procede a aplicar propiedades de logaritmos.

$$V_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{11}}{R}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) \quad (63)$$

Se procede al cálculo de la tensión del conductor 2, respecto al punto de referencia remoto.

$$V_2 = V_{21} + V_{22} + V_{23} + V_{24} \quad (64)$$

de modo análogo se puede deducir:

$$V_2 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{d_{12}}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{R}\right) - \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{H_{12}}\right) - \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{H_{22}}\right) \quad (65)$$

Operando con los logaritmos se tiene:

$$V_2 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{22}}{R}\right) \quad (66)$$

El potencial sobre el plano de tierra es cero, de modo que la diferencia de potencia entre los conductores y el plano de tierra quedan dados por las expresiones (10) y (13).

$$V_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{11}}{R}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) \quad (67)$$

$$V_2 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{22}}{R}\right) \quad (68)$$

Estas ecuaciones pueden ser escritas en notación matricial.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{11}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) & \ln\left(\frac{H_{22}}{R}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (69)$$

En el caso de conductores considerando el efecto de tierra; el definir un parámetro capacitivo único resulta imposible, ya que existen diferencias de potencial entre los conductores y entre ellos y tierra; pero la relación entre las cargas y los potenciales referentes al plano de tierra, pueden combinarse en forma matricial como

La ecuación matricial anterior puede ser escrita en forma más compacta.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$\vec{V} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [B] \vec{Q} \quad (71)$$

La matriz [B], recibe el nombre de *matriz de potenciales de Maxwell*; cuyos términos son definidos como logaritmos de distancias.

$$B_{ij} = \ln\left(\frac{H_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (72)$$

Donde en los casos en que $i = j$, la distancia d_{ij} queda sustituidas por el radio físico del conductor. En forma matricial, resulta sencillo, conocer la carga a partir de la tensión en los conductores y la matriz de potenciales de Maxwell.

$$\vec{Q} = 2\pi\epsilon [B]^{-1} \vec{V} \quad (73)$$

Si se toma el hecho de que la relación entre carga y tensión en un capacitor es la capacitancia, entonces resulta fácil decir que la matriz de capacitancia de la línea de transmisión es:

$$[C] = 2\pi\epsilon [B]^{-1} \quad (74)$$

resultando:

$$\vec{Q} = [C] \vec{V} \quad (75)$$

3.11 Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

Supóngase que se tiene una cierta sección de una línea de transmisión de longitud

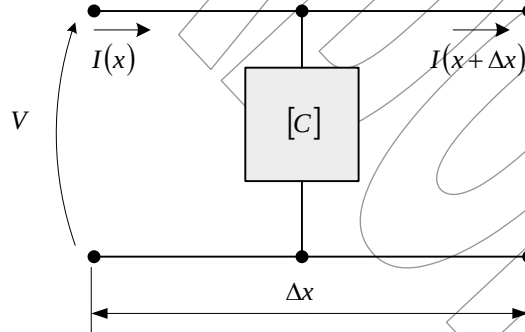


Figura 15. Modelo de Línea

El vector de carga eléctrica; para el segmento de línea, queda dado por:

$$\Delta \vec{Q} = [C] \vec{V}_r \Delta x \quad (76)$$

Si se procede a derivar con respecto al tiempo a la expresión (21)

$$\frac{d\Delta \vec{Q}}{dt} = [C] \frac{d\vec{V}_r}{dt} \Delta x \quad (77)$$

Por otra parte la ecuación de corriente según la ecuación de Kirchoff

$$I(x,t) - I(x + \Delta x, t) = [C] \frac{d\vec{V}_T}{dt} \Delta x \quad (78)$$

Si se divide la expresión (23), por el incremento Δx :

$$\frac{I(x,t) - I(x + \Delta x, t)}{\Delta x} = [C] \frac{d\vec{V}_T}{dt} \quad (79)$$

Si se hace que la longitud de la sección de la línea Δx ; el extremo derecho de la ecuación (24), se transforma en el negativo de la derivada del vector corriente en función de la posición.

$$-\frac{d\vec{I}}{dx} = [C] \frac{d\vec{V}_T}{dt} \quad (80)$$

En el caso de las líneas de transmisión de tipo comercial, se trabaja con campos cuasi-estacionarios, con señales armónicas en el tiempo; de modo que se puede definir la admitancia capacitiva como:

$$[Y] = j\omega[C] \quad (81)$$

Sustituyendo en la ecuación (25), resulta:

$$-\frac{d\vec{I}}{dx} = [Y]\vec{V}_T \quad (82)$$

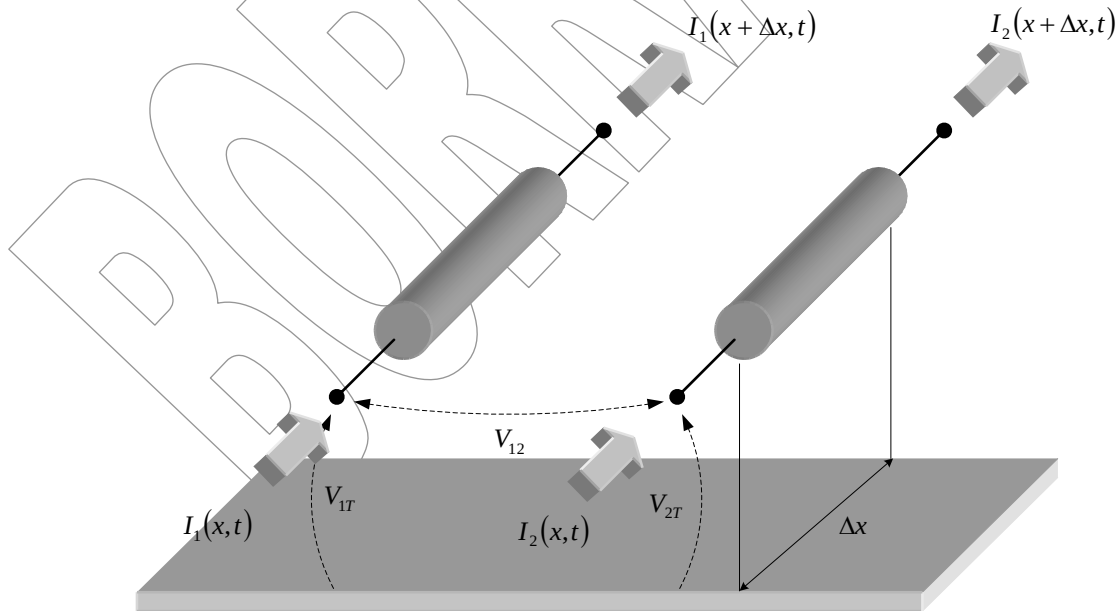
Si se expande la forma matricial de este sistema, se tiene que se generan dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$\mathcal{M}: \begin{cases} \frac{dI_1}{dx} = -Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2}{dx} = -Y_{21}V_1 - Y_{22}V_2 \end{cases} \quad (83)$$

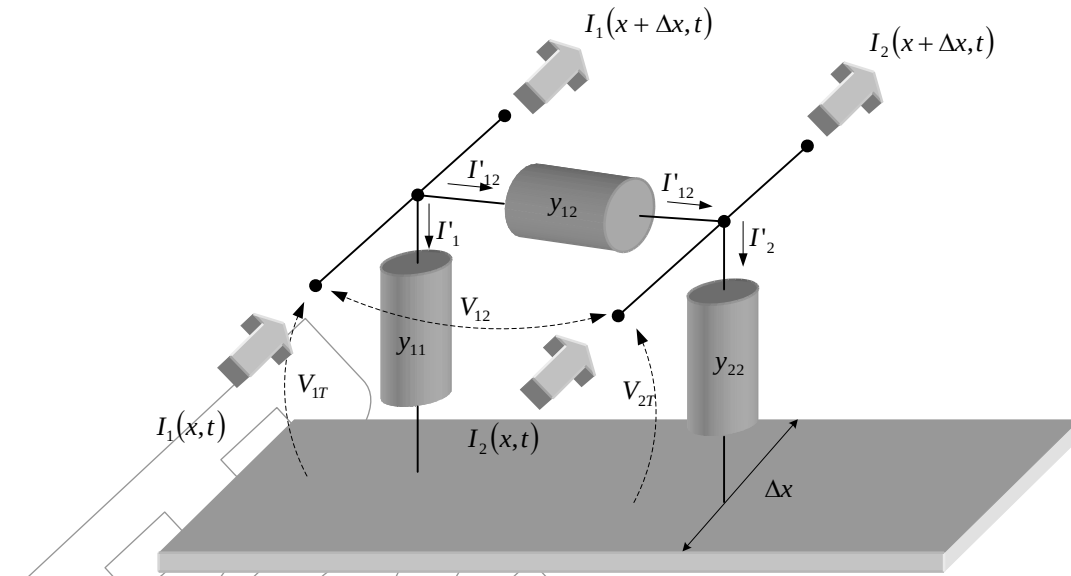
El sistema $\mathcal{M}$, indica que las variaciones de la corriente de cada conductor en función del espacio, es una función del voltaje propio del conductor y del voltaje del otro conductor.

Este sistema demuestra el acople capacitivo entre conductores; que se evidencia con los términos Y_{12} y Y_{21} . Estos términos se pueden demostrar que son iguales lo que hace a la matriz de potenciales de Maxwell, $[B]$, simétrica, por lo que evidentemente las matrices capacitancia $[C]$ y admitancia $[Y]$ también lo sean; y se extiende a sus inversas.

El conjunto de ecuaciones $\mathcal{M}$, no posee una representación sencilla, pero se puede pseudo explicar por un elemento de línea, con elementos concentrados que lo relacionan.



Este sistema de ecuaciones solo puede ser solo modelado por medio de admitancias, pero se debe hacer la salvedad muy clara que este modelo no existe físicamente, solo es una representación circuital.



Este modelo trata (y de hecho lo hace) de explicar el comportamiento físico de las variaciones de tensión y corriente respecto al plano de tierra, pero se debe ser cauteloso en el valor de estas admitancias (y_{11} , y_{12} , y_{22}).

Es relevante acotar que no existe relación física entre los elementos $\{Y_{ij}\}$ de la matriz $[Y]$, y los presentados en el modelo y_{11} , y_{12} , y_{22} ; estos últimos representan una ficticia relación para el modelo circuital. Por otra parte los $\{Y_{ij}\}$ son reales e indican la relación de variación de tensión y corriente respecto al terreno.

Para determinar los valores del modelo $\{y_{ij}\}$, en función de los reales $\{Y_{ij}\}$, se aplican las Leyes de Kirchoff, en los nodos 1 y 2

$$\begin{aligned} I_1(x,t) &= I_1 + I_{12} + I_1(x+\Delta x,t) \\ I_2(x,t) &= I_2 - I_{12} + I_2(x+\Delta x,t) \end{aligned} \quad (84)$$

Reordenando en forma apropiada las expresiones anteriores.

$$\begin{aligned} I_1(x,t) - I_1(x+\Delta x,t) &= I_1 + I_{12} \\ I_2(x,t) - I_2(x+\Delta x,t) &= I_2 - I_{12} \end{aligned} \quad (85)$$

Si ahora se aplican la relación tensión corriente en los elementos del modelo resultan:

$$\begin{aligned} I'_1 &= y_{11} V_1 \Delta x \\ I'_2 &= y_{22} V_2 \Delta x \\ I_{12} &= y_{12} (V_1 - V_2) \Delta x \end{aligned} \quad (86)$$

La longitud del trozo de la línea se considera, debido a que se supone que las admitancias del modelo son por unidad de longitud; de igual forma como ocurre con los elementos $\{Y_{ij}\}$.

Tomando $\mathcal{L}_2$ y sustituyendo en $\mathcal{L}_1$, se tiene:

$$\begin{aligned} I_1(x,t) - I_1(x+\Delta x,t) &= y_{11} V_1 \Delta x + y_{12} (V_1 - V_2) \Delta x \\ I_2(x,t) - I_2(x+\Delta x,t) &= y_{22} V_2 \Delta x + y_{12} (V_1 - V_2) \Delta x \end{aligned} \quad (87)$$

El sistema $\mathcal{M}_1$, en el factor de la derecha se tiene, elemento Δx como factor común, y agrupando los términos de tensión.

$$\begin{aligned} \frac{I_1(x,t) - I_1(x+\Delta x,t)}{\Delta x} &= (y_{11} + y_{12}) V_1 - y_{12} V_2 \\ \frac{I_2(x,t) - I_2(x+\Delta x,t)}{\Delta x} &= y_{12} V_1 + (y_{12} + y_{22}) V_2 \end{aligned} \quad (88)$$

Si se toma el límite cuando la longitud del segmento de la línea se hace muy pequeño ($\Delta x \rightarrow 0$), resulta:

$$\begin{aligned} -\frac{dI_1(x,t)}{dx} &= (y_{11} + y_{12})V_1 - y_{12}V_2 \\ -\frac{dI_2(x,t)}{dx} &= -y_{12}V_1 + (y_{12} + y_{22})V_2 \end{aligned} \quad (89)$$

Reordenando se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1(x,t)}{dx} &= -(y_{11} + y_{12})V_1 + y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2(x,t)}{dx} &= y_{12}V_1 - (y_{12} + y_{22})V_2 \end{aligned} \quad (90)$$

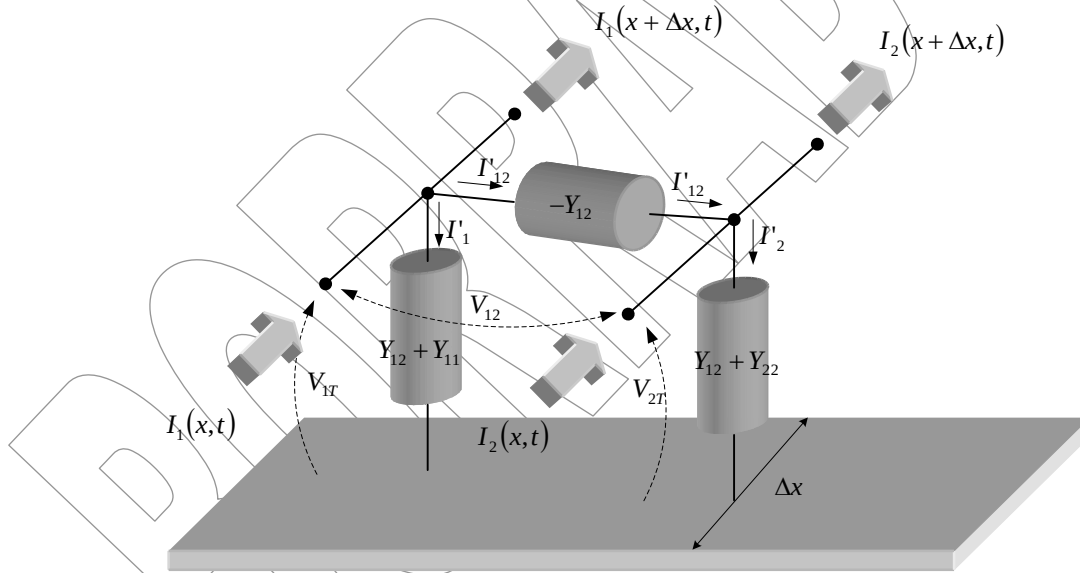
Si se igualan término a término los elementos $\{Y_{ij}\}$ reales del sistema M_1 con los elementos del modelo M_2 .

$$\begin{aligned} M_3: \quad &-(y_{11} + y_{12}) = -Y_{11} \\ &y_{12} = -Y_{12} \\ &-(y_{22} + y_{12}) = -Y_{22} \\ &y_{21} = -Y_{21} \end{aligned} \quad (91)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones M_3 .

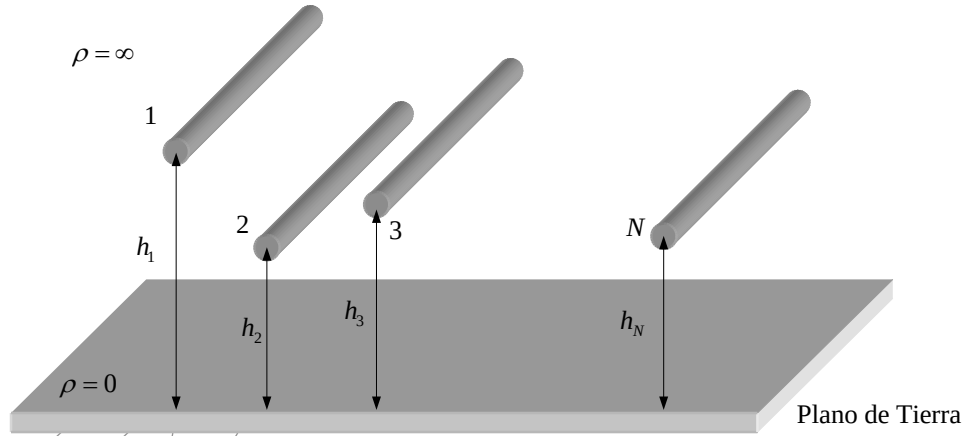
$$\begin{aligned} M: \quad &y_{11} = Y_{11} + Y_{12} \\ &y_{12} = -Y_{12} \\ &y_{22} = Y_{22} + Y_{12} \\ &y_{21} = -Y_{21} \end{aligned} \quad (92)$$

Con los elementos antes expuestos, se evidencia que si existe una relación circuital en el trozo de la línea.

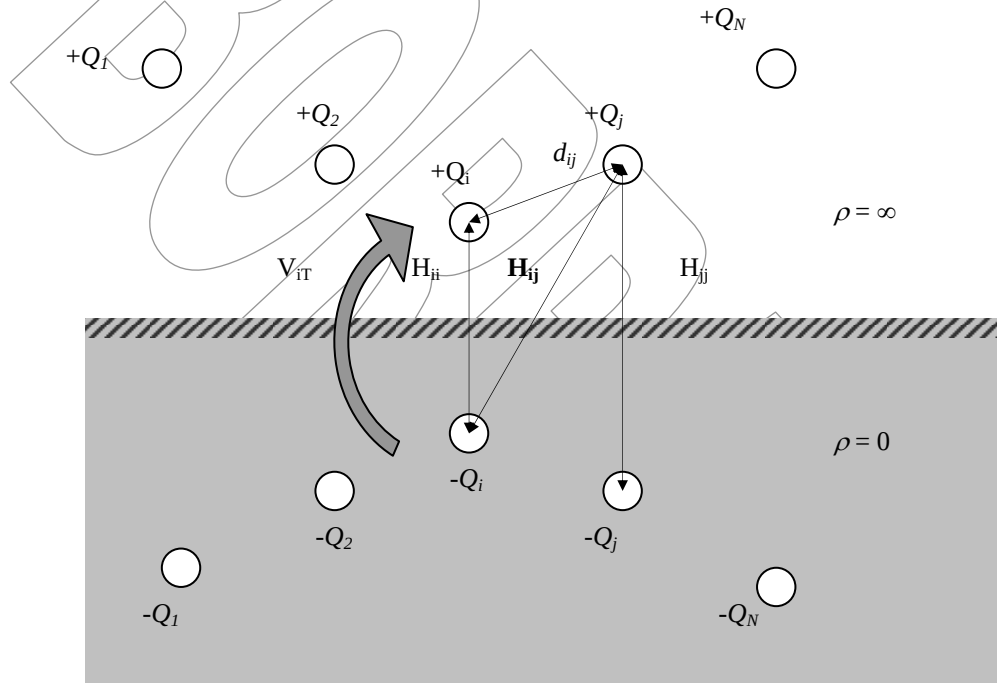


3.12 Matriz de admitancia Capacitiva para N Conductores paralelos entre sí y al plano de tierra

Imagínese N conductores cilíndricos de radio R , paralelos entre sí y con el plano de tierra; suponga que cada uno posee una altura diferentes medida desde el plano de tierra ($h_1, h_2, h_3, \dots, h_N$).



Para estudiar este problema se hace uso de la teoría de imágenes, es decir, se considera que cada conductor posee una imagen por debajo del plano de tierra simétrico.



El mecanismo empleado para el caso de dos conductores sobre el plano de tierra, puede ser generalizado en este caso para los N conductores.

$$V_{it} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(Q_1 \ln \left(\frac{H_{1i}}{d_{1i}} \right) + Q_2 \ln \left(\frac{H_{2i}}{d_{2i}} \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + Q_{i-1} \ln \left(\frac{H_{i-1,i}}{d_{i-1,i}} \right) + Q_i \ln \left(\frac{H_{ii}}{R_i} \right) + Q_{i+1} \ln \left(\frac{H_{i+1,i}}{d_{i+1,i}} \right) + \dots + Q_n \ln \left(\frac{H_{n,i}}{d_{n,i}} \right) \right) \quad (93)$$

De modo que realizando este procedimiento para los N conductores se tiene que en forma matricial se puede escribir:

$$\vec{V}_T = \frac{1}{2\pi\epsilon} [B] \vec{Q} \quad (94)$$

donde la matriz de potenciales de Maxwell es ahora una matriz de $N \times N$ elementos; definidos como:

$$B_{ij} = \ln \left(\frac{H_{ij}}{d_{ij}} \right) \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, N \quad (95)$$

$$B_{ii} = Ln \left(\frac{H_{ii}}{R_i} \right) \quad (95')$$

Es importante recordar que las alturas $\{H_{ii}\}$, son las distancias propias entre un cilindro conductor y su respectiva imagen, mientras que $\{H_{ij}\}$, son las alturas entre el conductor i y la imagen del conductor j . Por otra parte las distancias $\{d_{ij}\}$ son medidas entre los conductores sobre el plano de tierra i y j .

La matriz de capacitancia de este sistema puede ser definida a partir de la matriz de potenciales de Maxwell.

$$[C] = 2\pi\epsilon[B]^{-1} \quad (96)$$

Con la matriz de capacitancia, se puede determinar la matriz de admitancia capacitiva paralelo.

$$[Y] = j\omega[C] \quad (97)$$

Finalmente se pueden establecer las relaciones de tensión y corriente en forma matricial.

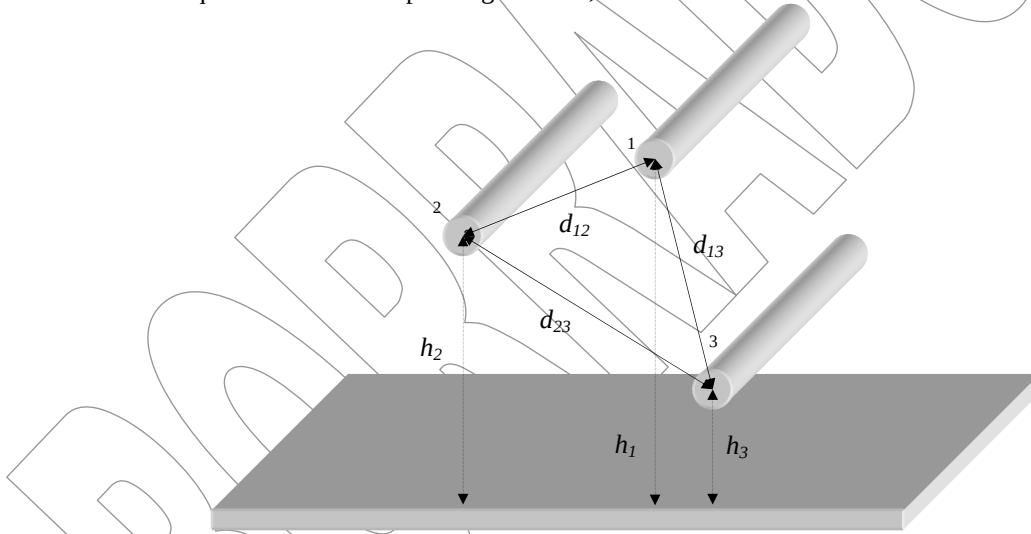
$$-\frac{d\vec{I}}{dx} = [Y]\vec{V}_T \quad (98)$$

La única modificación es el tamaño de estos arreglos.

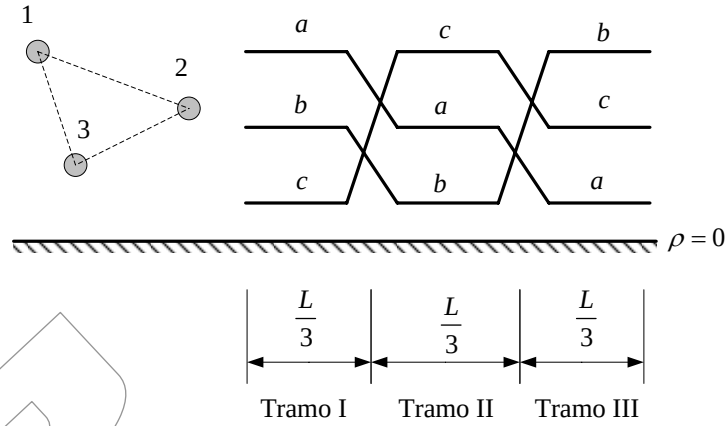
$$\left[\frac{d\vec{I}}{dx} \right]_{1 \times N} = -[Y]_{N \times V} [\vec{V}_T]_{V \times N} \quad (99)$$

3.13 Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

Imagínese que se tiene una línea de transmisión trifásica, con la disposición que se muestra en la figura; donde se asume que cada conductor posee igual radio;



En este caso, la disposición de los conductores es asimétrica entre ellos ($d_{12} \neq d_{23} \neq d_{13}$), y poseen alturas diferentes medidas respecto al plano de tierra (h_1, h_2, h_3). Para eliminar el efecto asimétrico que genera esta disposición de los conductores sobre los parámetros eléctricos de la línea, se emplea una *transposición perfecta*, en la cual cada conductor se ubica en cada una de las posibles disposiciones, a intervalos regulares de la línea.



De modo que los conductores de las fases a, b, c , ocupan las tres posibles posiciones de la disposición sobre las torres (1, 2, 3), una longitud equivalente a un tercio del trayecto total de la línea (L). Ahora bien debido a que la disposición de la línea es asimétrica; y ahondado al hecho de que las fases cambian de posición sobre la torre a intervalos regulares, se debe construir la matriz de potenciales de Maxwell, para cada tramo de transposición (en cada caso la matriz es de 3×3 elementos).

Para el Tramo I de la transposición se cumple:

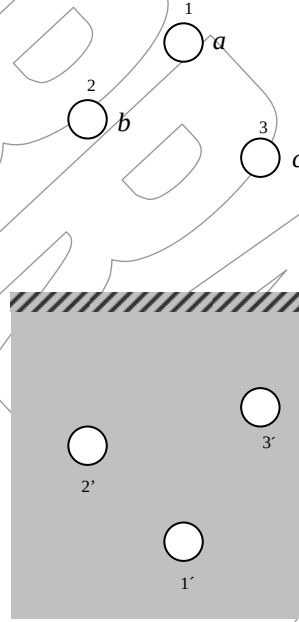


Figura 16. Tramo I de Transposición

$$[B]^{Tramo I} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (100)$$

Donde los elementos de la matriz de potenciales de Maxwell pueden ser escritos como:

$$B_{ij} = \ln \left(\frac{H_{ij}}{d_{ij}} \right) \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, N \quad (101)$$

$$B_{ii} = \ln \left(\frac{H_{ii}}{R_i} \right) \quad (101')$$

Haciendo referencia a las alturas y distancias antes definidas resulta:

$$[B]^{Tramo I} = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{aa}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ab}}{d_{ab}}\right) & \ln\left(\frac{H_{ac}}{d_{ac}}\right) \\ & \ln\left(\frac{H_{bb}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{bc}}{d_{bc}}\right) \\ & & \ln\left(\frac{H_{cc}}{R}\right) \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (102)$$

Para el Tramo II de la transposición se cumple:

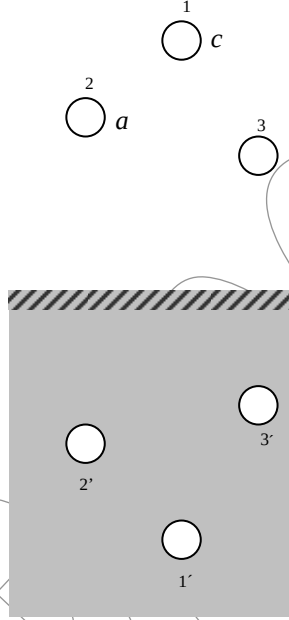


Figura 17. Tramo II de Transposición

En función de las alturas antes descritas, la y empleando un procedimiento semejante al empleado en el Tramo I, se obtiene la matriz de potenciales de Maxwell:

$$[B]^{Tramo II} = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{cc}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ca}}{d_{ab}}\right) & \ln\left(\frac{H_{cb}}{d_{ac}}\right) \\ & \ln\left(\frac{H_{aa}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ac}}{d_{bc}}\right) \\ & & \ln\left(\frac{H_{bb}}{R}\right) \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (103)$$

Aplicando la misma nomenclatura de la matriz de potenciales de Maxwell del Tramo I, $[B]^{Tramo I}$

$$[B]^{Tramo II} = \begin{bmatrix} B_{33} & B_{13} & B_{23} \\ B_{13} & B_{11} & B_{13} \\ B_{23} & B_{13} & B_{22} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (104)$$

Para el Tramo III de la transposición se cumple:

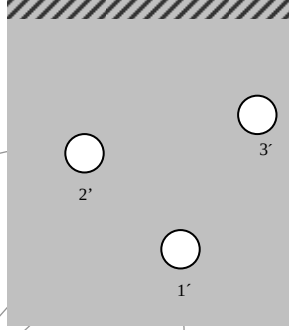
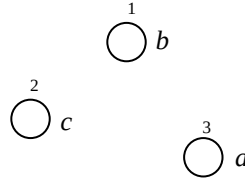


Figura 18. Tramo III de Transposición

En función de las alturas antes descritas, la y empleando un procedimiento semejante al empleado en el Tramo I, se obtiene la matriz de potenciales de Maxwell:

$$[B]^{TramoIII} = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{bb}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{bc}}{d_{ab}}\right) & \ln\left(\frac{H_{ba}}{d_{ac}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{cc}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ca}}{d_{bc}}\right) & \ln\left(\frac{H_{aa}}{R}\right) \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (106)$$

Aplicando la misma nomenclatura de la matriz de potenciales de Maxwell del Tramo I, $[B]^{TramoI}$

$$[B]^{TramoII} = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} & B_{21} \\ B_{23} & B_{33} & B_{13} \\ B_{21} & B_{13} & B_{11} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (107)$$

Una vez que se tienen las matrices de potencial de Maxwell en cada tramo de transposición; se puede asociar a cada uno de estos una variación de la corriente en función de la longitud.

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\vec{I}}{dx} \right]^{TramoI} &= -[Y]^{TramoI} \vec{V}^{TramoI} \\ \left[\frac{d\vec{I}}{dx} \right]^{TramoII} &= -[Y]^{TramoII} \vec{V}^{TramoII} \\ \left[\frac{d\vec{I}}{dx} \right]^{TramoIII} &= -[Y]^{TramoIII} \vec{V}^{TramoIII} \end{aligned} \quad (108)$$

donde las matrices $[Y]$; son calculadas a partir de la inversa de la matriz de potencial de Maxwell de cada Tramo.

$$\begin{aligned}
[Y]^{TramoI} &= 2j\omega\pi\epsilon([B]^{TramoI})^{-1} \\
[Y]^{TramoII} &= 2j\omega\pi\epsilon([B]^{TramoII})^{-1} \\
[Y]^{TramoIII} &= 2j\omega\pi\epsilon([B]^{TramoIII})^{-1}
\end{aligned} \tag{109}$$

Si se procede a tomar las ecuaciones de variación longitudinal de la corriente de la fase a, en cada tramo, se tiene:

$$\begin{aligned}
\frac{dI_a^I}{dx} &= -Y_{aa}^I V_a^I - Y_{ab}^I V_b^I - Y_{ac}^I V_c^I \\
\frac{dI_a^{II}}{dx} &= -Y_{aa}^{II} V_a^{II} - Y_{ab}^{II} V_b^{II} - Y_{ac}^{II} V_c^{II} \\
\frac{dI_a^{III}}{dx} &= -Y_{aa}^{III} V_a^{III} - Y_{ab}^{III} V_b^{III} - Y_{ac}^{III} V_c^{III}
\end{aligned} \tag{110}$$

En el juego de ecuaciones (47), los superíndices I, II y III, en las variables lo que indican es la ubicación en los tramos de transposición. Tomándose el conjunto de ecuaciones (47), para el tramo de transposición J, resulta:

$$\frac{d\vec{I}^{TramoJ}}{dx} = -2j\omega\pi\epsilon([B]^{TramoJ})^{-1} \vec{V}^{TramoJ} \tag{111}$$

de modo que se puede reescribir:

$$\vec{V}^{TramoJ} = -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega} [B]^{TramoJ} \frac{d\vec{I}^{TramoJ}}{dx} \tag{112}$$

Si de toma (112) y se expande la tensión de la fase a, en cada tramo de transposición, resulta:

$$V_a^I = -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega} [B_{11} \ B_{12} \ B_{13}] \begin{bmatrix} \frac{dI_a^I}{dx} \\ \frac{dI_b^I}{dx} \\ \frac{dI_c^I}{dx} \end{bmatrix} \tag{113}$$

es decir:

$$\begin{aligned}
V_a^I &= -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega} \left[B_{11} \frac{dI_a^I}{dx} + B_{12} \frac{dI_b^I}{dx} + B_{13} \frac{dI_c^I}{dx} \right] \\
V_a^{II} &= -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega} \left[B_{33} \frac{dI_a^{II}}{dx} + B_{13} \frac{dI_b^{II}}{dx} + B_{23} \frac{dI_c^{II}}{dx} \right] \\
V_a^{III} &= -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega} \left[B_{22} \frac{dI_a^{III}}{dx} + B_{23} \frac{dI_b^{III}}{dx} + B_{21} \frac{dI_c^{III}}{dx} \right]
\end{aligned} \tag{114}$$

Ahora bien, debido a que la línea de transmisión es transpuesta, se debe extraer una promedio de la variación longitudinal de la tensión y la corriente:

$$\vec{V} = \frac{(\vec{V}^{TramoI} + \vec{V}^{TramoII} + \vec{V}^{TramoIII})}{3} \tag{115}$$

$$\frac{d\vec{I}}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{d\vec{I}^{TramoI}}{dx} + \frac{d\vec{I}^{TramoII}}{dx} + \frac{d\vec{I}^{TramoIII}}{dx} \right) \tag{116}$$

Si se procede

$$\frac{dI_a}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{dI_a^I}{dx} + \frac{dI_a^{II}}{dx} + \frac{dI_a^{III}}{dx} \right) \tag{117}$$

$$\frac{dI_b}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{dI_b^I}{dx} + \frac{dI_b^{II}}{dx} + \frac{dI_b^{III}}{dx} \right) \tag{118}$$

$$\frac{dI_c}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{dI_c^I}{dx} + \frac{dI_c^{II}}{dx} + \frac{dI_c^{III}}{dx} \right) \quad (119)$$

Si se supone que en cada tramo de la transposición la variación longitudinal de la corriente es la misma se cumple:

$$\frac{dI_a^I}{dx} = \frac{dI_a^{II}}{dx} = \frac{dI_a^{III}}{dx} = \frac{dI_a}{dx} \quad (120)$$

finalmente se tiene que la tensión de la fase a, puede ser escrita como sigue:

$$V_a = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \left[\left(\frac{B_{11} + B_{22} + B_{33}}{3} \right) \frac{dI_a}{dx} + \left(\frac{B_{12} + B_{23} + B_{13}}{3} \right) \frac{dI_b}{dx} + \dots \right. \\ \left. \dots + \left(\frac{B_{13} + B_{23} + B_{12}}{3} \right) \frac{dI_c}{dx} \right] \quad (121)$$

sustituyendo la definición de los términos B_{ij} , se tiene:

$$V_a = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \left[\ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{aa}H_{bb}H_{cc}}}{R} \right) \frac{dI_a}{dx} + \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{ab}H_{bc}H_{ac}}}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ac}}} \right) \frac{dI_b}{dx} + \dots \right. \\ \left. \dots + \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{ab}H_{bc}H_{ac}}}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ac}}} \right) \frac{dI_c}{dx} \right] \quad (122)$$

Un tratamiento semejante para las fases b y c , arrojan valores semejantes a la expresión (59); de modo que puede escribir que en cualquier línea se cumple:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ & B_p & B_m \\ & & B_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dx} \\ \frac{dI_b}{dx} \\ \frac{dI_c}{dx} \end{bmatrix} \quad (123)$$

Si se supone que el sistema es trifásico balanceado se cumple:

$$V_a + V_b + V_c = 0 \\ \frac{dI_a}{dx} = \frac{dI_b}{dx} = \frac{dI_c}{dx} = 0 \quad (124)$$

Sustituyendo en el sistema (60), se tiene:

$$V_a = B_p \frac{dI_a}{dx} + B_m \frac{dI_b}{dx} + B_m \frac{dI_c}{dx} \quad (125)$$

Si se cumple en el sistema trifásico que:

$$-\frac{dI_a}{dx} = \frac{dI_b}{dx} + \frac{dI_c}{dx}$$

resulta:

$$V_a = B_p \frac{dI_a}{dx} - B_m \frac{dI_a}{dx} \quad (126)$$

Similar desarrollo se puede realizar para las otras fases y se emplea la notación matricial y resulta:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \begin{bmatrix} B_p - B_m & 0 & 0 \\ & B_p - B_m & 0 \\ & & B_p - B_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dx} \\ \frac{dI_b}{dx} \\ \frac{dI_c}{dx} \end{bmatrix} \quad (127)$$

Finalmente la reactancia capacitiva de secuencia positiva resulta:

$$X^+ = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} (B_p - B_m) \quad (128)$$

Sustituyendo la definición de los términos, se tiene:

$$X^+ = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \ln \left(\frac{HPG \times DMG}{HMG \times R} \right) \quad (129)$$

donde:

$$HPG = \sqrt[3]{H_{aa}H_{bb}H_{cc}} \quad (130)$$

$$HMG = \sqrt[3]{H_{ab}H_{ac}H_{bc}} \quad (131)$$

$$DMG = \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ac}} \quad (132)$$

3.14 Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión sin Transposición

Las líneas de transmisión por ser estructuras metálicas de considerable altura, son susceptibles a recibir descargas atmosféricas (rayos); por ello; y conociendo que los rayos son atraídos a los elementos más altos conectados a tierra, se coloca uno o varios conductores en la parte más alta de la torre; que se conectan a tierra a través de la propia estructura. La idea es colocar la tierra lo más cercana a las nubes de modo que la descarga impacte sobre este y no en los conductores de fase. Este cable de guarda modifica el parámetro capacitivo de la línea, debido a que se asume que posee el potencial de tierra, aunque en la realidad no es totalmente cierto. El cable de guarda; lo que es, es un cable adicional que modifica la matriz de potencial de Maxwell; agregando tantas las filas como tantas filas y columnas como cables de guarda. Por generalidad supóngase una línea de transmisión trifásica de un solo conductor por fase; y que posee dos cables de guarda.

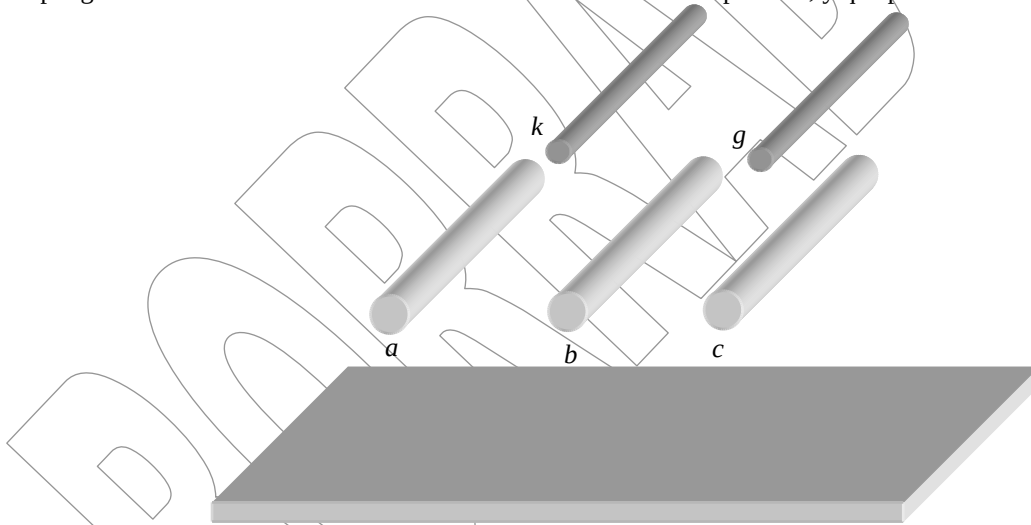


Figura 19. Línea de Transmisión Trifásica con dos cables de Guarda

En este caso la matriz de potenciales de Maxwell, deja de ser 3x3, como hasta ahora se ha estudiado y resulta de 5x5, debido a la incorporación de dos filas y columnas por los cables de guarda k y g .

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} & B_{ac} & B_{ak} & B_{ag} \\ & B_{bb} & B_{bc} & B_{bk} & B_{bg} \\ & & B_{cc} & B_{ck} & B_{cg} \\ & & & B_{kk} & B_{kg} \\ & & & & B_{gg} \end{bmatrix} \quad (133)$$

donde se sigue cumpliendo; que los términos de los parámetros quedan definidos como:

$$B_{ij} = \ln \left(\frac{H_{ij}}{d_{ij}} \right) \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, N \quad (101)$$

$$B_{ii} = \ln \left(\frac{H_{ii}}{R_i} \right) \quad (101')$$

con la única diferencia es la presencia de los cables de guarda. La matriz de admitancia capacitiva para este sistema sigue siendo de igual forma:

$$[Y]_{fg} = 2j\pi\omega\epsilon[B]_{fg}^{-1}$$

Y la relación entre la tensión y la variación longitudinal de la corriente resulta:

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dx} \\ \frac{dI_b}{dx} \\ \frac{dI_c}{dx} \\ \frac{dI_k}{dx} \\ \frac{dI_g}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} & Y_{ak} & Y_{ag} \\ & Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{bk} & Y_{bg} \\ & & Y_{cc} & Y_{ck} & Y_{cg} \\ & & & Y_{kk} & Y_{kg} \\ & & & & Y_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_k \\ V_g \end{bmatrix} \quad (134)$$

Notece que este sistema matricial puede ser reescrito a partir de submatrices:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\vec{I}_f}{dx} \\ \frac{d\vec{I}_g}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [Y]_{ff} & [Y]_{fg} \\ [Y]_{gf} & [Y]_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_f \\ \vec{V}_g \end{bmatrix} \quad (135)$$

Donde $\frac{d\vec{I}_f}{dx}$ es el vector de variación longitudinal de la corrientes de fase, $\frac{d\vec{I}_g}{dx}$ la de los cables de guarda; y $[Y_{ff}]$ es la submatriz de fases, $[Y_{fg}]$ la que relaciona las variaciones longitudinales de la corrientes de fase con $\vec{V}_g$, $[Y_{fg}]$ relaciona $\vec{I}_g$ con $\vec{V}_f$. $[Y_{gg}]$ es la submatriz de valores propios de guarda.

Los cables de guarda se encuentran conectados a tierra en cada una de las estructuras de la línea, de modo que se puede afirmar que el potencial de los mismos en teoría es el de tierra $V_g = V_k = 0$.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\vec{I}_f}{dx} \\ \frac{d\vec{I}_g}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [Y]_{ff} & [Y]_{fg} \\ [Y]_{gf} & [Y]_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_f \\ \vec{0} \end{bmatrix} \quad (136)$$

En formas de reactancias se escribe:

$$\begin{bmatrix} \vec{V}_f \\ \vec{0} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [X]_{ff} & [X]_{fg} \\ [X]_{gf} & [X]_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\vec{I}_f}{dx} \\ \frac{d\vec{I}_g}{dx} \end{bmatrix} \quad (136)$$

Nótese que (136) puede ser tratado como un sistema de dos ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} -\vec{V}_f &= [X]_{ff} \frac{d\vec{I}_f}{dx} + [X]_{fg} \frac{d\vec{I}_g}{dx} \\ \vec{0} &= -[X]_{gf} \frac{d\vec{I}_f}{dx} - [X]_{gg} \frac{d\vec{I}_g}{dx}. \end{aligned} \quad (136')$$

Despejando la variación longitudinal de la corriente de los cables de guarda, se tiene:

$$\frac{d\vec{I}_g}{dx} = -[X]_{gg}^{-1} [X]_{gf} \frac{d\vec{I}_f}{dx}$$

Sustituyendo en (136) se tiene:

$$\vec{V}_f = \left([X]_{ff} + [X]_{fg} [X]_{gg}^{-1} [X]_{fg} \right) \frac{d\vec{I}_f}{dx} \quad (137)$$

Notece que si se llama $[X]$ a la matriz reducida de reactancia capacitiva se cumple:

$$[X] = \left([X]_{ff} + [X]_{fg} [X]_{gg}^{-1} [X]_{fg} \right) \quad (138)$$

es decir

$$\vec{V}_f = [X] \frac{d\vec{I}_f}{dx} \quad (139)$$

Donde la matriz $[X]$, es una matriz de 3×3 .

3.15 Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión con Transposición

El efecto de la transposición sobre la línea de transmisión, debe ser cuidadosamente tomado en cuenta, debido a que el tipo de transposición que tiene lugar en la práctica, es que los cables de fase cambian de posición en la estructura a lo largo del trayecto a intervalos de longitud simétricos, pero los cables de guarda para poder cumplir con su efecto de protección, deben mantener su posición fija.

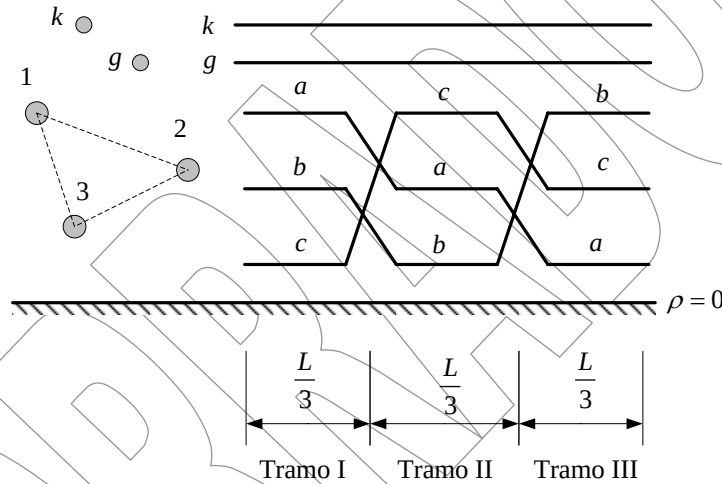


Figura 20. Transposición de una Línea Trifásica con Cable de Guarda

Como ya se ha demostrado en el caso de la línea trifásica transpuesta con efecto de tierra, el efecto de la transposición es promediar los valores de la diagonal principal y fuera de la diagonal principal de la matriz de potenciales de Maxwell. En este caso el cable de guarda se encuentra fijo y el valor promedio de los $[B_{fg}]$ es diferente del promedio de los B_{ij} ($i \neq j$) de los conductores de fase. De modo que se puede definir los valores promedios diferentes para los conductores de fase y para el cable de guarda. La matriz de potencial de Maxwell resulta ser:

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} \end{bmatrix} \quad (140)$$

donde se cumple:

$$B_{pf} = \ln \left(\frac{HPG_f}{R_f} \right) \quad (141)$$

$$B_{mf} = \ln \left(\frac{HMG_f}{DMG_f} \right)$$

$$B_{pg} = \ln \left(\frac{HPG_g}{R_g} \right) \quad (142)$$

$$B_{fg} = \ln \left(\frac{HMG_g}{DMG_g} \right)$$

donde se definen cada uno de los términos como sigue:

$$\begin{aligned} HPG_f &= \sqrt[3]{H_{aa}H_{bb}H_{cc}} \\ HMG_f &= \sqrt[3]{H_{ab}H_{bc}H_{ac}} \\ DMG_f &= \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ac}} \end{aligned} \quad (141)$$

$$\begin{aligned} HPG_g &= H_{gg} \\ HMG_g &= \sqrt[3]{H_{ag}H_{bg}H_{cg}} \\ DMG_g &= \sqrt[3]{d_{ag}d_{bg}d_{cg}} \end{aligned} \quad (142)$$

donde las H_{ij} son las distancias entre los conductores de fase y sus respectivas imágenes; H_{ig} , es la distancia entre los conductores de fase y la imagen del cable de guarda. Las d_{ij} son las distancias entre los conductores de fase y d_{ig} con los cables de guarda. Si se aplica la reducción de Kron a esta matriz de potencial; de modo de obtener la matriz reducida 3x3.

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{pg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{pg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pg} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{fg} \\ B_{fg} \\ B_{fg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} \end{bmatrix} \frac{1}{B_{gg}} \quad (143)$$

Si se realiza el producto de la expresión (143) resulta:

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix} \quad (144)$$

donde los términos de la matriz quedan definidos como:

$$\begin{aligned} B_p &= B_{pf} - \frac{B_{fg}^2}{B_{pg}} \\ B_m &= B_{mf} - \frac{B_{fg}^2}{B_{pg}} \end{aligned} \quad (145)$$

Bajo los términos anteriores queda definida la reactancia capacitiva de secuencia positiva (X^+) como:

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon} \quad (146)$$

En el caso de la línea de transmisión trifásica de un solo conductor con dos cables de guarda, la matriz de potenciales de Maxwell; resulta de 5x5.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} & B_{ac} & B_{ak} & B_{ag} \\ & B_{bb} & B_{bc} & B_{bk} & B_{bg} \\ & & B_{cc} & B_{ck} & B_{cg} \\ & & & B_{kk} & B_{kg} \\ & & & & B_{gg} \end{bmatrix} \quad (133)$$

En este caso se cumple aplicando la transposición que se realiza un promedio de los elementos correspondientes a los cables de guarda. En este caso de dos cables de guarda, el promedio de B_{gk} y B_{kg} es el mismo valor.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} & B_{mg} \\ -B_{fg} & -B_{fg} & -B_{fg} & B_{mg} & B_{pg} \end{bmatrix} \quad (147)$$

donde se cumple:

$$B_{pf} = \ln \left(\frac{HPG_f}{R_f} \right) \quad (148)$$

$$B_{mf} = \ln \left(\frac{HMG_f}{DMG_f} \right)$$

$$B_{pg} = \ln \left(\frac{HPG_g}{R_g} \right)$$

$$B_{fg} = \ln \left(\frac{HMG_g}{DMG_g} \right) \quad (149)$$

$$B_{mg} = \ln \left(\frac{H_{gk}}{d_{gk}} \right)$$

donde se definen cada uno de los términos como sigue:

$$HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}} \quad (150)$$

$$HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}}$$

$$DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}$$

$$HPG_g = \sqrt{H_{kk} H_{gg}}$$

$$HMG_g = \sqrt[6]{H_{ag} H_{bg} H_{cg} H_{ak} H_{bk} H_{ck}} \quad (151)$$

$$DMG_g = \sqrt[6]{d_{ag} d_{bg} d_{cg} d_{ak} d_{bk} d_{ck}}$$

En forma más compacta la ecuación (147) puede ser escrita como:

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} [B]_{ff} & [B]_{fg} \\ [B]_{fg} & [B]_{gg} \end{bmatrix} \quad (152)$$

Si se aplica la reducción de Kron, para obtener la matriz de potenciales de Maxwell reducida, se tiene:

$$[B] = [B]_{ff} - [B]_{fg} ([B]_{gg})^{-1} [B]_{fg} \quad (152)$$

La matriz reducida queda de la forma:

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix} \quad (144)$$

Y en función de sus términos se puede escribir que:

$$\begin{aligned} B_p &= B_{pf} - \frac{2B_{fg}^2(B_{pg} - B_{mg})}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \\ B_m &= B_{mf} - \frac{2B_{fg}^2(B_{pg} - B_{mg})}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \end{aligned} \quad (144)$$

la reactancia de secuencia positiva (X^+) resulta ser:

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon} \quad (146)$$

3.16 Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

En las líneas de transmisión con tensiones de operación mayor a 230 kV, el efecto corona empieza a ser un fenómeno de especial atención para el diseño de las líneas como consecuencia de las pérdidas de potencia activa; y es para evitar este efecto que se empleen varios conductores por fase; constituyendo lo que se denomina *conductores en haz (bundle)*. Si se considera dos conductores cilíndricos de radio R , que se encuentran paralelos entre si y con el plano de tierra;

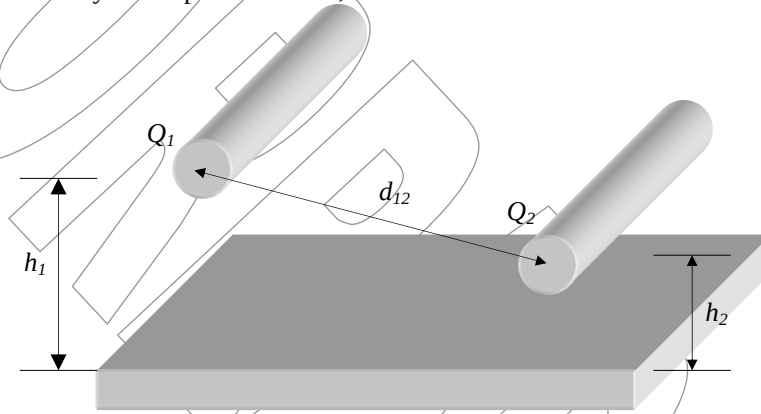


Figura 21. Conductores en Paralelo

Para este caso la relación de tensiones y variaciones longitudinales de la corriente queda dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dx} \\ \frac{dI_2}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (147)$$

Si se considera que ambos conductores se encuentran conectados eléctricamente en paralelo, se tiene que el potencial respecto a tierra de ambos conductores es el mismo, es decir: $V_1 = V_2 = V$.

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dx} &= -Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2}{dx} &= -Y_{12}V_1 - Y_{22}V_2 \end{aligned}$$

Si se procede a sumar ambas ecuaciones con la condición de igual potencial en cada conductor se tiene:

$$\frac{dI_1}{dx} + \frac{dI_2}{dx} = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22})V \quad (148)$$

Por otra parte como los conductores se encuentra eléctricamente en paralelo, se cumple que la corriente del paralelo (I) es la suma de las corrientes en cada conductor I_1 e I_2 .

$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{dI}{dx} = \frac{dI_1}{dx} + \frac{dI_2}{dx}$$

Sustituyendo en (148) se tiene:

$$\frac{dI}{dx} = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22})V \quad (149)$$

De modo que se puede asumir que la admitancia de estos conductores en paralelo resulta (Y):

$$\frac{dI}{dx} = -YV \quad (150)$$

$$Y = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22}) \quad (151)$$

Se conoce que la admitancia esta relacionada con la matriz de potenciales de Maxwell.

$$[Y] = 2\pi\omega\epsilon_j[B]^{-1} \quad (152)$$

donde

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{12} & B_{22} \end{bmatrix}$$

En función de los términos de la matriz de potenciales de Maxwell de este sistema se tiene:

$$Y = 2\pi\omega\epsilon_j \frac{(B_{11} + B_{22} - 2B_{12})}{\det([B])} \quad (152)$$

$$\det([B]) = B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21}$$

Si se realiza la consideración de que los conductores de esta configuración se encuentran a la misma altura sobre el plano de tierra; resulta:

$$h_1 = h_2 \rightarrow H_{11} = H_{22}$$

por lo que los términos de la matriz de potenciales de Maxwell $B_{11} = B_{22}$; de modo que si se sustituye esta condición en la expresión (152).

$$Y = \frac{4\pi\epsilon_j\omega}{B_{11} + B_{12}} \quad (153)$$

si se procede a sustituir la definición en términos de logaritmo de los elementos B_{11} y B_{12} se tiene:

$$Y = \frac{2\pi\epsilon_j\omega}{\ln\left(\frac{\sqrt{H_{11}H_{12}}}{\sqrt{Rd_{12}}}\right)} \quad (154)$$

Finalmente la reactancia capacitiva de este conductor compuesto considerando el efecto de tierra puede ser escrita como:

$$X = \frac{1}{2\pi\epsilon_j\omega} \ln\left(\frac{\sqrt{H_{11}H_{12}}}{\sqrt{Rd_{12}}}\right) \quad (155)$$

De esta ecuación e interpreta como un conductor equivalente ficticio de radio $\sqrt{Rd_{12}}$ que se encuentra a una altura sobre el plano de tierra $\frac{\sqrt{H_{11}H_{22}}}{2}$, sobre el plano de tierra.

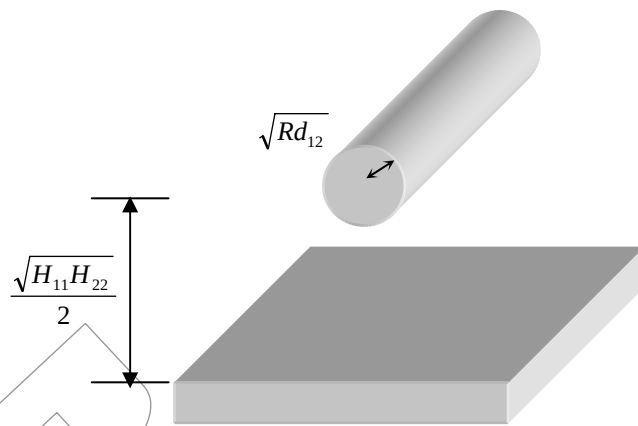


Figura 22. Conductor equivalente de un Grupo Paralelo

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/296282883>

Capítulo 4. Introducción a la Operación en Régimen Estacionario de la Línea de Transmisión

Research · February 2016

CITATIONS

0

READS

1,940

1 author:



[Francisco Gonzalez-Longatt](#)

Loughborough University

214 PUBLICATIONS 1,206 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Modeling and Simulation using Bond Graph Theory [View project](#)



Autonomous DC Micro grid for Buildings [View project](#)

Introducción a la Operación en Régimen Estacionario de la Línea de Transmisión

4.1 Introducción

El diseño de la línea de transmisión es sumamente apasionante, pero otro aspecto importante e igualmente atractivo lo es la operación de la línea de transmisión; de modo que los parámetros eléctricos se mantengan en explotación dentro de los límites de calidad del sistema.

4.2 Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

Para los estudios de la transmisión de energía eléctrica, se debe definir el objetivo de estos sistemas; desplazar los bloques energéticos desde los puntos de generación, hasta las cargas

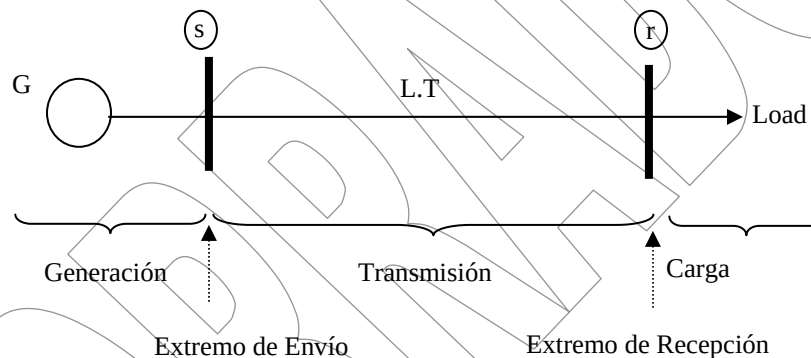


Figura 1. Esquema de un Sistema de Transmisión

El problema de transmisión de energía puede ser resumido a estudiar el comportamiento del voltaje y la potencia en los extremos de envío; ante condiciones impuestas de voltaje y potencia en el extremo de recepción o carga. Existen dos supuestos que se deben dejar claro como lo son el hecho de que las líneas son perfectamente transpuestas y el sistema de voltajes y corrientes son balanceadas. Estos supuestos se consideran válidos aunque la línea no se transpuesta, debido a que los porcentajes de asimetría por este hecho son mínimos.

Entre los supuestos anteriores; se debe incluir el hecho de que se supone que las cargas terminales son trifásicas simétricas equilibradas.

Para poder realizar el análisis en operación del sistema de transmisión, se debe obtener un modelo adecuado de la línea de transmisión; que según varios autores, estos modelos son clasificados en función de la longitud de la línea, quedando agrupados en tres grandes grupos:

- Líneas Cortas.
- Líneas Medias.
- Líneas Largas.

Esta clasificación obedece a la longitud y a una serie de aproximaciones admitidas al operar con los parámetros de la línea. Es de conocimiento general, que la línea de transmisión es caracterizada por cuatro parámetros eléctricos: resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia de fuga; los cuales se encuentran uniformemente repartidos a lo largo del trayecto de la línea, y que cuando la longitud se hace apreciable (líneas largas) y en cálculos exactos, se debe estudiar estrictamente este supuesto.

En aquellas líneas donde la longitud no es apreciable (líneas medias), se puede asumir que la capacitancia, se encuentra agrupada o concentrada en forma total en cada extremo de la línea, sin que se cometa un error numérico apreciable en los cálculos. Por último si las líneas son cortas; el efecto de la susceptancia capacitiva; puede ser despreciable. En el caso de frecuencia de operación a 60 Hz; las longitudes distintivas para cada tipo de línea queda dado por:

- Líneas Cortas: longitud menos a 50 millas (80Km).
- Líneas Medias: longitud entre las 80 millas y las 150 millas (240 Km).
- Líneas Largas: cuya longitud es superior a 150 millas.

Es importante acotar que las líneas en ocasiones son extendidas hasta las 200 millas.

Se puede afirmar que por ahora; sin dar mayor explicación, que el parámetro para realizar la clasificación; es la longitud de la línea (L), comparado con la *longitud de onda* (λ). Es importante, sin embargo, que se diferencie a las líneas cortas que denotan tensiones de 115 o 230 kV como máximo, de las denominadas líneas largas, representativas de los sistemas de extra alta y ultra alta tensión (400, 800 y más kV).

4.3 Líneas Cortas

En la gran mayoría de los casos; es seguro aplicar el análisis de la línea corta cuya longitud ronda las 30 millas y los voltajes menores a 40 kV. Sin embargo, en Venezuela las líneas cortas denotan tensiones de 115 o 230 kV como máximo; siendo evidente el hecho de que estas líneas son frecuentes en los sistemas de baja tensión y tensiones intermedias; que se caracterizan porque su longitud no es significativa.

A estos niveles de tensión, y de longitud pequeña comparada con la longitud de onda ($\lambda \approx 6000$ Km, a 60 Hz), la importancia de la capacitancia distribuida y la corriente de carga (I_{chg}) puede ser minúscula desde el punto de vista eléctrico; por lo que con esto el estudio de la línea, se simplifica notablemente. Permitiéndose ignorar a las capacitancias derivación del circuito equivalente respectivo.

En base a las suposiciones anteriores, el modelo equivalente de la línea corta puede ser resumido a una componente activa R_{LT} y una componente de reactiva, X_{LT} , de naturaleza inductiva (Figura 2).

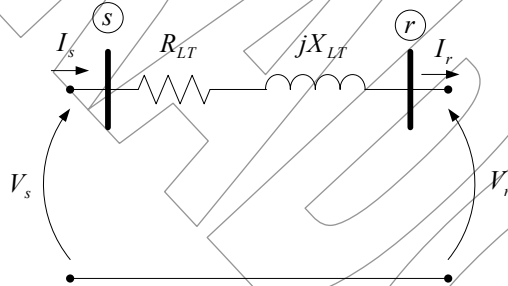


Figura 2. Modelo de Línea de Transmisión Corta

donde V_s e I_s son la corriente y la tensión en los extremos de envío y V_r e I_r los respectivos para el extremo de recepción. Si se aplican las leyes de Kirchoff al modelo equivalente; se obtiene el juego de ecuaciones que describen el comportamiento del sistema:

$$\begin{aligned} I_s &= I_r \\ V_s &= (R_{LT} + jX_{LT})I_s + V_r \end{aligned} \quad (1)$$

Observece que el la caída de tensión en la línea puede ser escrito como: $\Delta V = (R_{LT} + jX_{LT})I_s$, donde fácilmente se evidencia que una disminución en la demanda del consumidor (load) disminuye también I_r , y por consiguiente también la caída de tensión ΔV en la línea. Entonces la tensión en el extremo de recepción, V_r , aumenta hasta alcanzar un valor cercano o igual al extremo de envío V_s , lo cual se cumple literalmente en la marcha en vacío.

En la práctica el incremento de tensión al disminuir bruscamente la carga no deberá exceder del 5% de la tensión nominal de operación, de manera que el consumidor no sufra mayores daños. De modo que a nivel de proyecto la caída de tensión en la línea tiene que ser dimensionada entre límites razonables. Desde el punto de vista operacional, interesan más los valores absolutos de las tensiones en los extremos de la línea que el desfase imperante entre ellos.

4.4 Regulación de Voltaje

La regulación de voltaje en una línea de transmisión es la variación de voltaje en el extremo receptor cuando se pasa de vacío a plena carga (o viceversa); para un voltaje en el extremo emisor constante y un factor de potencia dado en la carga. Esta variación se expresa generalmente en porcentaje a plena carga en el extremo receptor. Como las cargas en los sistemas de potencia son generalmente inductiva; se presupone; que una reducción de tensión se produce con un factor de potencia inductivo y una elevación de tensión en el caso del factor de potencia capacitivo.

La regulación es función de la carga y su factor de potencia; el concepto de regulación antes expuesto; se utiliza en sistemas radiales donde el extremo de la fuente (claramente definido) está conectado a un generador y el otro extremo a la carga. En general, los sistemas de potencia son mallados; de modo que el concepto de regulación en esta condición es difícil de aplicar de modo referencial, en su lugar se emplea el estado de los voltajes en cada barra del sistema de potencia para diferentes condiciones de carga.

El valor de regulación en ocasiones se emplea como parámetro de diseño de la línea de transmisión; para un voltaje de operación dado. Un valor típico de regulación para diseño es alrededor de 10%. La expresión matemática que define la regulación, resulta:

$$\% \text{ Regulación} = \frac{|V_{r0}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100\% \quad (2)$$

donde: $|V_{r0}|$ es el voltaje en el extremo de recepción en vacío, $|V_r|$ es el voltaje de recepción de en la carga.

4.5 Solución Analítica para Regulación de Voltaje de Líneas Cortas conocidas las Condiciones de Recepción

El más común de los problemas de regulación es uno en el cual es deseado obtener la caída de voltaje para una condición terminal de recepción conocida. Si se considera el modelo de la línea de transmisión corta, para la solución de este problema es más conveniente hacer V_r el fasor de referencia ($V_r = |V_r| \angle 0^\circ$).

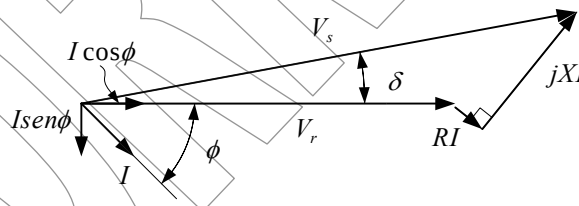


Figura 3. Diagrama Fasorial para Línea Corta, Factor de Potencia Inductivo (*Lagging*)

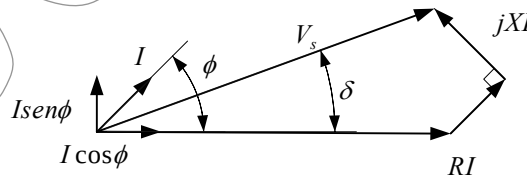


Figura 4. Diagrama Fasorial para Línea Corta, Factor de Potencia Capacitivo (*Leading*)

Es importante mencionar que si los voltajes son de línea a línea son aplicados, las caídas de tensión deben ser multiplicadas por $\sqrt{3}$, en líneas trifásicas y por dos en líneas monofásicas. En lo sucesivo, el signo del ángulo del factor de potencia ϕ , depende si la corriente adelanta o atrasa a la tensión. Para factor de potencia inductivo ϕ y $\sin \phi$ son negativos; y para factor de potencia en adelanto ϕ y $\sin \phi$ son positivos; el $\cos \phi$ es siempre positivo tanto en adelanto como en atraso. Si se considera una línea de transmisión corta; se conoce que en operación; se cumple:

$$\begin{aligned} I_s &= I_r \\ V_s &= (R_{LT} + jX_{LT})I_s + V_r \end{aligned} \quad (1)$$

Si la línea de transmisión corta se encuentra en vacío; se tiene que la tensión de recepción y la de envío son iguales.

$$\begin{aligned} V_s &= (R_{LT} + jX_{LT})I_s + V_r \rightarrow V_s = V_r \\ |V_{r0}| &= |V_s| \end{aligned} \quad (3)$$

Y en la carga; la tensión en el extremo de recepción es V_r ; de modo que el factor de regulación es máximo con los factores de potencia en retraso. Y mínimo o incluso negativo, con los factores de potencia en adelanto. Ahora bien palpar el efecto de regulación en líneas medias y largas es más fácil de ver. Si se considera el caso de factor de potencia inductivo:

$$\begin{aligned} I_s &= |I_r| \cos \phi + j|I_r| \sin \phi \\ V_s &= V_r + Z_{LT}I_s \end{aligned} \quad (4)$$

donde: $Z_{LT} = R_{LT} + jX_{LT}$, sustituyendo se tiene.

$$V_s = (|V_r| + |I_r|R_{LT} \cos \phi - |I_r|X_{LT} \sin \phi) + j(|I_r|R_{LT} \sin \phi - |I_r|X_{LT} \cos \phi) \quad (5)$$

el diagrama fasorial, considerando factor de potencia inductivo, resulta:

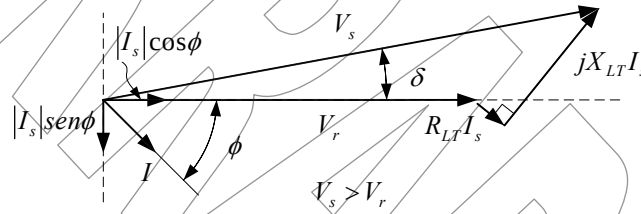


Figura 5. Diagrama Fasorial de Línea Corta con Carga de Factor de Potencia Inductivo

$$|V_s| = \sqrt{(|V_r| + |I_r|R_{LT} \cos \phi - |I_r|X_{LT} \sin \phi)^2 + (|I_r|R_{LT} \sin \phi - |I_r|X_{LT} \cos \phi)^2} \quad (6)$$

Si $|I_r|X_{LT}$ e $|I_r|R_{LT}$ son caídas no mayores al 10%, de V_s y V_r , entonces se tiene:

$$|V_s| = |V_r| + |I_r|R_{LT} \cos \phi - |I_r|X_{LT} \sin \phi \quad (7)$$

Tomando la definición adoptada de regulación se tiene:

$$\% \text{ Regulación} = \frac{|V_{r0}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100\% \quad (2)$$

$$\% \text{ Regulación} = \frac{100\% |I_r|}{|V_r|} (R_{LT} \cos \phi - X_{LT} \sin \phi) \quad (8)$$

Si se tiene:

$$kVA = \frac{\sqrt{3} |V_{LLr}| |I_r|}{1000} \quad (9)$$

$$\% \text{ Regulación} = \frac{100.000 (kVA)}{|V_{LLr}|^2} (R_{LT} \cos \phi - X_{LT} \sin \phi) \quad (10)$$

Esta ecuación muestra que un valor de carga que puede ser transmitida sobre la línea dada una regulación fija, varía inversamente con la longitud. Usando la regulación calculada por esta ecuación, se determina el voltaje en el extremo de recepción, con una precisión de 0.5%, si ni la caída resistiva ni inductiva supera el 10% del voltaje terminal.

4.6 Regulación de Voltaje de Líneas Cortas para Condiciones Conocidas en el Extremo de Envío

Para calcular el voltaje en los extremos de recepción conocido el de envío, es más conveniente el uso de V_s como referencia como se muestra en las figuras siguientes:

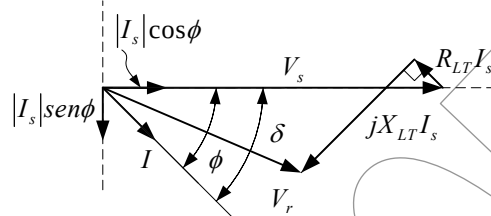


Figura 6. Diagrama Fasorial de Línea Corta, Factor de Potencia Inductivo (*Lagging*)

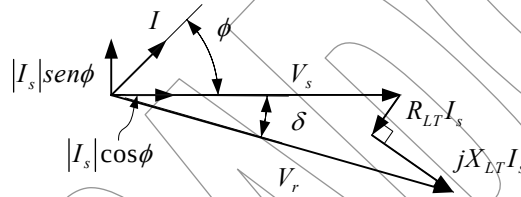


Figura 7. Diagrama Fasorial de Línea Corta, Factor de Potencia Capacitivo (*Leading*)

$$\begin{aligned} V_s &= |V_s| \angle 0^\circ \\ V_r &= V_s - Z_{LT} I \end{aligned} \quad (11)$$

donde: $Z_{LT} = R_{LT} + jX_{LT}$. Se puede deducir fácilmente del diagrama fasorial que:

$$V_r = (|V_s| - |I|R_{LT} \cos \phi + |I|X_{LT} \sin \phi) - j(|I|X_{LT} \cos \phi + |I|R_{LT} \sin \phi) \quad (12)$$

$$|V_r| = \sqrt{(|V_s| - |I|R_{LT} \cos \phi + |I|X_{LT} \sin \phi)^2 + (|I|X_{LT} \cos \phi + |I|R_{LT} \sin \phi)^2} \quad (13)$$

Si se procede a obviar las componentes en cuadratura de V_r , se tiene:

$$|V_r| \approx |V_s| - |I|R_{LT} \cos \phi + |I|X_{LT} \sin \phi \quad (14)$$

de modo que con esta expresión se puede determinar la regulación de la línea.

4.7 Problemas Conteniendo Condiciones Terminales Mixtas

Algunas veces son encontrados problemas donde son dadas condiciones terminales mixtas, tales como factor de potencia de la carga y el voltaje en el extremo de envío, o factor de potencia de envío y voltaje en el extremo de recepción; y es necesario determinar el voltaje desconocido para corrientes dadas.

Tales problemas no pueden ser resueltos por medios analíticos triviales. Por ejemplo si es requerido determinar el voltaje de recepción para un factor de potencia, conocido el voltaje de envío y corriente, es necesario resolver para la siguiente ecuación:

$$|V_s| = \sqrt{(|V_r| + |I_r|R_{LT} \cos \phi - |I_r|X_{LT} \sin \phi)^2 + (|I_r|R_{LT} \sin \phi - |I_r|X_{LT} \cos \phi)^2} \quad (6)$$

Se desea determinar V_r , de modo que elevando al cuadrado en ambos miembros de la ecuación, se obtiene una ecuación cuadrática en términos de V_r . En ocasiones un método más conveniente de resolver esto es el método de ensayo y error; asumiendo valores sucesivos de dos cantidades; siendo esto frecuentemente conveniente. También algunas veces se hace más fácil resolver el problema por medios gráficos.

El más importante problema de este tipo puede ser resuelto por el uso de la carta de regulación y pérdidas.

4.8 Pérdidas Resistivas en Líneas Cortas

Las pérdidas por efecto Joule ($|I|^2 R_{LT}$) de una línea trifásica, es tres veces el producto de la resistencia de un conductor y el cuadrado de la magnitud de su corriente.

$$Loss = 3R_{LT}|I|^2 \quad (15)$$

donde $Loss$ es la pérdida resistiva en la línea en Watt; este valor puede quedar referido a una fracción porcentual de la carga, de la siguiente forma:

$$\%Loss = \frac{100\sqrt{3}R_{LT}|I|^2}{|V_{L-Lr}|\cos\phi_r} \quad (16)$$

donde; V_{L-Lr} , es la tensión línea a línea en el extremo de recepción de la línea corta y ϕ_r , es el ángulo del factor de potencia en el extremo de recepción de la línea.

En ocasiones se desea determinar el valor de potencia que puede ser transmitido sin exceder un cierto porcentaje de pérdidas ($\%Loss$); siendo esto dado por la expresión:

$$P = \frac{\%Loss|V_{L-Lr}|^2\cos^2\phi_r}{100.000R_{LT}} \quad (16)$$

Esta ecuación muestra que el valor de potencia que puede ser transmitida para un porcentaje de pérdidas dado, varía directamente con las pérdidas e inversamente con la longitud debido a que la resistencia total de la línea, R_{LT} , es la resistencia por unidad de longitud por la longitud de la línea.

4.9 Líneas Medias

En longitudes medias, entre 80 Km. y 240 Km., la admitancia derivación es generalmente capacitiva pura (aunque en niveles elevados de tensión de debe incluir la conductancia de fuga en esta); y esta debe ser incluida en la simulación de la línea. Esta capacitancia puede ser dividida en dos parte iguales, colocadas en los extremos del modelo, constituyendo el modelo nominal Π .

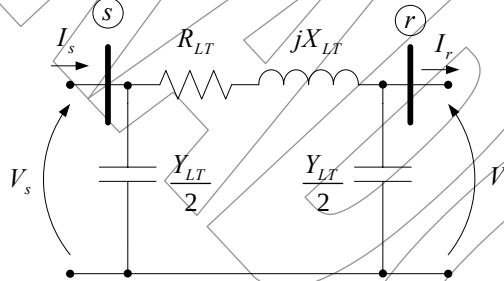


Figura 8. Modelo Equivalente de Líneas Medias

Si se considera que la impedancia serie de la línea de transmisión es: $Z_{LT} = R_{LT} + jX_{LT}$, y se procede a plantear las ecuaciones de las leyes de Kirchoff de tensiones y de corrientes; en el modelo se obtiene:

$$I_s = \frac{Y_{LT}}{2}V_s + \frac{V_s - V_r}{Z_{LT}} \quad (17)$$

$$\frac{V_s - V_r}{Z_{LT}} = I_s + \frac{Y_{LT}}{2}V_r \quad (18)$$

operando sobre las ecuaciones (17) y (18) se tiene:

$$Z_{LT}I_s = \frac{Z_{LT}Y_{LT}}{2}V_s + V_s - V_r$$

$$V_s - V_r = Z_{LT}I_s + \frac{Z_{LT}Y_{LT}}{2}V_r$$

se tiene:

$$V_r = \left(\frac{Z_{LT} Y_{LT}}{2} \right) V_s - Z_{LT} I_s \quad (19)$$

$$V_s = \left(\frac{Z_{LT} Y_{LT}}{2} \right) V_r - Z_{LT} I_r \quad (20)$$

reordenando los términos resulta:

$$V_r = \left(\frac{Z_{LT} Y_{LT}}{2} \right) V_s - Z_{LT} I_s \quad (21)$$

$$I_s = Y_{LT} \left(1 + \frac{Z_{LT} Y_{LT}}{4} \right) V_r - Z_{LT} I_r \quad (22)$$

es decir que de acuerdo con los parámetros de transmisión de tiene:

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (23)$$

donde se cumple:

$$A = D = \frac{Z_{LT} Y_{LT}}{2} + 1$$

$$B = Z_{LT}$$

$$C = Y_{LT} \left(1 + \frac{Z_{LT} Y_{LT}}{4} \right)$$

y además se cumple la propiedad de los parámetros de transmisión:

$$AD - BC = 1 \quad (24)$$

Uno de los elementos más comunes y extensos en los sistemas eléctricos de potencia, es la línea de transmisión, su diseño eléctrico es un estudio apasionante, en el cual se persigue adaptar sus características a los requerimientos de transmisión del sistema de potencia. Durante el diseño eléctrico de la línea de transmisión, se suelen tomar en cuenta cuatro parámetros eléctricos básicos: resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia. El estudio de cada una de estas características eléctricas de la línea es un proceso delicado, y en donde los aspectos particulares de la línea influyen en los valores.

4.10 Ecuaciones Generales de Voltaje y Corriente en Líneas de Transmisión Largas

Una línea de transmisión consta de dos o más conductores paralelos que se usan para conectar a una fuente o un circuito con otro. Para poder simular en forma exacta el comportamiento de una línea de transmisión, considérese una línea de transmisión uniforme, con parámetros distribuidos $R \Omega/m$, L Henrio/m, G Siemens/m y C en Faradio/m.

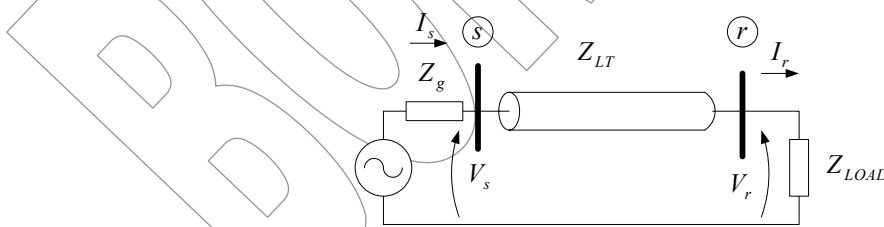


Figura 9. Esquema de una Línea de Transmisión con Carga

El circuito equivalente de la línea puede ser hecho a través de un número apreciable de secciones que incluyan los parámetros R , L , G y C ; que son parámetros por unidad de longitud y que en consecuencia se encuentran distribuidos a lo largo de la línea.

Para el análisis de esta situación considérese que la línea posee una longitud L total; y que se asigna un sentido de referencia longitudinal x a lo largo de la línea tomándose, que el extremo de envío de la línea corresponde a $x = 0$, y que el extremo de recepción se encuentra en $x = L$.

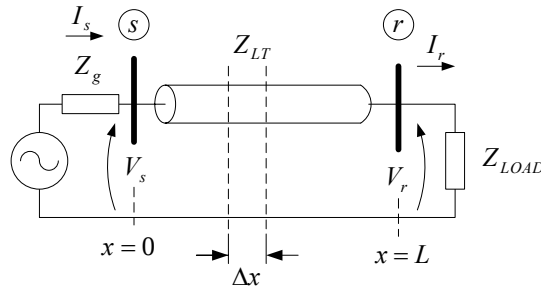


Figura 10. Sección de Línea de ancho Δx

En este elemento de sección de la línea, la resistencia contenida viene dada por $R\Delta x$, de igual manera ocurre con la inductancia $L\Delta x$, capacitancia $C\Delta x$, y la conductancia de fuga, $G\Delta x$

Nótese algo muy importante para la modelación de esta situación; si se considera que el tamaño de la sección se duplica, $2\Delta x$, los valores de los parámetros de la sección resultan respectivamente $2R\Delta x$, $2L\Delta x$, $2C\Delta x$, $2G\Delta x$. De lo antes expuesto se evidencia que al duplicar la longitud, se duplican la resistencia y la inductancia asociada, lo que significa que estos elementos deben encontrarse en forma serie; mientras que la conductancia de fuga y la capacitancia se doblan, lo cual solo se logra cuando estos parámetros se encuentran en paralelo, lo cual indica que en el modelo de la situación R y L debe encontrarse en serie y C y G en Shunt.

Si primeramente se consideran solamente los efectos resistivos e inductivos en la línea, se tiene que el modelo puede quedar simplificado a:

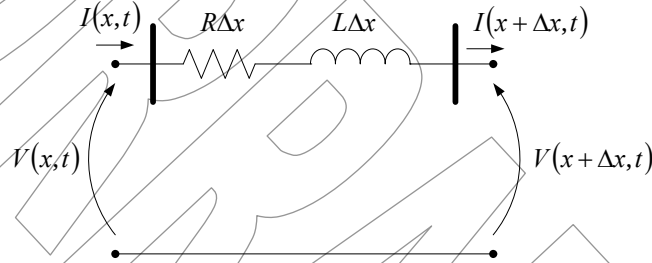


Figura 11. Efecto de la Impedancia Serie

Del modelo antes mostrado se cumple que la corriente en ambos extremos es igual:

$$I(x,t) \approx I(x+\Delta x,t) \quad (25)$$

Si se aplican la ley de tensiones de Kirchoff se tiene:

$$V(x,t) = R\Delta x I(x,t) + L\Delta x \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} + V(x+\Delta x,t) \quad (26)$$

si se transponen términos y se opera se tiene:

$$\frac{V(x,t) - V(x+\Delta x,t)}{\Delta x} = RI(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t}$$

Ahora bien, si se hace que la longitud de la sección de haga infinitamente pequeño, $\Delta x \rightarrow 0$, entonces se cumple:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{V(x,t) - V(x+\Delta x,t)}{\Delta x} \right] = - \frac{\partial V(x,t)}{\partial x}$$

resultando finalmente que:

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = RI(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} \quad (27)$$

La expresión (27), permite relacionar la variación longitudinal de la tensión en el espacio tiempo, con respecto a la variación de la corriente. Por otra parte si se procede a considerar únicamente el efecto de los parámetros conductancia de fuga y la capacitancia en derivación.

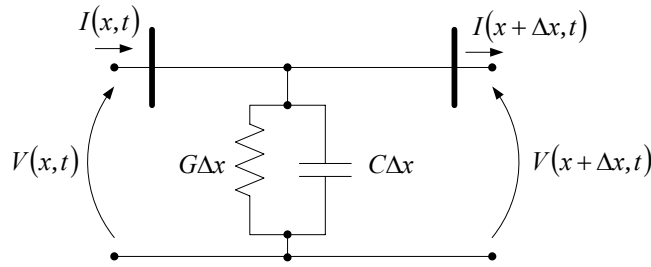


Figura 112. Efecto de los elementos derivación

Del modelo antes mostrado se cumple que la tensión en ambos extremos es igual:

$$V(x,t) = V(x+\Delta x,t) \quad (28)$$

Si se aplican la ley de corriente de Kirchoff se tiene:

$$I(x,t) = G\Delta x V(x,t) + C\Delta x \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} + I(x+\Delta x,t) \quad (29)$$

si se transponen términos y se opera se tiene:

$$\frac{I(x,t) - I(x+\Delta x,t)}{\Delta x} = GV(x,t) + C \frac{\partial V(x,t)}{\partial t}$$

Ahora bien, si se hace que la longitud de la sección de haga infinitamente pequeño, $\Delta x \rightarrow 0$, entonces se cumple:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{I(x,t) - I(x+\Delta x,t)}{\Delta x} \right] = -\frac{\partial I(x,t)}{\partial x}$$

resultando finalmente que:

$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = GV(x,t) + C \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \quad (30)$$

La expresión (30), permite relacionar la variación longitudinal de la corriente en el espacio tiempo, con respecto a la variación de la tensión. Ahora bien, cuando se considera el efecto de los elementos serie y derivación; se construye un modelo, para la sección de longitud Δx .

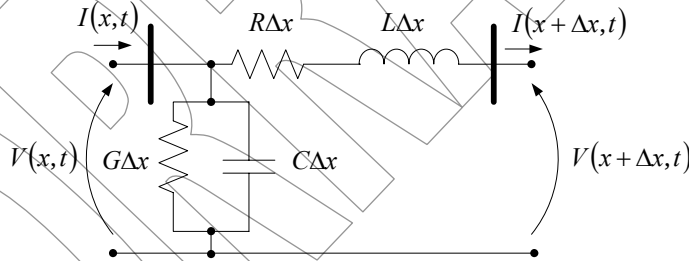


Figura 113. Efecto de los elementos derivación y serie

Al aplicando las leyes de Kirchoff, se tiene:

$$V(x,t) = R\Delta x I(x+\Delta x,t) + L\Delta x \frac{\partial I(x+\Delta x,t)}{\partial t} + V(x+\Delta x,t) \quad (31)$$

$$I(x,t) = G\Delta x V(x,t) + C\Delta x \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} + I(x+\Delta x,t) \quad (32)$$

si se opera sobre cada expresión:

$$\frac{V(x,t) - V(x+\Delta x,t)}{\Delta x} = RI(x+\Delta x,t) + L \frac{\partial I(x+\Delta x,t)}{\partial t} \quad (33)$$

$$\frac{I(x,t) - I(x+\Delta x,t)}{\Delta x} = GV(x,t) + C \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \quad (34)$$

Si se hace que la sección del conductor se hace tender a cero, $\Delta x \rightarrow 0$, se cumple:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{I(x,t) - I(x + \Delta x, t)}{\Delta x} \right] = - \frac{\partial I(x,t)}{\partial x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{V(x,t) - V(x + \Delta x, t)}{\Delta x} \right] = - \frac{\partial V(x,t)}{\partial x}$$

finalmente se tiene:

$$- \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = RI(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} \quad (36)$$

$$- \frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = GV(x,t) + C \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \quad (37)$$

Ahora bien, si se supone que el sistema de transmisión se excita por medio de señales armónicas en el tiempo; como es el caso más común de las líneas de transmisión, se puede transformar las ecuaciones en el dominio de la frecuencia ω , suponiendo que se trabaja con una señal armónica de velocidad angular constante.

$$- \frac{\partial V(x,\omega)}{\partial x} = (R + j\omega L)I(x,\omega) \quad (38)$$

$$- \frac{\partial I(x,\omega)}{\partial x} = (G + j\omega C)V(x,\omega) \quad (39)$$

Este conjunto de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden, son las ecuaciones que caracterizan el comportamiento de la línea. Estas ecuaciones pueden ser compactadas de una forma muy sencilla; si se toma la ecuación (36) en el dominio temporal y se deriva respecto al espacio se tiene:

$$\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} = R \frac{\partial I(x,t)}{\partial x} + L \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial I(x,t)}{\partial t} \right)$$

Si se sustituye en esta expresión la derivada de la corriente en función del espacio dada en la ecuación (37) se tiene:

$$\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} - (RC + GL) \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} - LC \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial t^2} - RGV(x,t) \quad (40)$$

la expresión anterior se conoce como la *ecuación del telegrafista*. En el caso particular que se estudie la línea sin pérdida, ($R = G = 0$) como es el caso aproximado de las líneas de extra alta tensión, la ecuación del telegrafista resulta idéntica a la ecuación diferencial de una membrana oscilante (ecuación de onda unidimensional)

$$\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial t^2} \quad (41)$$

Esta ecuación diferencial se presenta, por lo tanto, en la mecánica al analizar las membranas oscilantes, en la acústica al analizar cierto tipo de oscilaciones y también en la electromagnética, que es el caso de la presente discusión. De modo similar se puede considerar que si la excitación es de tipo armónica, se obtiene que:

$$\frac{\partial^2 V(x,\omega)}{\partial x^2} = ZYV(x,\omega) \quad (42)$$

donde se cumple:

$$Z = R + j\omega L$$

$$Y = G + j\omega C \quad (43)$$

Emprender la solución, de la ecuación (41) o (42), en forma estricta resulta sumamente compleja; de modo que se va a estudiar la solución de la mencionada ecuación en el dominio de señales armónicas en el tiempo (42). La ecuación (42) que considera la excitación ante señales armónicas en el tiempo, puede ser estudiada como una ecuación diferencial homogénea, cuya solución ya conocida.

$$\frac{\partial^2 V(x,\omega)}{\partial x^2} - ZYV(x,\omega) = 0 \quad (42)$$

La solución de este tipo de ecuación es de la forma:

$$V(x, \omega) = e^{\lambda x} \quad (a)$$

Ahora bien las derivadas de las soluciones son:

$$\frac{\partial V(x, \omega)}{\partial x} = \lambda e^{\lambda x} \quad (b)$$

$$\frac{\partial^2 V(x, \omega)}{\partial x^2} = \lambda^2 e^{\lambda x} \quad (c)$$

Si se sustituyen (a) y (c) en la ecuación (42) se tiene:

$$\lambda^2 e^{\lambda x} - ZY e^{\lambda x} = 0$$

$$\lambda^2 e^{\lambda x} - ZY e^{\lambda x} = 0$$

$$\lambda^2 = ZY$$

$$\lambda_1 = -\sqrt{ZY}$$

$$\lambda_2 = -\sqrt{ZY}$$

Ahora bien, se consigue que la solución de la tensión es:

$$V(x, \omega) = A_1 e^{-\lambda_1 x} + A_2 e^{\lambda_2 x} \quad (43)$$

sustituyendo se tiene:

$$V(x, \omega) = A_1 e^{-\sqrt{ZY}x} + A_2 e^{\sqrt{ZY}x} \quad (44)$$

Para el caso de la solución de corriente, se tiene que de la ecuación (38), se tiene:

$$I(x, \omega) = -\frac{1}{Z} \frac{\partial V(x, \omega)}{\partial x} \quad (38)$$

$$I(x, \omega) = -\frac{1}{Z} \frac{\partial (A_1 e^{-\sqrt{ZY}x} + A_2 e^{\sqrt{ZY}x})}{\partial x}$$

$$I(x, \omega) = -\frac{1}{Z} (-\sqrt{ZY} A_1 e^{-\sqrt{ZY}x} + \sqrt{ZY} A_2 e^{\sqrt{ZY}x})$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z} (\sqrt{ZY} A_1 e^{-\sqrt{ZY}x} - \sqrt{ZY} A_2 e^{\sqrt{ZY}x}) \quad (45)$$

Si se define el parámetro: γ , como *constante de propagación* y Z_0 , la *impedancia característica de la línea*.

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta \quad (46)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (47)$$

Al sustituir en las soluciones de corriente y tensión resulta:

$$V(x, \omega) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \quad (48)$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \quad (49)$$

Notece que los parámetros A_1 y A_2 , son las constantes de integración; que proveen la familia de curvas que son solución de la ecuación diferencial (42), para eliminar de la expresión esas constantes, se debe evaluar las condiciones terminales físicas de la línea.

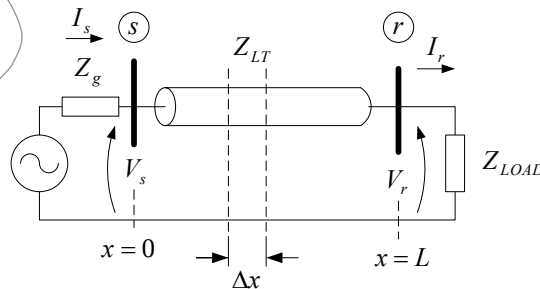


Figura 114. Condiciones Terminales de la Línea

Se conoce que en $x = 0$, se ubica el extremo de envío, de modo que los parámetros de tensión y corriente quedan definidos para ese punto.

$$\begin{aligned} V(x=0, \omega) &= V_s \\ I(x=0, \omega) &= I_s \end{aligned} \quad (50)$$

mientras que en la posición $x = L$, se trata de las condiciones de tensión y corriente del extremo de recepción.

$$\begin{aligned} V(x=L, \omega) &= V_r \\ I(x=L, \omega) &= I_r \end{aligned} \quad (51)$$

Si primeramente se sustituyen las condiciones del terminal de envío de la línea de transmisión; en las soluciones de tensión y corriente se tiene:

$$\begin{aligned} V(x=0, \omega) &= V_s = A_1 + A_2 \\ I(x=0, \omega) &= I_s = \frac{1}{Z_o} (A_1 - A_2) \end{aligned}$$

de donde se establece un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas A_1 , y A_2 que al resolverse se tiene:

$$A_1 = \frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} \quad (52)$$

$$A_2 = \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} \quad (53)$$

Finalmente sustituyendo las constantes de integración en las soluciones de tensión y corriente se tiene:

$$V(x, \omega) = \frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\gamma x} + \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\gamma x} \quad (54)$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} \left(\frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\gamma x} - \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\gamma x} \right) \quad (55)$$

Estas ecuaciones permite calcular los parámetros tensión y corriente en la línea de transmisión, en función de los parámetros del extremo de envío. Por otra parte, frecuentemente resulta necesario determinar la tensión y la corriente en la línea conocidos los parámetros del extremo de recepción, para ello se puede emplear las condiciones terminales del extremo de recepción y se sustituyen en las soluciones de tensión y corriente.

Se conoce que en $x = L$, se cumple:

$$V(x=L, \omega) = V_r = A_1 e^{-\gamma L} + A_2 e^{\gamma L}$$

$$I(x=L, \omega) = I_r = \frac{1}{Z_o} (A_1 e^{-\gamma L} - A_2 e^{\gamma L})$$

de modo que se crea un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas A_1 y A_2 :

$$A_1 = \frac{(V_r + Z_o I_r)}{2} e^{\gamma L} \quad (56)$$

$$A_2 = \frac{(V_r - Z_o I_r)}{2} e^{-\gamma L} \quad (57)$$

Sustituyendo en la solución de corriente y tensión resulta:

$$V(x, \omega) = \frac{(V_r + Z_o I_r)}{2} e^{-\gamma(L-x)} + \frac{(V_r - Z_o I_r)}{2} e^{\gamma(L-x)} \quad (58)$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} \left(\frac{(V_r + Z_o I_r)}{2} e^{-\gamma(L-x)} - \frac{(V_r - Z_o I_r)}{2} e^{\gamma(L-x)} \right) \quad (59)$$

Estas expresiones son las que permite conocidos los parámetros del extremo receptor determinar la tensión y la corriente en la línea.

4.11 Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

Considere las soluciones de tensión y corriente de las ecuaciones características de la línea de transmisión, considerando operación ante ondas armónicas de frecuencia constantes; ya además se supone que los parámetros de envío son conocidos.

$$V(x, \omega) = \frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\gamma x} + \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\gamma x} \quad (54)$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} \left(\frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\gamma x} - \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\gamma x} \right) \quad (55)$$

A estas ecuaciones se le realiza un simple desarrollo matemático se tiene:

$$V(x, \omega) = V_s \frac{(e^{-\gamma x} + e^{\gamma x})}{2} + Z_o I_s \frac{(e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})}{2} \quad (56)$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} \left(V_s \frac{(e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})}{2} - Z_o I_s \frac{(e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})}{2} e^{\gamma x} \right) \quad (57)$$

Ahora bien, si se considera la propiedad matemática que relaciona los exponenciales en función de expresiones hiperbólicas; resulta sumamente útil, para calcular la corriente y la tensión en la línea.

$$\sinh(\gamma x) = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \quad (58)$$

$$\cosh(\gamma x) = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \quad (59)$$

Sustituyendo (58) y (59) en (56) y (57) se tiene:

$$V(x, \omega) = V_s \cosh(\gamma x) - Z_o I_s \sinh(\gamma x) \quad (60)$$

$$I(x, \omega) = -\frac{V_s}{Z_o} \sinh(\gamma x) + I_s \cosh(\gamma x) \quad (61)$$

Un desarrollo semejante puede ser realizado para las ecuaciones de tensión y corriente de la línea, pero en función de los parámetros de recepción (V_r e I_r).

$$V(x, \omega) = V_r \cosh(\gamma(L-x)) - Z_o I_r \sinh(\gamma(L-x)) \quad (62)$$

$$I(x, \omega) = -\frac{V_r}{Z_o} \sinh(\gamma(L-x)) + I_r \cosh(\gamma(L-x)) \quad (63)$$

Ahora bien el conjunto de ecuaciones de tensión y corriente pueden ser expresadas en forma más compacta con el uso de la notación matricial.

$$\begin{bmatrix} V(x, \omega) \\ I(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & -Z_o \sinh(\gamma x) \\ -\frac{\sinh(\gamma x)}{Z_o} & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} \quad (64)$$

En el caso de que las condiciones del extremo de recepción sean conocidos el juego de ecuaciones de tensión y corriente resultan:

$$\begin{bmatrix} V(x, \omega) \\ I(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma(L-x)) & -Z_o \sinh(\gamma(L-x)) \\ -\frac{\sinh(\gamma(L-x))}{Z_o} & \cosh(\gamma(L-x)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (65)$$

En condiciones normales de operación es muy común el interés sobre las cantidades en los extremos de la línea; de modo que si se sustituyen en las ecuaciones (64), las condiciones del extremo de recepción $x = L$.

$$\begin{aligned} V(x=L, \omega) &= V_r \\ I(x=L, \omega) &= I_r \end{aligned} \quad (51)$$

se tiene que:

$$\begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) & -Z_o \sinh(\gamma L) \\ -\frac{\sinh(\gamma L)}{Z_o} & \cosh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} \quad (66)$$

Por otro lado si se realiza la misma suposición en el extremo de envío, $x = 0$, se tiene:

$$\begin{aligned} V(x=0, \omega) &= V_s \\ I(x=0, \omega) &= I_s \end{aligned} \quad (50)$$

sustituyendo en la ecuación (65), se logra:

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) & -Z_0 \sinh(\gamma L) \\ \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} & \cosh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (67)$$

Estos valores matriciales expresados en forma compacta con funciones hiperbólicas; permiten establecer las *constantes generalizadas* de la línea.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (68)$$

donde se cumple:

$$\begin{aligned} A &= D = \cosh(\gamma L) \\ B &= Z_0 \sinh(\gamma L) \\ C &= \frac{1}{Z_0} \sinh(\gamma L) \end{aligned} \quad (69)$$

Es importante mencionar que la matriz de funciones hiperbólicas presentes en la ecuación (66), es exactamente la inversa de la ecuación (67). En el caso de las líneas de transmisión trifásicas equilibradas, la corriente es una corriente de línea, mientras que la tensión existente es la de línea a neutro, siendo esto válido en todas las ecuaciones antes establecidas. Para resolver estas ecuaciones en forma hiperbólicas, es preciso previamente determinar los valores de las funciones hiperbólicas. Ya que normalmente el valor γL es complejo, y en consecuencia las funciones hiperbólicas también lo son; pero el advenimiento de poderosas calculadoras y computadoras digitales han permitido el cálculo más rápido de estos valores; en el pasado se hacía necesario el uso de una serie de gráficos, algunos adaptados a los valores típicos de los problemas de líneas de transmisión; para poder evaluar las funciones complejas.

4.12 Ecuaciones de las Líneas de Transmisión Larga en el Dominio del Tiempo, con señales armónicas

Para comprender un poco mejor la teoría de onda viajera; recuérdese el hecho de que las soluciones de tensión y corriente provienen de resolver la ecuación (42), que corresponde a la ecuación diferencial parcial de segundo orden.

$$\frac{\partial^2 V(x, \omega)}{\partial x^2} - ZYV(x, \omega) = 0 \quad (42)$$

La solución general de esta ecuación; corresponde a la combinación lineal de dos exponenciales.

$$V(x, \omega) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \quad (48)$$

La solución (48) de la ecuación diferencial denota primariamente una dependencia del espacio x , pero una vez que se determina las constantes de integración A_1 , y A_2 , se hace evidente la presencia de cantidades definidas en los puntos terminales como fasores. De modo que las constantes de integración son quienes contienen la dependencia de la frecuencia de la solución; siendo todo esto cierto, se reconoce que A_1 y A_2 , son cantidades complejas que pueden ser escritas en forma polar.

$$\begin{aligned} A_1 &= |A_1| e^{j\alpha t} \\ A_2 &= |A_2| e^{j\alpha t} \end{aligned} \quad (70)$$

Ahora bien, si se sustituye el hecho de que la impedancia características Z_0 y la constante de propagación γ , son cantidades complejas.

$$\begin{aligned} Z_0 &= |Z_0| e^{j\psi} \\ \gamma &= \alpha + j\beta \end{aligned} \quad (71)$$

Si estas definiciones en forma exponencial se sustituyen en la solución general de la ecuación (48).

$$\begin{aligned} V(x, t) &= |A_1| e^{j\alpha t} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + |A_2| e^{j\alpha t} e^{\alpha x} e^{j\beta x} \\ V(x, t) &= |A_1| e^{j\psi} e^{-\alpha x} e^{j(\alpha t - \beta x)} + |A_2| e^{\alpha x} e^{j(\alpha t + \beta x)} \end{aligned} \quad (73)$$

y para la corriente resulta de modo semejante:

$$I(x,t) = \frac{|A_1|}{|Z_0|} e^{-j\psi} e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} - \frac{|A_2|}{|Z_0|} e^{-j\psi} e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)}$$

$$I(x,t) = \frac{|A_1|}{|Z_0|} e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x - \psi)} - \frac{|A_2|}{|Z_0|} e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x - \psi)} \quad (74)$$

Si se toma la forma de los valores momentáneos de las expresiones anteriores resulta:

$$V(x,t) = |A_1| e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x) + |A_2| e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x) \quad (75)$$

$$I(x,t) = \frac{|A_1|}{|Z_0|} e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x - \psi) - \frac{|A_2|}{|Z_0|} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x - \psi) \quad (76)$$

Nótese que si se considera los argumentos de las funciones seno de las expresiones (75) y (76), se evidencia que la tensión en la línea, $V(x,t)$, denota dos componentes u ondas viajeras cuya dirección puede ser fácilmente establecida. Si se toma la ecuación de la onda viajera de tensión (75) y se considera que esta línea no tiene pérdidas primeramente para simplificar el análisis ($\alpha = 0$), se puede afirmar que esta constituida por la combinación lineal de dos funciones f_1 y f_2 :

$$V(x,t) = f_1(\omega t - \beta x) + f_2(\omega t + \beta x) \quad (76)$$

Si se determina la tensión para un tiempo t_1 , esta tensión debe quedar determinada para una ubicación espacial x_1 .

$$V(x = x_1, t = t_1) = f_1(\omega t_1 - \beta x_1) + f_2(\omega t_1 + \beta x_1) \quad (77)$$

y para un tiempo t_2 , tal que $t_2 > t_1$, se tiene:

$$V(x = x_2, t = t_2) = f_1(\omega t_2 - \beta x_2) + f_2(\omega t_2 + \beta x_2) \quad (78)$$

Ahora bien, debido a que la línea se supuso sin pérdidas, y esta libre de distorsión, la forma de onda debe mantenerse. Ambas funciones tienen que ser iguales entre sí, lo cual se cumple solo para argumentos idénticos. De modo que tomando la función f_1 , se tiene:

$$\omega t_1 - \beta x_1 = \omega t_2 - \beta x_2$$

reagrupando los términos se tiene:

$$\omega(t_2 - t_1) = \beta(x_2 - x_1)$$

Se supuso originalmente $t_2 > t_1$, de modo que $t_2 - t_1$ es positivo; de modo que para que el segundo término de la igualdad sea positivo, $x_2 - x_1 > 0$, se debe cumplir que $x_2 > x_1$, lo cual se logra solo si la onda en el tiempo se desplaza hacia el extremo de envío, este tipo de onda recibe el nombre de *onda progresiva u onda incidente*. De forma análoga para la *onda regresiva o reflejada* se cumple:

$$\omega t_1 + \beta x_1 = \omega t_2 + \beta x_2$$

$$\omega(t_2 - t_1) = \beta(x_1 - x_2)$$

para que sea positivo, $x_1 - x_2 > 0$, se debe cumplir que $x_1 > x_2$, lo cual se logra solo si la onda en el tiempo se desplaza hacia el extremo de recepción. Se puede generalizar para cualquier línea de transmisión entonces que la solución de tensión y corriente están constituidas por dos ondas, una incidente y una reflejada (subíndice P ; progresiva, R ; reflejada):

$$V(x,t) = V_P + V_R \quad (79)$$

$$I(x,t) = I_P + I_R \quad (80)$$

donde V_P y V_R , son las onda de tensión incidente y reflejada respectivamente e I_P e I_R , las misma notación para las ondas de corriente. Se puede demostrar fácilmente que estas relaciones de ondas cumplen con un símil de la ley de Ohm para ondas.

$$I(x,t) = \frac{V_P - V_R}{Z_0} \quad (81)$$

resultando:

$$I_P = \frac{V_P}{Z_0} \quad (82)$$

$$I_R = -\frac{V_R}{Z_0} \quad (83)$$

Las expresiones V_P e I_P , son ondas que se desplazan desde el comienzo de la línea hasta el extremo de recepción. Lo mismo sucede pero en dirección opuesta con las expresiones V_R e I_R .

Este método que proviene de considerar el *método de D'Alembert*, y permite el fácil seguimiento de los fenómenos de ondas viajeras en los sistemas de transmisión. En la línea real, cada punto en el espacio de la línea denotará una fase diferente durante la oscilación, eso se observa por el factor βx , incluido en el argumento de las funciones, mientras que la amplitud de las ondas viajeras en la líneas no es constantes sino que depende de la constante de atenuación α , el cual influye sobre los exponentes reales αx . Las ondas incidentes o progresivas que se desplazan hacia el extremo de recepción de la línea denotan una disminución de la amplitud cada vez mayor, ya que x , se hace cada vez más grande. Con las ondas reflejadas sucede lo contrario.

Para efectos gráficos cabe señalar que la punta de los fasores de tensión de la onda incidente o progresiva cae sobre una espiral logarítmica. Esta se suele representar tomando como ordenada submúltiplos de la *longitud de onda* ($\lambda/6$, $\lambda/8$, etc.)

La magnitud de las ondas incidente y reflejada, en particular la diferencia de las mismas, al circular en oposición (sentidos contrarios), depende básicamente de la resistencia al final de la línea, es decir, impedancia de la carga. Si por ejemplo, la línea se encuentra conectada idealmente, es decir, se coloca como carga la impedancia característica se tiene, que la tensión en el extremo de recepción (V_r) es el producto de la impedancia características por la corriente de recepción (I_r).

$$V_r = Z_0 I_r$$

de modo que, de las condiciones terminales para la obtener los valores de las constantes de integración, se tiene:

$$A_2 = 0$$

En este caso particular, se tendrán solo ondas incidentes que se desplazan del extremo de envío al de recepción. Si por el contrario, la impedancia de la carga difiere cada vez más de la impedancia característica de la línea, mayor será la proporción de ondas reflejadas.

4.13 Velocidad de Fase

Las soluciones de tensión y corriente como ya se ha mencionado y demostrado poseen una dependencia del espacio y del tiempo.

$$V(x, t) = f_1(\omega t - \beta x) + f_2(\omega t + \beta x) \quad (76)$$

Si se determina la tensión para un tiempo t_1 , esta tensión debe quedar determinada para una ubicación espacial x_1 .

$$V(x = x_1, t = t_1) = f_1(\omega t_1 - \beta x_1) + f_2(\omega t_1 + \beta x_1) \quad (77)$$

y para un tiempo t_2 , tal que $t_2 > t_1$, se tiene:

$$V(x = x_2, t = t_2) = f_1(\omega t_2 - \beta x_2) + f_2(\omega t_2 + \beta x_2) \quad (78)$$

Si se considera solo el comportamiento de la onda reflejada o regresiva y se afirman que ambos puntos están en concordancia de fase, pues ambos presentan la misma condición. Entonces la velocidad de propagación depende de ω y β , y queda definida como:

$$\omega t + \beta x = \text{const.}$$

y por consiguiente:

$$\omega dt + \beta dx = 0$$

es decir:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\omega}{\beta} = V_f = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

En definitiva la velocidad de fase, es la velocidad con la cual se propagan las ondas a lo largo de la línea (V_f).

$$V_f = \frac{\omega}{\beta} \quad (84)$$

Es importante mencionar que aunque la velocidad con que se propaga una onda en la línea de transmisión es de un valor alto, la velocidad de propagación es finita. En los casos en que las longitud de las líneas aéreas supera los 500 Km. O 250 Km. en el caso de los cables, esta velocidad finita de propagación de las ondas

puede perturbar seriamente la transmisión de energía, y a las cargas conectadas en el extremo de recepción (motores, transformadores, líneas, etc.).

Si se considera una línea de 2500 Km de longitud, el tiempo requerido para que un viaje desde el extremo de envío hasta el de recepción (considerando propagación a la velocidad de la luz 300.000 km/seg), es:

$$t_{\text{viaje}} = \frac{2500 \text{ km}}{300.000 \frac{\text{km}}{\text{sec}}} = 8.33 \text{ msec}$$

El tiempo de viaje de la onda casualmente coincide con un semiperíodo en un sistema que opera a 60 Hz ($T = 16.6 \text{ msec}$), con lo cual en el extremo de recepción de la línea la tensión denota 180° del extremo de envío. Si el desfase entre estas tensiones llega o excede a los 90° , entonces es factible que se presente peligrosas *sobretensiones por resonancia*.

En el caso de la línea de transmisión sin pérdidas la velocidad de propagación de las ondas se simplifica notablemente.

$$V_f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (84')$$

La interpretación en este caso particular de la expresión debe ser cautelosa, debido a que la velocidad de propagación no difiere de una línea a otra, mientras que la capacitancia y la inductancia sí, de hecho estos parámetros dependen de la configuración geométrica de la línea. Esta posible interpretación errónea puede ser obviada si se sustituyen definiciones muy básicas de la inductancia y la capacitancia.

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$$

de modo que con las sustituciones apropiada se logra.

$$V_f = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r} \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r}}$$

si se considera:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-4} \frac{\text{Henrio}}{\text{km}}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-6} \frac{\text{Faradio}}{\text{km}}$$

se obtiene que la velocidad de propagación en km por segundo resulta:

$$V_f = \frac{300.000}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \quad (84'')$$

La expresión anterior, evidencia que la velocidad de propagación depende de la permitividad ϵ_r y la permeabilidad magnética μ_r . Se puede realizar la aproximación de que $\mu_r = 1$, ya que los materiales ferromagnéticos con la influencia del campo homónimo no desempeñan un papel importante ni para la línea de transmisión aérea ni para el cable. Por otra parte la permitividad ϵ_r se refiere, se puede suponer también $\epsilon_r = 1$ para las líneas aéreas y $\epsilon_r = 4$ para los cables con aislamiento a base de papel impregnado en aceite.

Bajo las suposiciones anteriores, se puede aproximar en forma típica la velocidad de propagación:

$$V_f = 300 \frac{\text{m}}{\mu\text{sec}}$$

Líneas aéreas

$$V_f = 150 \frac{\text{m}}{\mu\text{sec}}$$

Cables con el aislamiento de papel impregnado en aceite

En forma de una referencia muy general, en la practica se consigue:

$$L = 1.67 \text{ mH/Km}, C = 0.0067 \mu\text{F/Km}$$

$$Z_0 = 500 \Omega$$

Líneas aéreas

$$L = 0.33 \text{ mH/Km}, C = 0.1330 \mu\text{F/Km}$$

$$Z_0 = 50 \Omega$$

Cables con el aislamiento de papel impregnado

en aceite

Estos valores típicos se presentan con mayor frecuencia en sistemas de media tensión, con un solo conductor de fase y dimensiones típicas; y estos valores no deben ser tomados para cálculos en sistemas semejantes, sino por el contrario se debe realizar un calculo estricto de estos parámetros. Por último se debe denotar la si valedera diferencia en las impedancias características de la línea aérea y el cable (1:10), motivo por el cual se obligatorio el proteger este último contra ondas viajeras.

4.14 Longitud de Onda o Período Espacial

Las magnitudes β y ω , permiten el calculo de la velocidad de propagación, lo cual representan la variación de la fase en el espacio. Pero otro aspecto fundamental de onda viajera, es su período temporal (τ), el cual para una onda armónica en el tiempo se define como:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} \quad (84)$$

y el periodo espacial o longitud de onda (λ), es la distancia a lo largo de la línea, que entre dos puntos de una onda difieren en fase 360° .

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (85)$$

A la frecuencia de 60 Hz, la longitud de onda es aproximadamente 3000 millas. En el caso de una línea sin pérdida la longitud de onda se simplifica notablemente,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} \quad (85')$$

La longitud de onda disminuye al aumentar la frecuencia de operación de la línea. Para, $\lambda = 4L$ la longitud de la línea es casualmente un cuarto de la longitud de onda. De la relación anterior se puede derivar ahora la frecuencia oscilatoria de la línea. Este nombre obedece a que la línea oscila libremente con un cuatro de la longitud de onda, una vez que se desconecta el extremo de transmisión y se conecta a tierra el receptor.

$$f = \frac{1}{4L\sqrt{LC}} \quad (85'')$$

Esta frecuencia oscilatoria desempeña un papel importante en la determinación de la *tensión de recuperación o restablecimiento* de los interruptores de potencia, cuando se debe despejar una falla por cortocircuito en la línea. En el caso $\lambda = 2L$ la longitud de la línea se hace la mitad de la longitud de onda. La onda estacionaria que se obtiene al conectar a tierra ambos extremos de la línea es igualmente una oscilación libre. La velocidad de propagación (V_f), puede ser relacionado con la longitud de onda solo multiplicando por la frecuencia (f).

$$V_f = f\lambda \quad (86)$$

4.15 Potencia Natural

Cuando la línea de transmisión termina en el extremo de recepción en una impedancia diferente a la impedancia característica (Z_0), se observa la presencia de ondas reflejadas; estas ondas sobrecargan innecesariamente a la línea, y las pérdidas en la misma aumentan. Es por ello que se insiste en la necesidad de suprimir las ondas reflejadas, mediante la instalación de una impedancia de carga en magnitud y fase igual a la impedancia característica de la línea.

$$\frac{V_r}{I_r} = Z_{LOAD} = Z_0 \quad (87)$$

Con esta condición terminal impuesta, se puede deducir fácilmente que las expresiones de la tensión y la corriente en la línea se simplifican enormemente:

$$V(x,t) = |A_1| \sin(\omega t - \beta x) \quad (88)$$

$$I(x,t) = \frac{|A_1|}{Z_0} \sin(\omega t - \beta x) \quad (89)$$

Donde estas expresiones demuestran que con esta condición terminal solo existen ondas incidentes o progresivas no amortiguadas. En el caso que la condición terminal cambie, se puede demostrar que a mayor diferencia entre la impedancia de la línea y la de carga, mayor aun será la presencia de ondas estacionarias en el sistema. En cambio, cuando ambas impedancias son iguales, entre sí, se tiene la circulación de intensidad de corriente natural de la línea ($I_{natural}$),

$$I_r = \frac{V_r}{Z_{LOAD}} = \frac{V_r}{Z_0} = I_{natural} \quad (90)$$

La potencia natural que se puede transmitir por la línea resulta:

$$P_{natural} = \frac{V_r^2}{Z_0} \quad (91)$$

Es importante mencionar que en condiciones antes mencionada, la relación V_r/I_r en es constante en toda la línea e igual $V(x,t)/I(x,t)=Z_0$. Desde cualquier punto que se vea la línea, esta perecerá infinitamente larga, debido a que no habrá ondas reflejadas en la línea; y de igual modo el defasaje entre la tensión $V(x,t)$ y la corriente $I(x,t)$ será siempre también igual en todas partes.

Si la potencia que se transmite por la línea, P_r , es mayor que la potencia natural de la misma ($P_r > P_{natural}$), entonces la línea se comporta como una carga inductiva, y en caso contrario, ($P_r < P_{natural}$), como carga capacitiva.

En los sistemas de transmisión reales el comportamiento de la carga varía, de modo que la impedancia de carga cambia constantemente, razón por la cual resulta difícil llevar a cabo el acoplamiento ideal de la línea. Es por esta razón que en la práctica se procede a compensar reactivamente al régimen de carga de la línea de transmisión, conectando y desconectando inductancias (reactores) y bancos de capacitores en ambos extremos del sistema de transmisión; y modernamente se ha incorporado el denominado SVS, Sistema de Compensación Estática (*Static VAR System*), que permite inyectar al sistema de transmisión en forma controlada reactivos inductivos a capacitivos. En el caso del sistema de transmisión venezolano, existen instalados SVS en las subestaciones La Horqueta y San Gerónimo de 765 kV de la empresa EDELCA, los cuales permiten un margen de regulación de 280 MVAR inductivos a 300 MVAR capacitivos.

La potencia máxima que pueden transmitir los sistemas comerciales, sin el empleo de la compensación reactiva, quedan expresados en la siguiente tabla.

Tabla 1. Capacidad de Transmisión en Líneas de Transmisión por Nivel de Tensión

Tensión (kV)	69	115	230	400	800
Impedancia Z (Ω)	400	375	375	250	260
Potencia Natural (MVA)	12	35	140	640	2460

4.16 Longitud Crítica

En el caso de las líneas muy largas se pueden denotar incrementos de tensión muy peligrosos (*sobretensiones*). Especialmente en el caso en que la longitud de la línea es un cuarto de la longitud de onda, en cuyo caso se denomina longitud crítica ($L_{critica}$).

$$L_{critica} = \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2\beta} \quad (92)$$

En el caso particular de que la línea de transmisión no posee pérdidas asociadas ($\alpha = 0$), entonces la constante de fase se transforma en $\beta = \omega\sqrt{LC}$, de modo que la longitud crítica para esta línea puede ser calculada más fácilmente:

$$L_{critica} = \frac{\pi}{2\omega\sqrt{LC}} \quad (93)$$

Teóricamente, la línea sin pérdidas no posee atenuación para las ondas viajeras, de modo que teóricamente se establece una tensión infinita, cuando la longitud de la misma alcanza el valor crítico. Las pérdidas que son inevitables en los sistemas de transmisión, establecen una relación de 1:10 a 1:15, lo cual es bastante considerable y peligroso, en particular en líneas de extra y ultra alta tensión. La operación en vacío de estas líneas de transmisión amerita, por consiguiente, suma atención.

Si se considera la línea sin pérdidas, las ecuaciones de la inductancia en sus formas más elementales resulta:

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$$

donde:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-4} \frac{\text{Henrio}}{\text{Km}}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-6} \frac{\text{Faradio}}{\text{Km}}$$

De modo que realizando las sustituciones pertinentes se tiene:

$$L_{\text{critico}} = \frac{3}{4f} \times 10^5 \times \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad (94)$$

En el caso de una frecuencia de operación de 60 Hz, la longitud crítica de la asciende a 1250 Km. (y a 1500 Km. para el caso de 50 Hz), en el caso de líneas de transmisión aéreas ($\epsilon_r = \mu_r = 1$). En el caso de los cables, estos poseen dieléctrico muy diferentes ($\epsilon_r = 3...5$), la longitud crítica para estos, a una frecuencia de explotación de 60Hz, oscila entre 560 y 720 Km.

Se debe mencionar sin mayor demostración, que las líneas muy largas confrontan eventualmente problemas de estabilidad; los cuales limitan la extensión de las mismas a 1000 Km. como máximo.

4.17 Interpretación de las Ecuaciones de Líneas Largas

Partase de las ecuaciones que rigen el comportamiento de la tensión y la corriente en una línea de transmisión.

$$V(x, \omega) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \quad (48)$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \quad (49)$$

La constante γ , se denomina constante de propagación, la cual es un número complejo que operacionalmente implica la raíz del producto de la impedancia serie de la línea Z , y la admitancia capacitiva Y .

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad (46)$$

La componente real y positiva de la constante de propagación recibe el nombre de *constante de atenuación*, α , midiéndose en unidades de neper por unidad de longitud, mientras que la parte imaginaria β , se denomina *constante de fase*, midiéndose en unidades de radianes por unidad de longitud.

Si se realiza la definición de constante de propagación en las soluciones de tensión y corriente de la línea.

$$V(x, \omega) = A_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + A_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x} \quad (48)$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} (A_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} - A_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x}) \quad (49)$$

Ahora bien, si se determinan las constantes de integración A_1 y A_2 , para las condiciones terminales del extremo de envío $x = 0$.

$$A_1 = \frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} \quad (52)$$

$$A_2 = \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} \quad (53)$$

se tiene que las ecuaciones se convierte en:

$$V(x, \omega) = \frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} \quad (95)$$

$$I(x, \omega) = \frac{\left(\frac{V_s}{Z_0} + I_s\right)}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} - \frac{\left(\frac{V_s}{Z_0} - I_s\right)}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} \quad (96)$$

Las propiedades de los exponenciales, $e^{\alpha x}$ y $e^{j\beta x}$, permiten explicar las variaciones de la tensión y la corriente en cualquier instante, en función de la ubicación espacial de un punto a lo largo de la línea. El término $e^{\alpha x}$, cambia de valor a medida que la posición espacial (x) varía, por su parte $e^{j\beta x}$, es igual a $\cos(\beta x) + j\sin(\beta x)$, siempre vale 1, produciendo una fase β radianes por unidad de longitud de la línea.

El segundo término de la expresión (95), $\frac{(V_s - Z_0 I_s)}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x}$, aumenta su valor y adelanta en fase, a medida que aumenta la distancia al extremo de envío. Por el contrario, cuando se avanza a lo largo de la línea desde el extremo de recepción, disminuye en valor absoluto y, a la vez, va retrasando en fase.

Esta es la característica de una onda progresiva o incidente; análoga al comportamiento de una onda en el agua que en un punto varía de amplitud con el tiempo, a la vez que se retrasa en fase y su valor máximo disminuye con la distancia al final de la línea. La variación del valor instantáneo no está expresado en el término, pero se comprende, puesto que V_r e I_r son fasores. El segundo término de la expresión (95), recibe el nombre de *tensión incidente*.

El primer término de la expresión (95), $\frac{(V_s - Z_0 I_r)}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$, disminuye en magnitud y se retrasa en fase desde el extremo de envío al extremo de recepción. Se le llama *tensión reflejada*. En cualquier punto de la línea, la tensión es la suma de las componentes incidentes y reflejadas en ese punto. En la expresión de corriente (96), es análogo a la de tensión, también se puede considerar como compuesta por las corrientes incidentes y reflejadas. Si la línea de transmisión se le coloca en el extremo de recepción una impedancia de carga de valor igual a la impedancia característica de la línea, la tensión en el extremo de recepción V_r , es igual a $Z_0 I_r$, y no existe onda reflejada de tensión ni de corriente.

Una línea terminada en la impedancia característica, se denomina comúnmente línea plana o línea infinita. Esta denominación se deriva del hecho de que si la línea posee una longitud infinita no puede poseer onda reflejada. En el caso de las líneas de transmisión de potencia, no termina en su impedancia característica, debido a que la impedancia de la carga es función de la demanda del consumidor, la cual es variable; en cambio las líneas de comunicaciones se terminan en la impedancia característica para eliminar las reflexiones. Un valor típico de la impedancia característica en líneas de transmisión aéreas es de 400 Ohmios, para un solo circuito, y 200 Ohmios para una de los circuitos en paralelo. El ángulo de fase de la impedancia característica normalmente está comprendido entre 0° y -15° . Las líneas de conductores agrupados tienen valores inferiores a la impedancia característica puesto que dichas líneas tienen una inductancia inferior y una capacitancia a las de las líneas de un solo conductor por fase.

En el trabajo de sistemas de transmisión, la impedancia característica, se denomina comúnmente *impedancia de sobretensión*. Sin embargo, este término se reserva, normalmente, para el caso especial de una línea sin pérdidas; en cuyo caso la conductancia y la resistencia son cero, con lo que la impedancia característica se reduce a $\sqrt{L/C}$, resistencia pura.

En los casos en que la línea de transmisión operan a alta frecuencia; o con sobretensiones atmosféricas (rayos), suele frecuentemente despreciarse las pérdidas, siendo de importancia la impedancia de sobretensión. La carga de la *impedancia de sobretensión* (SIL) de una línea de transmisión es la potencia suministrada por está a la carga, óhmica pura, igual a su impedancia de sobretensión. Al colocar una carga de este valor, la línea suministra una corriente que puede ser determinada como:

$$|I_r| = \frac{|V_r|}{\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (97)$$

debido a que la impedancia de sobretensión es óhmica pura, se tiene:

$$SIL = \frac{|V_r|^2}{\sqrt{\frac{L}{C}}} [MW] \quad \text{dado } V_r \text{ en kV} \quad (98)$$

En ocasiones se suele expresar la potencia transmitida por la línea por unidad del SIL, esto es, como la relación de la potencia transmitida y la carga de la impedancia de sobretensión. Con la utilización de fracciones del SIL, puede expresarse la carga permisible por la línea, permitiendo una comparación entre las capacidades de transporte de las líneas.

4.18 Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

Las soluciones de las ecuaciones características para tensión y corriente en la línea de transmisión, si bien son válidas desde el punto de vista matemático, tienen el inconveniente que no poseen directamente una interpretación circuital; que permita visualizar la relación entre los parámetros eléctricos terminales de la línea. En la idea, se construye un equivalente circuital para las ecuaciones, de modo que en base a las ecuaciones antes determinadas permitan numéricamente el cálculo de parámetros terminales de la línea. Los circuitos equivalente básicos de mayor utilización por su simetría y simplicidad por el número de elementos, son el circuito equivalente en T y el Π .

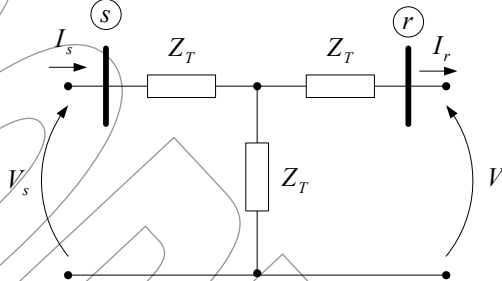


Figura 15. Modelo Equivalente T

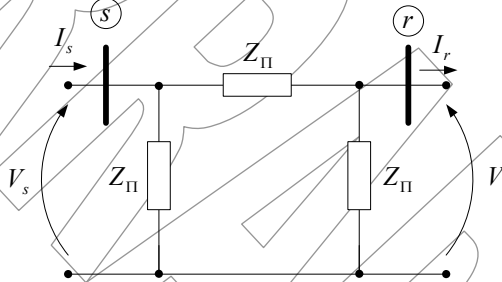


Figura 16. Modelo Equivalente Π

En los problemas típicos de sistemas de potencia, se prefiere el uso del circuito equivalente Π , para evitar la existencia de un nodo ficticio como ocurre en el circuito equivalente T. Si inicialmente se toma el circuito equivalente T, y se procede a aplicar las ecuaciones de Kirchhoff; donde se supone que en el nodo ficticio de las ramas del modelo se supone una corriente I_x , se tiene:

$$I_s = I_x + I_r \quad (99)$$

$$V_s = I_s Z_T + \frac{I_x}{Y_T} \quad (100)$$

$$I_x = \frac{(Z_T I_r + V_r)}{Y_T} \quad (101)$$

Realizando las operaciones adecuadas de las ecuaciones se puede reducir estas ecuaciones a un sistema matricial.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Z_T Y_T & Z_T (2 + Z_T Y_T) \\ Y_T & 1 + Z_T Y_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (102)$$

Si este sistema se compara con la solución vectorial de la ecuación característica de la línea.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) & Z_0 \sinh(\gamma L) \\ \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} & \cosh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (67)$$

realizando la comparación término a término surge:

$$\begin{aligned} 1 + Z_T Y_T &= \cosh(\gamma L) \\ Z_T (2 + Z_T Y_T) &= Z_0 \sinh(\gamma L) \\ Y_T &= \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} \end{aligned} \quad (103)$$

de aquí se pueden obtener fácilmente los valores de los elementos del modelo Y_T y Z_T , en función de los parámetros característicos de la línea γL y Z_0 .

$$Z_T = \frac{Z_0 \cosh(\gamma L) - 1}{\sinh(\gamma L)} \quad (104)$$

$$Y_T = \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} \quad (105)$$

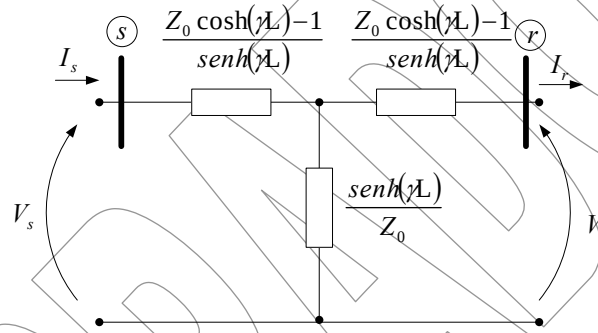


Figura 17. Modelo Equivalente T

En el caso del circuito equivalente II, se pueden plantear las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema por medio de las leyes de Kirchoff.

$$V_s = (I_Y + I_r) Z_{II} + V_r \quad (106)$$

$$I_s = I_Y + I_Y + I_r \quad (107)$$

$$I_Y = Y_{II} V_r \quad (108)$$

Realizando el respectivo manejo algebraico para construir en forma matricial las ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Y_{II} Z_{II} & Z_{II} \\ Y_{II} (2 + Z_{II} Y_{II}) & 1 + Y_{II} Z_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (109)$$

Si se procede a comparar término a término con las soluciones de las ecuaciones características en forma hiperbólica.

$$\begin{aligned} 1 + Z_{II} Y_{II} &= \cosh(\gamma L) \\ Z_{II} &= Z_0 \sinh(\gamma L) \\ Y_{II} (2 + Z_{II} Y_{II}) &= \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} \end{aligned} \quad (110)$$

De estas ecuaciones se desprenden fácilmente los términos del modelo equivalente II.

$$Y_{II} = \frac{\cosh(\gamma L) - 1}{Z_0 \sinh(\gamma L)} \quad (111)$$

$$Z_{II} = Z_0 \sinh(\gamma L) \quad (112)$$

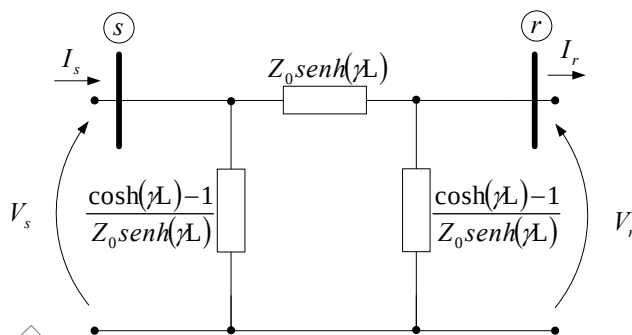


Figura 18. Modelo Equivalente II

Algunas transformaciones matemáticas resultan prácticas, respecto a los parámetros del modelo II.

$$Z_{\Pi} = Z_0 \sinh(\gamma L) = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \sinh(\gamma L)$$

$$Z_{\Pi} = Z_L \frac{\sinh(\gamma L)}{\gamma L} \quad (113)$$

$$Z_{\Pi} = Z_{LT} \frac{\sinh(\gamma L)}{\gamma L} \quad (113')$$

siendo:

$$Z_{LT} = Z_L$$

donde Z_{LT} , es la impedancia total de la línea. Por otra parte, se conoce que:

$$Y_{\Pi} = \frac{\cosh(\gamma L) - 1}{Z_0 \sinh(\gamma L)} \quad (111)$$

Se conoce que existe una identidad matemática hiperbólica muy útil.

$$\frac{\cosh(\gamma L) - 1}{\sinh(\gamma L)} = \tanh\left(\frac{\gamma L}{2}\right)$$

De modo que al ser sustituida en (111) se tiene:

$$Y_{\Pi} = \frac{1}{Z_0} \tanh\left(\frac{\gamma L}{2}\right) \quad (114)$$

$$Y_{\Pi} = \frac{1}{Y_{LT}} \frac{\tanh\left(\frac{\gamma L}{2}\right)}{\gamma L} \quad (114')$$

Aunque ambos circuitos equivalentes cumplen con la misma función, la forma de los mismos es distintas y en sistemas de potencia, se prefiere el uso del modelo II, ya que el tipo T posee asociado un nodo ficticio, que añade un nodo no existente al sistema, incrementando el número global de nodos del sistema.

Un error muy frecuente al emplear el modelo II, es considerar que la intensidad de corriente que circula por el elemento Z_{LT} , rama serie del modelo, es la corriente que circula por la línea, lo cual se encuentra totalmente errado, debido a que con el modelo solo se pueden determinar condiciones terminales y en ningún momento en puntos medios; para lo cual se deben emplear las ecuaciones matemáticas.

Por tanto, para evitar malas interpretaciones de los modelos se debe dejar bien claro: No existe un solo valor de la corriente que circula por la línea, ya que esta varía en cada punto de la línea, y mal se podría hablar de una corriente única, sino que se debe ser específico en que punto del espacio, x , en la línea se trata. Lo que si es verdad, es que se puede determinar la corriente en los extremos de la línea, es decir, la corriente que entra al extremo de envío del sistema de transmisión y la que sale de él por el extremo de recepción. Solamente en aquellas líneas, donde la longitud es muy pequeña, se puede afirmar que la corriente en el extremo de envío es solo aproximadamente igual a la del extremo de recepción; y en consecuencia se puede

hablar no formalmente de una corriente única que circula por la línea; porque en la realidad esto no es totalmente cierto.

4.19 Modelos Equivalentes Aproximados para Líneas Largas

La solución de la ecuación característica de la línea, involucra el cálculo de funciones hiperbólicas con argumentos de álgebra compleja. Esto hace años involucraba la necesidad de realizar cálculos por medios de gráficas especialmente desarrolladas, o incluso el uso de computadoras. Hoy por hoy, el cálculo de las funciones hiperbólicas complejas aunque se ha hecho más sencillo, aun así en ocasiones su evaluación se hace tediosa, y los programas para computadoras requieren de subrutinas aparte de para los cálculos requeridos, lo que incrementa a valores prohibitivos los tiempos de cálculo; aunque se hizo esto más evidente en el pasado; aun hoy puede ser una adversidad el tener que evaluar estas funciones.

Un mecanismo elemental para subsanar los cálculos del álgebra compleja para funciones hiperbólicas; es el emplear el desarrollo de los senos y cosenos hiperbólicos de variable compleja en función de los senos y cosenos circulares e hiperbólicos de variable real.

$$\cos(\alpha L + j\beta L) = \cosh(\alpha L)\cos(\beta L) + j\sinh(\alpha L)\sen(\beta L) \quad (113)$$

$$\sen(\alpha L + j\beta L) = \sinh(\alpha L)\cos(\beta L) + j\cosh(\alpha L)\sen(\beta L) \quad (114)$$

Estas identidades matemáticas permiten el cálculo de las funciones hiperbólicas con argumentos complejos. La unidad correcta de βL , es el radian que es la unidad encontrada al realizar el cálculo de la parte imaginaria de γL .

Un mecanismo alternativo para el cálculo de las funciones hiperbólicas con argumento complejo, se deriva de las definiciones en términos exponenciales de las funciones:

$$\cosh(\alpha + j\beta) = \frac{e^{\alpha}e^{j\beta} + e^{-\alpha}e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2}(e^{\alpha}\angle\beta + e^{-\alpha}\angle-\beta) \quad (115)$$

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{e^{\alpha}e^{j\beta} - e^{-\alpha}e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2}(e^{\alpha}\angle\beta - e^{-\alpha}\angle-\beta) \quad (116)$$

Ahora bien otro mecanismo, para el cálculo de las funciones hiperbólicas con argumento complejo, es el desarrollo de estas en series de McLaurin.

$$\cosh(\theta) = 1 + \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} + \dots \quad (117)$$

$$\sinh(\theta) = \theta + \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \frac{\theta^7}{7!} + \dots \quad (118)$$

Estas series convergen rápidamente para los valores de γL , que se presentan corrientemente en las líneas de transmisión, y se logra una precisión suficiente con el uso de pocos términos de la misma. Como aproximación se acostumbra tomar los dos primeros términos del desarrollo de $\cosh \theta$ y el primer término de la función $\sinh \theta$, de modo que para la solución de las ecuaciones características, resulta una aproximación:

$$\cosh(\gamma L) \approx 1 + \frac{(\gamma L)^2}{2} \quad (119)$$

$$\sinh(\gamma L) \approx \gamma L \quad (120)$$

Si se sustituye estas aproximaciones en las expresiones que determinan los parámetros del modelo se tiene

$$Z_T = \frac{Z_0 \cosh(\gamma L) - 1}{\sinh(\gamma L)} = \frac{Z}{2} L$$

$$Y_T = \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} = \gamma L$$

$$Y_{\Pi} = \frac{Z_0 \cosh(\gamma L) - 1}{\sinh(\gamma L)} = \frac{Y}{2} L \quad (111)$$

$$Z_{\Pi} = Z_0 \sinh(\gamma L) = Z L \quad (112)$$

Estas aproximaciones han resultado muy populares por la tremenda simplificación de los cálculos involucrados en comparación al cálculo de las funciones hiperbólicas. Por otra parte, se ha demostrado en la práctica que la longitudes actuales de las líneas, salvo casos excepcionales de líneas extremadamente largas, que los resultados obtenidos con estas aproximaciones, no difieren sustancialmente de aquellos obtenidos con las expresiones exactas.

Y a favor de la pérdida de exactitud en el uso de estas aproximaciones, de debe mencionar que en el calculo de los parámetros de la línea, Z y Y , ya existe un error intrínseco en algunos supuestos que se relacionan; horizontalidad de los conductores sobre el plano de tierra, transposición perfecta, etc., lo cual aunque se empleen las expresiones más exactas afectan los resultados. En el caso que se empleen estas aproximaciones los modelos reciben el nombre de *modelos nominales* o *modelos aproximados*.

4.20 Modelo de la Línea Media

En longitudes medias, la admitancia que se hace apreciables es de naturaleza capacitiva, y esta debe ser incluida en los cálculos. Aunque la capacitancia resulta apreciable, la longitud de la línea aun no es comparable con la longitud de onda, de modo que los tiempos de propagación son despreciables y se hace posible el uso de los parámetros concentrados para la construcción de un circuito equivalente para la línea. Si la admitancia total es dividida en dos partes iguales colocadas en los extremos del modelo, se construye un modelo Π .

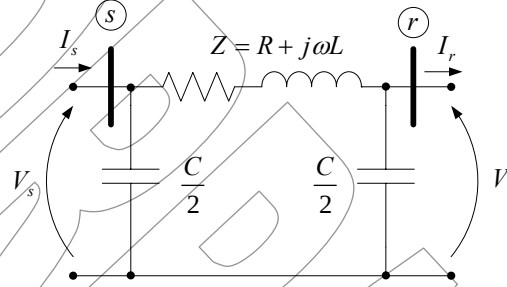


Figura 19. Modelo Equivalente de una Línea Media

Si se aplica la ley de corrientes de Kirchoff en el extremo de recepción se tiene:

$$\frac{V_s - V_r}{Z} = V_r \frac{Y}{2} + I_r$$

$$V_s = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) V_r + ZI_r \quad (114)$$

Al aplicar la ley de corrientes en el extremo de envío se logra:

$$I_s = V_s \frac{Y}{2} + V_r \frac{Y}{2} + I_r$$

$$I_s = \left(\frac{ZY}{4} + 1 \right) YV_r + I_r \quad (115)$$

En forma matricial se puede deducir, los parámetros de envío en función de los parámetros de los extremos de recepción.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) & Z \\ Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) & \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (116)$$

En forma general los parámetros de transmisión de la línea de transmisión de longitud media, quedan simplificados.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (117)$$

$$\mathbf{V}_{\text{ENVÍO}} = \mathbf{T} \mathbf{V}_{\text{RECEPCIÓN}} \quad (118)$$

donde $\mathbf{T}$ es lo parámetros de transmisión y sus elementos quedan definidos por:

$$\begin{aligned} A &= D = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) \\ B &= Z \\ C &= Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) \end{aligned} \quad (119)$$

Las constantes A , B , C y D algunas veces se conocen como constantes generalizadas de la línea de transmisión; siendo números complejos. Las constantes A y D son adimensionales e iguales entre sí, si la línea es la misma cuando se ve desde cualquier terminal. Por su partes las constantes B y C están expresadas en unidades de Ohmios y Mhos, respectivamente. En este caso los parámetros A , B , C y D solo permiten determinar los parámetros terminales de la línea de transmisión y en ningún momento el modelo permite inferir información en puntos distintos a los extremos.

Es importante resaltar el hecho de que las constantes generalizadas, permite obtener relaciones muy simples para las tensiones y las corrientes.

$$V_r = \frac{DV_s - BI_s}{AD - BC} \quad (120)$$

$$I_r = \frac{AV_s - CI_s}{AD - BC} \quad (121)$$

En forma matricial queda más compacto quedando:

$$\begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} \quad (122)$$

$$\mathbf{V}_{\text{RECEPCIÓN}} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{V}_{\text{ENVÍO}} \quad (123)$$

donde $\mathbf{T}^{-1}$ es la inversa de la matriz de transmisión de la línea de transmisión.

$$[\mathbf{T}]^{-1} = \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \quad (124)$$

Un significado físico puede ser asignado con relativa facilidad a las constantes. Si se considera la corriente de recepción cero ($I_r = 0$), se cumple que la constante A , es la relación entre la tensión de envío y recepción en vacío (V_s/V_r); por otra parte, la constante B , es la relación entre la tensión de envío y la corriente de recepción (V_s/I_r), cuando la línea se encuentra con su extremo de recepción en condición de cortocircuito ($V_r = 0$).

De lo antes expuesto se evidencia la importancia de la constante A para el calculo de la regulación de la línea.

$$\% \text{Regulación} = \frac{|V_{r0}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100\% \quad (2)$$

donde el voltaje de la línea en vacío puede ser calculado fácilmente.

$$\% \text{Regulación} = \frac{|A| |V_s| - |V_r|}{|V_r|} \times 100\% \quad (125)$$

siendo V_r , la tensión a plena carga en el extremo de recepción.

Para el modelo T pueden deducirse ecuaciones semejantes. Solo que el modelo T supone todo el parámetro de admitancia concentrado en un punto medio del circuito equivalente; separando dos ramas cada una con la mitad de impedancia serie.

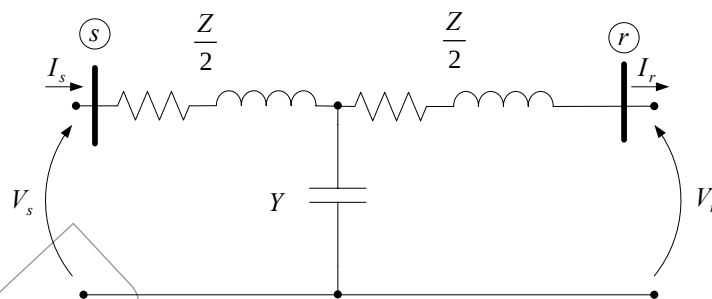


Figura 20. Modelo Equivalente T para una Línea Media

Es importante dejar muy claro, el hecho de que el modelo Π o T, no representan la línea real, por lo que en los casos de duda sobre la longitud de la línea, es mejor emplear el modelo de la línea larga, que si bien agrega un poco de más de calculo, mejora la precisión.

Los modelos Π o T no son equivalentes como puede verse por la aplicación de las ecuación de transformación Y- Δ a cada uno de ellos. Lo que si es bien cierto, es el hecho de que los modelos Π y T, se aproximan más entre sí y al circuito equivalente de la línea, cuando esta se divide en dos o más secciones cada una de ellas modeladas por circuitos Π o T.

Impedancia Serie de Líneas de Transmisión

Problema #1

Un conductor de aluminio identificado con el nombre de Magnolia esta compuesto por 37 hilos conductores de diámetro 0.1606 pulgadas. Las tablas características para conductores de aluminio indican un área de 954000 cmil para este conductor. Son consistentes estos valores?. Encuentre el área en mm^2 .

Características del Conductor:

Nombre del Conductor: Magnolia, Aluminio

Número de Hilos: 37

Diámetro de Hilo (d): 0.1606 pulgadas

Área conductor (A_{tabla}): 954 mcm

Se conoce que:

$$A[\text{cmil}] = 1000.000d^2$$

Sustituyendo valores se tiene el área de un solo alambre o hilo (A_{hilo}):

$$A_{\text{hilo}} = 1000.000d^2 = 1000.000(0.1606)^2$$

$$A_{\text{hilo}} = 25794.36\text{mcm}$$

Se procede determinar el área total del conductor ($A_{\text{conductor}}$)

$$A_{\text{conductor}} = \# \text{hilos} \times A_{\text{hilo}}$$

$$A_{\text{conductor}} = 37 \times 25794.36\text{mcm}$$

$$A_{\text{conductor}} = 954.31732\text{mcm}$$

Para hallar el área en milímetros cuadrados (mm^2) se aplica una regla de tres.

$$1\text{cmil} \rightarrow 0.000507\text{mm}^2$$

$$954317.36\text{cmil} \rightarrow x$$

Resultando:

$$A_{\text{conductor}} [\text{mm}^2] = 483.83\text{mm}^2$$

Problema #2

Determine la resistencia de corriente directa R_{dc} en Ohmios por 1000 pies del conductor de aluminio del tipo Magnolia a 20°C, comparar los resultados con los indicados en tablas 0.01818 ohmios por 1000 pies. Calcule la resistencia de corriente continua R_{dc} en ohmios por milla a 50°C y compare el resultado con la resistencia a 60 Hz de 0.110 ohmios por milla indicado en las tablas para este conductor a 50°C.

Características del Conductor:

Nombre del Conductor: Magnolia, Aluminio

Longitud (L): 1000 pies

Resistividad del Aluminio (ρ_{aluminio}): $17 \Omega \cdot \text{cmil} / \text{pies}$ a 20°C

Área conductor (A_{tabla}): 954 mcm

Se conoce que la resistencia eléctrica de corriente directa (R_{dc}) puede ser calculado como:

$$R_{dc} = \rho \frac{L}{A}$$

Sustituyendo valores, se tiene:

$$R_{dc} = \rho \frac{L}{A} = 17 \Omega \frac{\text{cmil}}{\text{pies}} \times \frac{1000 \text{ pies}}{954000 \text{ cmil}}$$

$$R_{dc} = 0.0178197065 \frac{\Omega}{1000 \text{ pies}} \text{ a } 20^\circ\text{C}$$

Ahora se procede a aplicar la variación de la resistencia en función de la temperatura.

$$R_2 = \frac{\tau - T_2}{\tau + T_1} R_1$$

Se conoce que la constante térmica para el aluminio al 61% es $\tau = 228$, y tomando $T_1 = 20^\circ\text{C}$ y $T_2 = 50^\circ\text{C}$, resulta:

$$R_2 = \frac{228 - 50}{228 + 20} 0.017817$$

$$R_2 = 0.019975531 \frac{\Omega}{1000 \text{ pies}} \text{ a } 50^\circ\text{C}$$

Llevando el resultado a Ohmios por milla

$$R_2 = 0.019975531 \frac{\Omega}{1000 \text{ pies}} \times \frac{5280 \text{ pies}}{\text{milla}}$$

$$R_2 = 0.1054696 \frac{\Omega}{\text{milla}} \text{ } 50^\circ\text{C}$$

Problema #3

Un conductor de aluminio esta compuesto de 37 alambres cada uno con un diámetro de 0.312cm. Calcule la resistencia de corriente directa R_{dc} en ohmios por kilómetro a 75 °C.

Características del Conductor:

Número de Alambres: 27

Diámetro de los Alambres (d): 0.312cm

Se calcula el área del alambre ($A_{alambre}$):

$$A_{alambre} = \pi \frac{d^2}{4}$$

$$A_{alambre} = \pi \frac{(0.00312m)^2}{4}$$

$$A_{alambre} = 7.64538 \times 10^{-6} m^2$$

Se determina el área del conductor ($A_{conductor}$):

$$A_{conductor} = \#alambres A_{alambre}$$

$$A_{conductor} = 37 \times 7.64538 \times 10^{-6} m^2$$

$$A_{conductor} = 2.8287905 \times 10^{-6} m^2$$

Se conoce que la resistencia eléctrica de corriente directa (R_{dc}) puede ser calculado como:

$$R_{dc} = \rho \frac{L}{A}$$

Sustituyendo tomando como resistividad de aluminio:

$\rho_{aluminio} = 2.83 \times 10^{-6} \Omega / m$ a 20°C y la longitud de un kilómetro, $L = 1000 m$.

$$R_{dc} = 2.83 \times 10^{-6} \frac{\Omega}{m} \frac{1000m}{2.82 \times 10^{-6} m^2}$$

$$R_{dc} = 0.1000424548 \frac{\Omega}{Km}$$

Se procede a aplicar la variación de la resistencia en función de la temperatura.

$$R_2 = \frac{\tau - T_2}{\tau + T_1} R_1$$

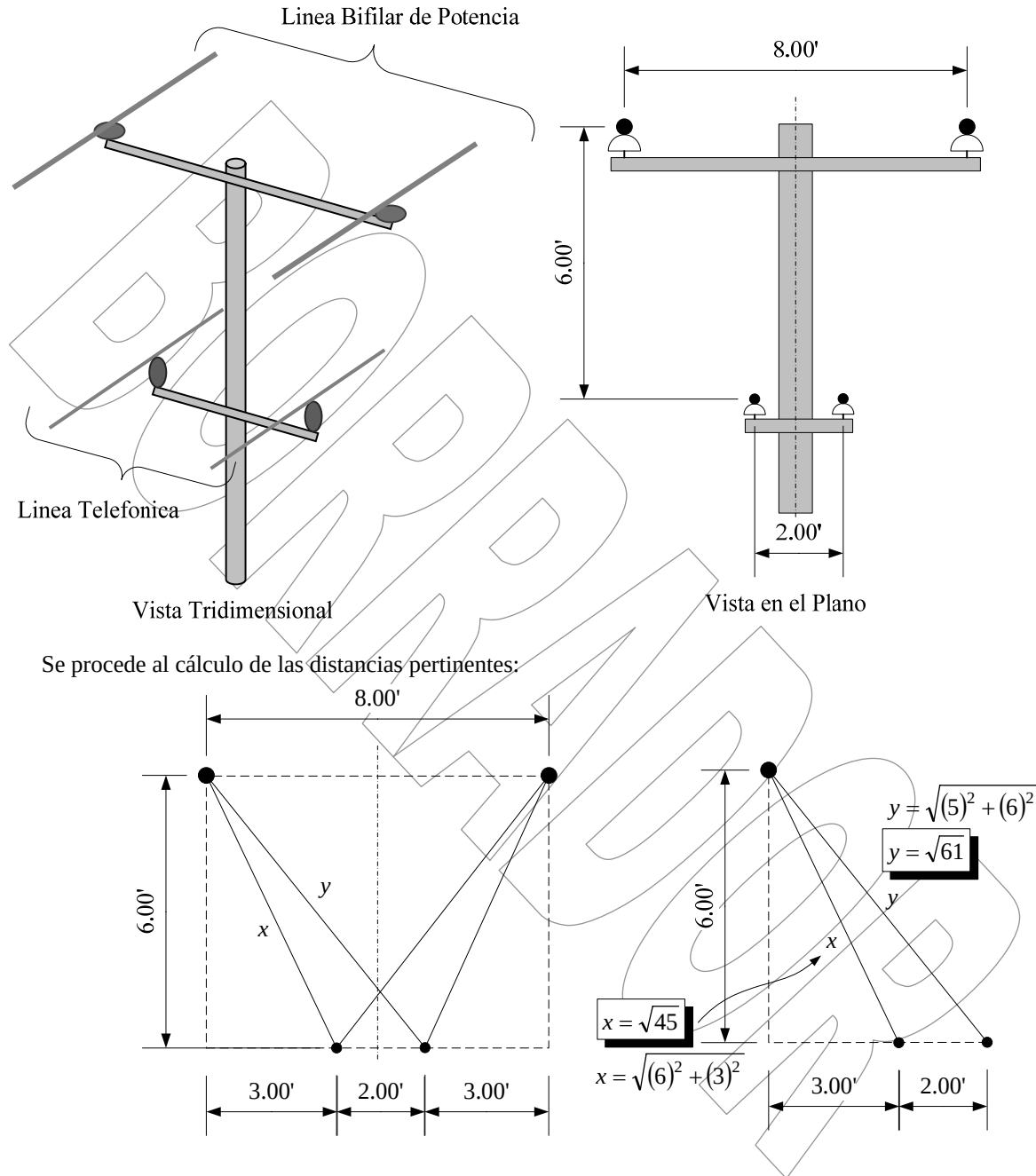
Se toma la constante térmica para el aluminio al 61%, $\tau = 228$, y se considera $T_1 = 20^\circ C$ y $T_2 = 75^\circ C$, resulta:

$$R_2 = \frac{228 + 75}{228 + 20} 0.1000424548$$

$$R_2 = 0.1286600804 \frac{\Omega}{km} \text{ a } 75^\circ C$$

Problema #4

Una línea monofásica que opera a 60 Hz, esta sostenida por una cruceta horizontal. La separación entre conductores es de 8 pies. Una línea telefónica esta sujeta por una cruceta horizontal 6 pies debajo de la línea de potencia con un espacio de 2 pies entre los centros de sus conductores. Encuentre la inductancia mutua entre la línea de potencia y la telefónica y el voltaje de 60 Hz. por milla inducido en la línea telefónica si la corriente que circula por la línea de potencia es de 150 amperes.

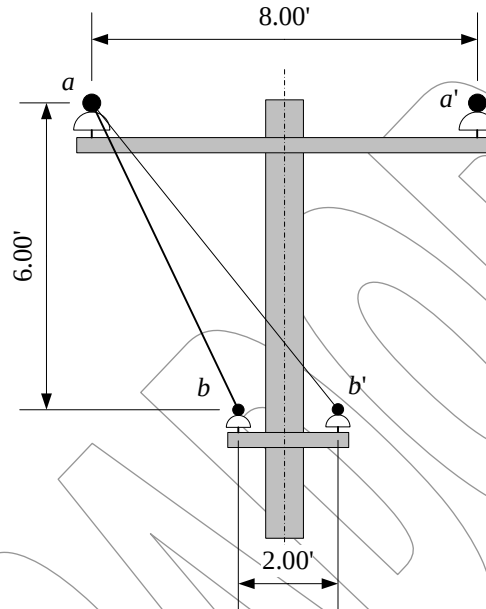


Se conoce que para una línea de transmisión monofásica la inductancia por unidad de longitud es:

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{D_m}{D_s} \right)$$

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

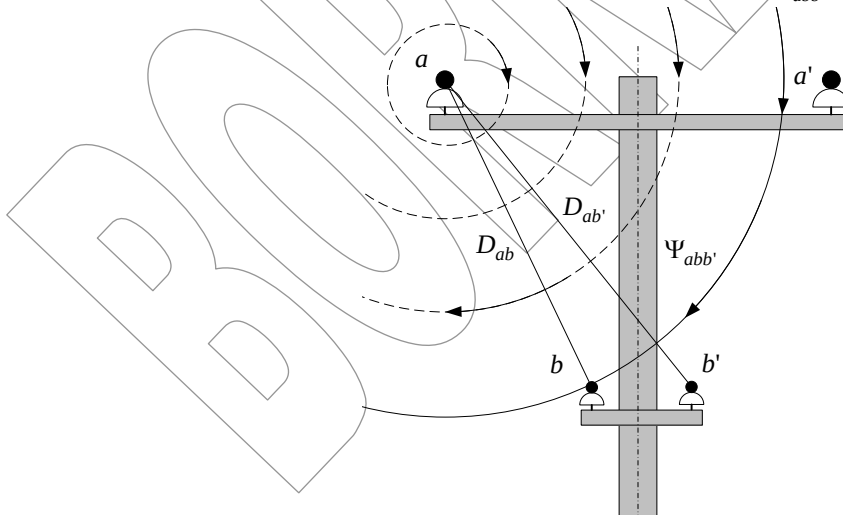
Siendo RMG y DMG los radios y distancias medias geométricas respectivamente.



Pero además se conoce que los enlaces de flujo que enlazan la línea telefónica bb' , vienen dados por:

$$\Psi_{bb'} = \Psi_{abb'} + \Psi_{a'bb'}$$

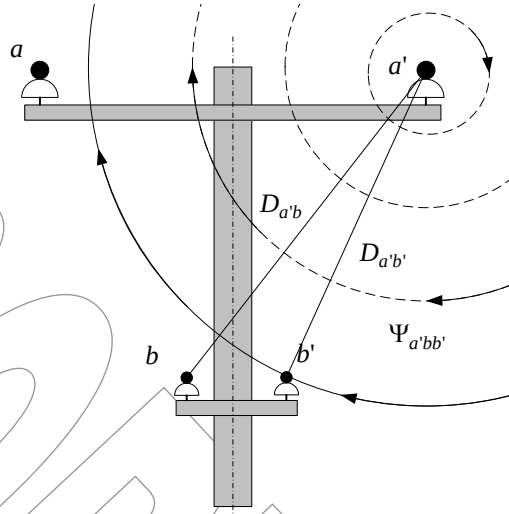
Es decir, los enlaces de flujo totales que pasan por la línea telefónica bb' , $\Psi_{bb'}$ son la suma de los enlaces de flujo producidos por la corriente que circula por la potencia a y a' ($\Psi_{abb'} + \Psi_{a'bb'}$).



Por definición, estos enlaces de flujo vienen dados por:

$$\Psi_{abb'} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{D_{ab'}}{D_{ab}} \right)$$

$$\Psi_{a'bb'} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{D_{ab'}}{D_{a'b'}} \right)$$



Realizando la respectivas sustituciones de distancias resulta:

$$\Psi_{abb'} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{\sqrt{61}}{\sqrt{45}} \right)$$

$$\Psi_{a'bb'} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{\sqrt{61}}{\sqrt{45}} \right)$$

De modo que el flujo magnético resultante enlazados por la línea telefónica bb' son:

$$\Psi_{bb'} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{\sqrt{61}}{\sqrt{45}} \right) + 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{\sqrt{61}}{\sqrt{45}} \right)$$

$$\Psi_{bb'} = 4 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{\sqrt{61}}{\sqrt{45}} \right)$$

Aplicando la definición de inductancia, resulta:

$$L_{bb'} = \frac{\Psi_{bb'}}{I_a} =$$

$$L_{bb'} = 4 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{\sqrt{61}}{\sqrt{45}} \right)$$

$$L_{bb'} = 6.0842274 \times 10^{-8} \frac{\text{Henry}}{\text{m}}$$

$$L_{bb'} = 0.0972912 \frac{\text{mHenry}}{\text{milla}}$$

La tensión inducida en la línea telefónica puede ser determinada por:

$$V_{bb'} = j\omega L_{bb'} I_a = j\omega \Psi_{bb'}$$

De modo que sustituyendo valores resulta:

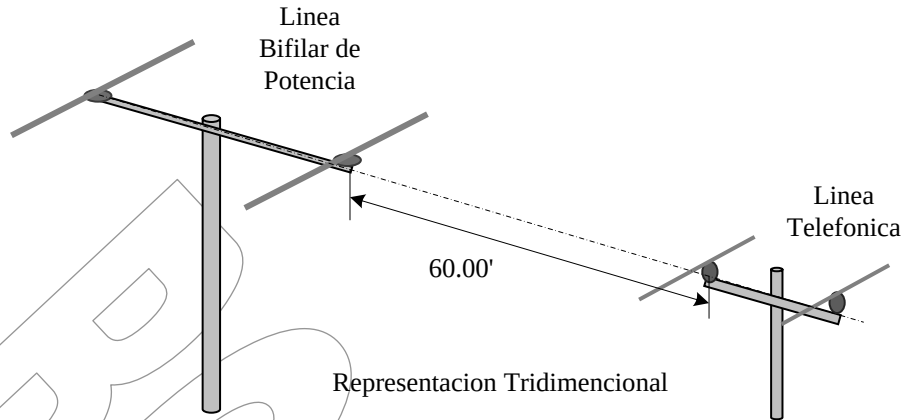
$$V_{bb'} = 5.5367931 \frac{\text{Volt}}{\text{milla}}$$

$$V_{bb'} = 3.440549 \frac{\text{mVolt}}{\text{m}}$$

BORRADOR

Problema #5

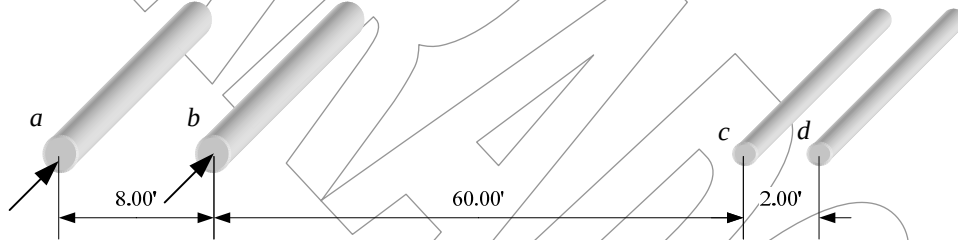
Si las líneas descritas en el problema anterior están en el mismo plano horizontal y la distancia entre los conductores más cercanos de las dos líneas es 60 pies, encuentre la inductancia mutua entre los circuitos y el voltaje inducido en la línea de teléfonos para 150 amperes en la línea de potencia.



Si se designa con las letras a y b los conductores de la línea de potencia y con las letras c y d los pertenecientes a la línea telefónica, se debe cumplir; que los enlaces de flujo totales que atraviesan la línea telefónica Ψ_{cd} , es igual a la suma de los enlaces de flujo provocados por la circulación de corriente por la línea de potencia.

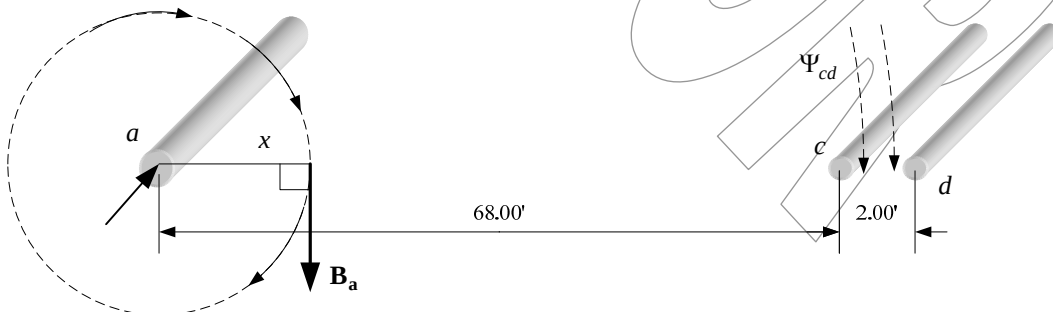
$$\Psi_{cd} = \Psi_{acd} + \Psi_{bcd}$$

Donde: Ψ_{acd} son los enlaces de flujo de campo magnético entre los puntos c y d , producto de la corriente que circula por el conductor a , y Ψ_{bcd} , son los enlaces de flujo entre los mismo puntos pero producto de la circulación de la corriente por el conductor b .



Se procede a estimar los flujos de campo producto sobre la línea telefónica (cd) producto de la corriente que circula por el conductor a :

$$\Psi_{acd} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{D_{ad}}{D_{ac}} \right)$$

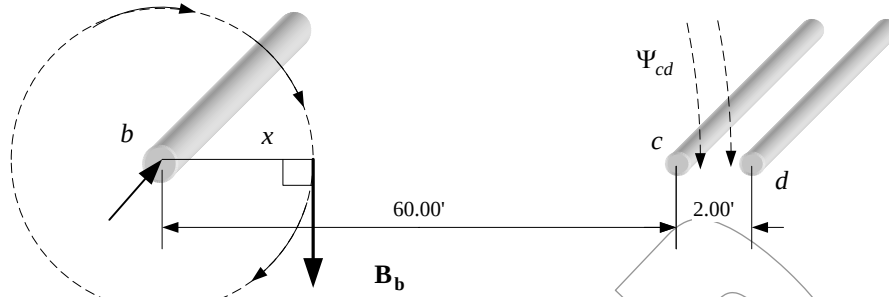


Sustituyendo las respectivas distancias resulta:

$$\Psi_{acd} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{70}{68} \right)$$

Para los flujos entre los conductos c y d , producto del conductor b de la línea de potencia se tiene

$$\Psi_{bcd} = 2 \times 10^{-7} I_b \ln \left(\frac{D_{bd}}{D_{bc}} \right)$$



Sustituyendo las respectivas distancias resulta:

$$\Psi_{bcd} = 2 \times 10^{-7} I_b \ln \left(\frac{62}{60} \right)$$

De modo que el flujo total entre los conductores de la línea telefónica puede ser calculado como:

$$\Psi_{cd} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{70}{68} \right) + 2 \times 10^{-7} I_b \ln \left(\frac{62}{60} \right)$$

Como se trata de una línea bifilar monofásica se tiene:

$$I_a = -I_b$$

Sustituyendo resulta:

$$\Psi_{cd} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{70}{68} \right) - 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{62}{60} \right)$$

$$\Psi_{cd} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{70}{68} \right) + 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{60}{62} \right)$$

Aplicando propiedades de logaritmos, se tiene:

$$\Psi_{cd} = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{70 \times 62}{68 \times 60} \right)$$

Recurriendo a la definición de inductancia, se tiene:

$$L_{cd} = \frac{\Psi_{cd}}{I_a}$$

$$L_{cd} = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{70 \times 62}{68 \times 60} \right)$$

$$L_{cd} = 76042 \times 10^{-10} \frac{\text{mHenry}}{\text{m}}$$

Se procede al calculo de la tensión inducida en la línea telefónica:

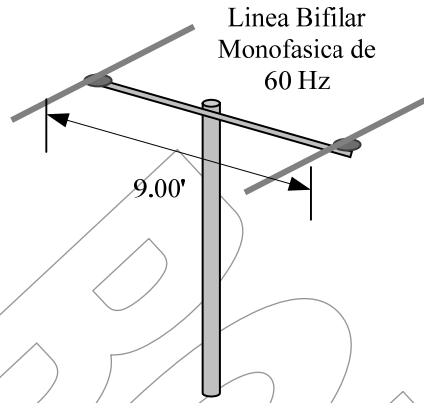
$$V_{cd} = j\omega L_{cd} I_a = j\omega \Psi_{cd}$$

Sustituyendo los respectivos valores resulta:

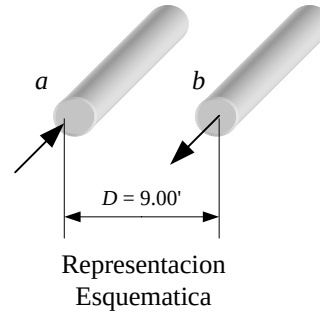
$$V_{bb'} = 43.002 \frac{\text{mVolt}}{\text{Km}}$$

Problema #6

El conductor de una línea monofásica de 60 Hz. es de alambre sólido de aluminio en forma circular y tiene un diámetro de 0.162 pulgadas. El espacio entre conductores es de 9 pies. Determine la inductancia de la línea en mili Henrios por milla. ¿Que parte de la inductancia es debida a los enlaces de flujo interno? Suponga que no se considera el efecto piel.



Representacion Tridimensional



Representacion Esquemática

En este caso se trata de una línea bifilar monofásica, constituida por conductores que se asumen cilíndricos y sólidos de radio $r = d/2 = 0.162'' / 2$, $r = 0.081''$.

$r = 0.081''$

Se precede a determinar la inductancia propia de uno de los conductores de la línea:

$$L_a = 4 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{D}{RMG} \right)$$

Donde el RMG, radio medio geométrico, en el caso de los conductores cilíndricos rectos, sólidos viene dado por:

$$RMG = r e^{\frac{1}{4}}$$

$$RMG = 0.081 e^{\frac{1}{4}} = 0.063082''$$

$$RMG = 0.005257'$$

Entonces las inductancias de uno de los conductores resulta:

$$L_a = 4 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{9}{0.005257} \right)$$

$$L_a = 2.9781677338 \times 10^{-6} \frac{\text{Henry}}{m}$$

La inductancia total de la línea de transmisión, es la suma de las auto-inductancias de cada una de los conductores:

$$L_{total} = L_a + L_b$$

En este caso, los radios de los conductores son iguales, simplificando el cálculo:

$$L_{total} = 2 \times 2.9781677338 \times 10^{-6} \frac{\text{Henry}}{m}$$

$$L_{total} = 5.956468408 \times 10^{-6} \frac{\text{Henry}}{\text{m}}$$

$$L_{total} = 9.5837 \frac{\text{mHenry}}{\text{milla}}$$

Por otra parte, se conoce por teoría que el flujo magnético interno que se produce en un conductor cilíndrico sólido es constante e igual a:

$$L_{interno} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \frac{\text{Henry}}{\text{m}}$$

En el caso del flujo interno total de la línea es el doble del producido por uno de los conductores.

$$L_{interno} = 2 \times \frac{1}{2} \times 10^{-7} \frac{\text{Henry}}{\text{m}}$$

$$L_{interno} = 0.1609 \frac{\text{mHenry}}{\text{m}}$$

Se procede al calculo de la proporción de la inductancia total de la línea que es producido por el flujo interno de los conductores:

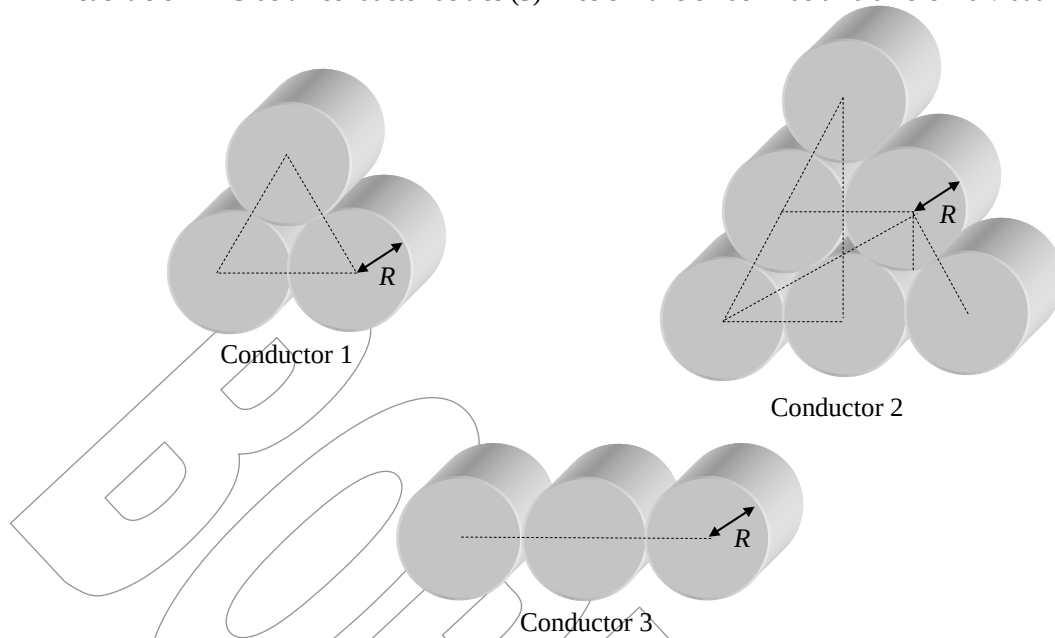
$$\frac{L_{interno}}{L_{total}} = \frac{0.16089 \frac{\text{mHenry}}{\text{m}}}{9.58 \frac{\text{mHenry}}{\text{m}}} \times 100\%$$

$$\frac{L_{interno}}{L_{total}} = 1.679\%$$

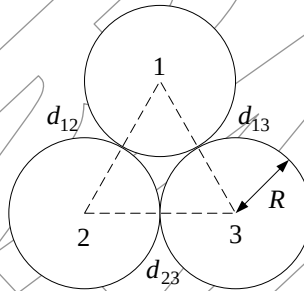
Del resultado anterior, se desprende que el 1.679% de la inductancia de la línea de transmisión es producida por el flujo magnético interno de en los conductores.

Problema #7

Encuentre el RMG de un conductor de tres (3) hilos en función del R de un alambre individual.



Pártase del conductor 1 constituido por tres alambres sólidos rectos, de radio R , cuyos centros se denotan como 1, 2 y 3.



En este caso se cumple:

$$d_{12} = d_{23} = d_{31} = R$$

Aplicando la definición de Radio Medio Geométrico, para el caso de $n = 3$, conductores se tiene:

$$RMG = \sqrt[3]{(d_{11}d_{12}d_{13})(d_{21}d_{22}d_{23})(d_{31}d_{32}d_{33})}$$

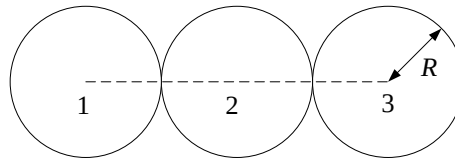
Sustituyendo los respectivos valores de las distancias, recordando que son simétricas: $d_{ij} = d_{ji}$, y que las distancias propias d_{ii} , corresponden al radio medio geométrico del conductor sólido, que por teoría se conoce que es: $Re^{-\frac{1}{4}}$.

$$RMG = \sqrt[3]{\left(Re^{-\frac{1}{4}}\right)^3 (2R)^6} = \sqrt[3]{4R^3 e^{-\frac{1}{4}} (2R)^6}$$

$$RMG = \sqrt[3]{Re^{-\frac{1}{4}} 4R^2}$$

$$RMG = 1.40604R$$

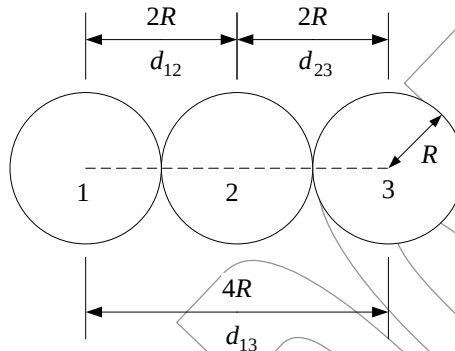
En el caso del conductor 2 constituido por tres alambres sólidos rectos, de radio R , cuyos centros se denotan como 1,2 y 3.



En este caso se cumple:

$$d_{12} = d_{23} = 2R$$

$$d_{31} = 4R$$



por definición de Radio Medio Geométrico se tiene:

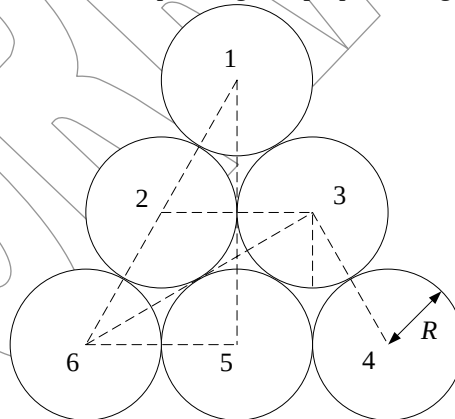
$$RMG = \sqrt[9]{d_{11}d_{12}d_{13}d_{21}d_{22}d_{23}d_{31}d_{32}d_{33}}$$

$$RMG = \sqrt[9]{\left(\text{Re}^{-\frac{1}{4}}\right)^3 (2R \times 4R)^2 (2R)^2}$$

$$RMG = \sqrt[9]{120.9258375R^9}$$

$$RMG = 1.7036917R$$

Para el calculo del RMG del conductor 3, se aplica algunas propiedades geométricas a la configuración:



$$d_{12} = d_{24} = d_{13} = d_{36} = d_{56} = d_{35} = 2R$$

$$d_{25} = d_{35} = d_{23} = d_{14} = d_{16} = 4R$$

$$d_{34} = d_{26} = \sqrt{16R^2 - 4R^2} = \sqrt{14R^2} = 2\sqrt{3}R$$

$$RMG = \sqrt[16]{(d_{11}d_{12}d_{13}d_{14})(d_{21}d_{22}d_{23}d_{24})(d_{31}d_{32}d_{33}d_{34})(d_{41}d_{42}d_{43}d_{44})}$$

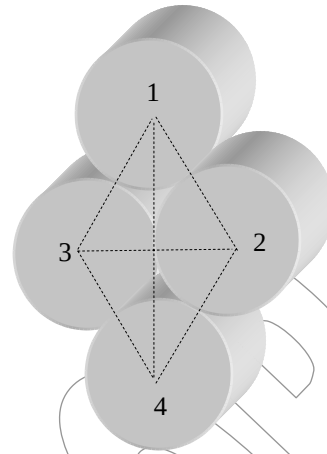
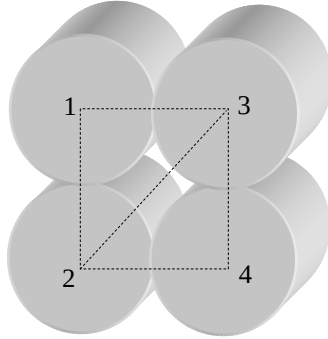
$$RMG = \sqrt[36]{\left(\operatorname{Re} \frac{1}{4}\right)^6 \left(4R \times 2R \times 4R \times 2R \times 2\sqrt{3}R\right)^3 \left(2R \times 2R \times 2R \times 2R \times 2R\sqrt{3}\right)^3}$$

$$RMG = \sqrt[36]{(0.7788R)^6 (221.70R^5)^3 (55.4256R^5)^3}$$

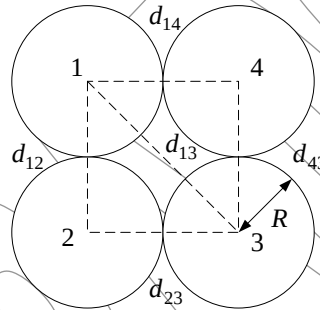
$$RMG = 2.102298R$$

Problema #8

Encuentre el RMG para cada uno de los conductores especiales que se muestran, en función del radio R de un alambre individual.



Pártase del conductor 1 constituido por cuatro alambres sólidos rectos, de radio R , cuyos centros se denotan como 1, 2, 3 y 4.



Se procede al cálculo de las respectivas distancias, por geometría:

$$d_{14} = 2R$$

$$d_{12} = 2R$$

$$d_{13} = \sqrt{(2R)^2 + (2R)^2}$$

$$d_{13} = 2\sqrt{2}R$$

Por propiedades geométricas resulta:

$$d_{12} = d_{24} = d_{43} = d_{31} = R$$

$$d_{32} = d_{14} = 2\sqrt{2}R$$

Sustituyendo en la definición de Radio Medio Geométrico, se tiene:

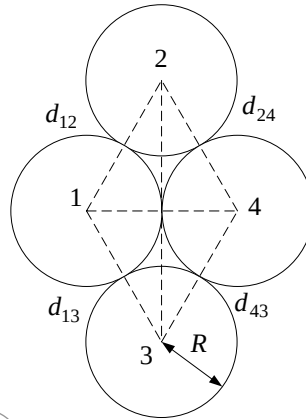
$$RMG = \sqrt[16]{(d_{11}d_{12}d_{13}d_{14})(d_{21}d_{22}d_{23}d_{24})(d_{31}d_{32}d_{33}d_{34})(d_{41}d_{42}d_{43}d_{44})}$$

$$RMG = \sqrt[16]{\left(\text{Re}^{-\frac{1}{4}}\right)^4 (2R)^8 (2\sqrt{2}R)^4}$$

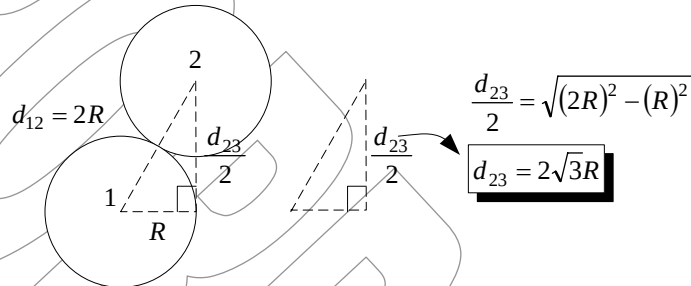
$$RMG = \sqrt[16]{6027.3367R^{16}}$$

$$RMG = 1.722891154R$$

En el caso de la siguiente configuración.



Se cumple:



$$d_{12} = d_{24} = d_{43} = d_{31} = 2R$$

$$d_{14} = 2\sqrt{3}R$$

$$RMG = \sqrt[16]{(d_{11}d_{12}d_{13}d_{14})(d_{21}d_{22}d_{23}d_{24})(d_{31}d_{32}d_{33}d_{34})(d_{41}d_{42}d_{43}d_{44})}$$

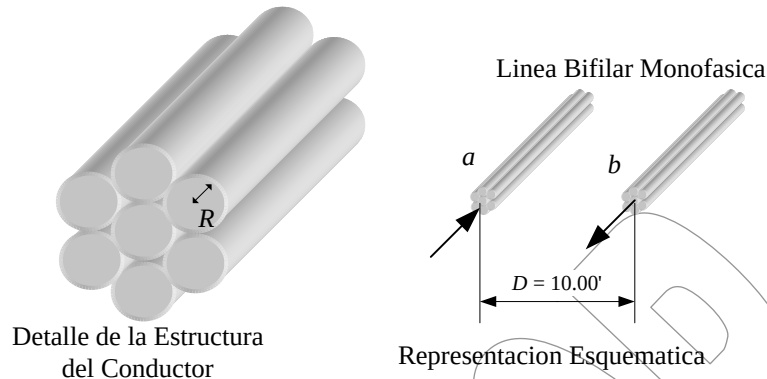
$$RMG = \sqrt[16]{(0.7788R)^4 (8R^3 \sqrt{3})^2 64R^6}$$

$$RMG = \sqrt[16]{9569.9R^{16}}$$

$$RMG = 1.6921R$$

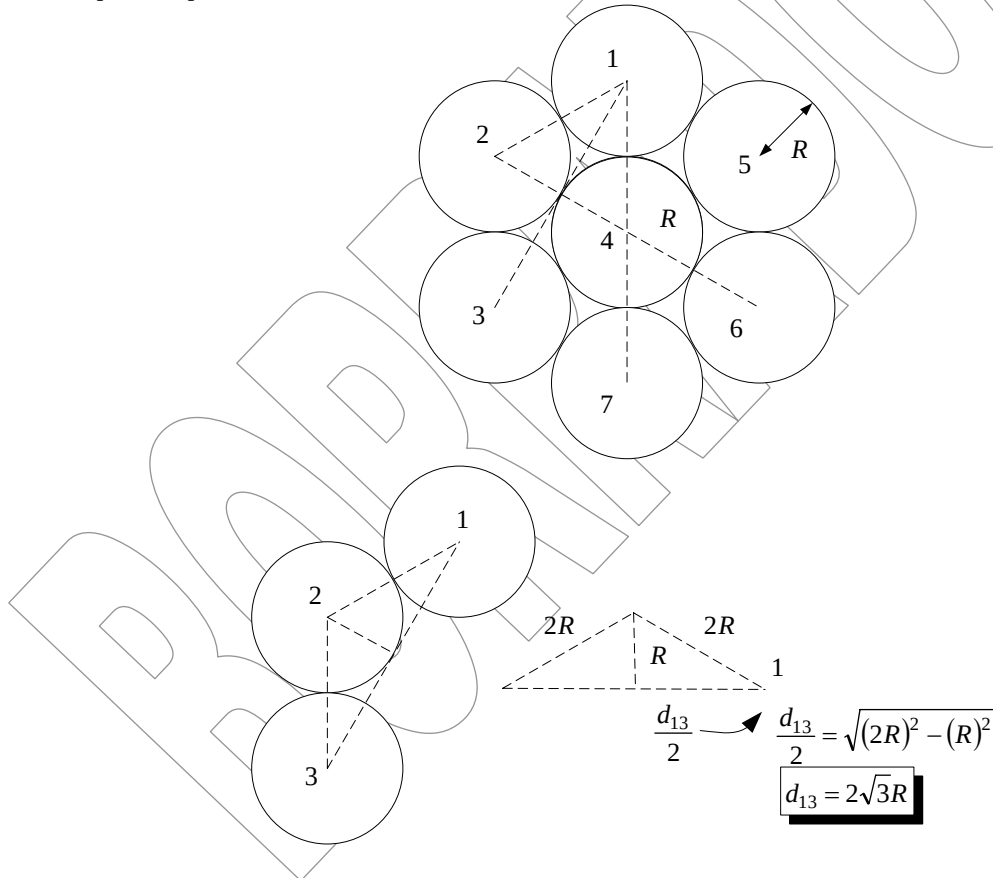
Problema #9

La distancia entre conductores de una línea monofásica es 10 pies. Cada conductor esta compuesto de siete alambres iguales. El diámetro de cada alambre es 0.1 pulgadas. Encuentre la inductancia de la línea en mili Henry por milla.



En este caso, la línea de transmisión, bifilar monofásica, consta de conductores, constituidos por siete alambres con la configuración mostrada.

Se procede primeramente al cálculo del Radio Medio Geométrico:



Se procede a sustituir las respectivas distancias en la definición de radio Medio Geométrico:

$$RMG = \sqrt[49]{(d_{11}d_{12}d_{13}d_{14}d_{15}d_{16}d_{17}) \dots (d_{71}d_{72}d_{73}d_{74}d_{75}d_{76}d_{77})}$$

donde las distancias propias d_{ii} , corresponden al radio medio geométricos del conductor sólido, que por teoría se conoce que es: $\text{Re}^{-\frac{1}{4}}$.

$$RMG = \sqrt[49]{\left(\text{Re}^{-\frac{1}{4}}\right)^6 \left(2R \cdot 2R \cdot 2\sqrt{3}R \cdot 2\sqrt{3}R \cdot 2R \cdot 4R\right)^6 (2R)^6}$$

$$RMG = \sqrt[49]{(0.7788R)^6 (384R^6)^6 (2R)^6}$$

$$RMG = 2.17670R$$

Sustituyendo el radio de cada alambre $R = 0.1$ pulgadas, resulta:

$$RMG = 2.17670R$$

$$RMG = 0.018139159'$$

Se procede a determinar la inductancia por fase:

$$L_a = L_b = 0.7411 \log \left(\frac{d}{RMG} \right)$$

$$L_a = L_b = 0.7411 \log \left(\frac{10}{0.018139159} \right)$$

$$L_a = L_b = 2.031638 \frac{\text{mHenry}}{\text{milla}}$$

Debido a que se trata de una línea bifilar monofásica, la inductancia total de la línea, es la suma de la inductancia individual de cada conductor:

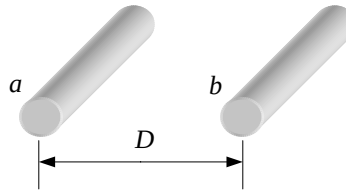
$$L_{total} = L_a + L_b$$

$$L_{total} = 2L_a$$

$$L_{total} = 4.063276 \frac{\text{mHenry}}{\text{milla}}$$

Problema #10

Encuentre la inductancia en mili Henry por milla y la reactancia inductiva en ohmios por milla de una línea de transmisión monofásica compuesta de conductores ACSR *Ostrich* separados por $D = 15$ pies.



En este caso como se trata de un conductor trenzado, se debe determinar los datos físicos del mismo a partir de la tabla aportada por el fabricante, donde se tiene que para el ACSR *Ostrich*, el radio medio geométrico es: $RMG = 0.0229$ pies.

Se procede al cálculo de la inductancia de la línea bifilar monofásica:

$$L_a = L_b = 0.7411 \log \left(\frac{d}{RMG} \right)$$

$$L_a = L_b = 0.7411 \log \left(\frac{15}{0.0229} \right)$$

$$L_a = L_b = 2.087127156 \frac{mHy}{milla}$$

En este caso como se trata de una línea bifilar monofásica la inductancia total es la suma de la individual de cada uno de los conductores:

$$L_{total} = L_a + L_b$$

$$L_{total} = 2L_a$$

$$L_{total} = 4.1752543212 \frac{mHenry}{milla}$$

Se procede al cálculo de la reactancia inductiva de la línea a una frecuencia de operación de 60 Hz.

$$X_{LT} = j\omega L_{LT}$$

$$X_{LT} = j120L_{LT}$$

$$X_{LT} = 1.5365802 \Omega \text{ por línea}$$

Problema #11

Un conductor ACSR tiene un *RMG* de 0.0133m. Encuentre la reactancia inductiva de este conductor en Ohmios por kilómetro a 1 metros de separación.

Se tiene que se conoce el radio medio geométrico del conductor, $RMG = 0.0133m$, y que cuando opera esta línea posee una separación de 1 m entre sus conductores, en dicha situación se desea estimar el valor de la reactancia inductiva.

$$L_a = L_b = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{d}{RMG} \right)$$

$$L_a = L_b = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{1}{0.0133} \right)$$

$$L_a = L_b = 8.6399824 \times 10^{-7} \frac{\text{Henry}}{m}$$

Para el caso de la línea bifilar monofásica se tiene:

$$L_{LT} = L_a + L_b$$

$$L_{LT} = 2L_a$$

$$L_{LT} = 1.727996 \frac{\mu\text{Henry}}{m}$$

La reactancia inductiva por unidad de longitud de la línea a una frecuencia de operación de 60 Hz es:

$$X_{LT} = j\omega L_{LT}$$

$$X_{LT} = j120L_{LT}$$

$$X_{LT} = 0.65143933 \frac{\Omega}{Km}$$

Problema #12

Cual de los conductores de la Tabla A.1 del TEXTO Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia de William Stevenson tiene una reactancia inductiva de 0.681 Ohmios por milla a 7 pies de separación.

Se conoce que la reactancia inductiva es $X_L = 0.681 \Omega/\text{milla}$, para una separación de $d = 7$ pies, se desea conocer el código del conductor; con estos datos se persigue determinar el radio medio geométrico del mismo:

$$L_a = L_b = 0.7411 \log \left(\frac{d}{RMG} \right)$$

Se procede al despeje del radio Medio Geométrico:

$$\frac{L_a}{0.7411} = \log \left(\frac{d}{RMG} \right)$$

Aplicando exponencial con base diez en ambos miembros:

$$10^{\frac{L_a}{0.7411}} = \frac{d}{RMG}$$

Finalmente resulta:

$$RMG = \frac{d}{10^{\frac{L_a}{0.7411}}}$$

Por otra parte se conoce que la reactancia inductiva guarda una relación con la frecuencia de operación y la inductancia:

$$X_{LT} = \omega L_{LT}$$

$$L_{LT} = \frac{\omega}{X_{LT}}$$

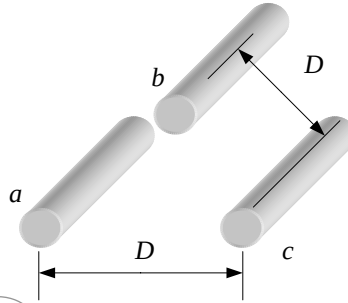
De modo que resulta fácil calcular la inductancia por unidad de longitud a 7 pies.

$$L_{LT} = \frac{120\pi}{0.681} \frac{\Omega}{\text{milla}}$$

$$L_{LT} = 1.8064 \frac{\text{mHenry}}{\text{milla}}$$

Problema #13

Los conductores de una línea trifásica están equilateralmente espaciados $D = 12$ pies. los conductores son ACSR *Oriole*. encuentre la inductancia por fase en milihenrios por milla.



En este caso los conductores empelados en la línea de transmisión, son trenzados y del tipo ACSR *Oriole*, por lo cual se debe buscar el radio medio geométrico en tablas.

$$RMG = 0.0255'$$

Como se trata de una configuración triángulo equilátero, se procede al cálculo de la distancia media geométrica DMG, entre los conductores de la línea:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ca}}$$

$$DMG = \sqrt[3]{d^3} = d$$

$$DMG = 12'$$

Luego se procede al calculo de la inductancia por fase a través de la ecuación:

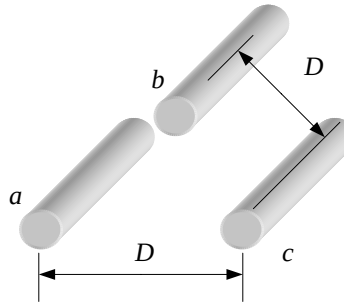
$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{12}{0.0255} \right)$$

$$L_{LT} = 1.980694 \frac{mHenry}{milla}$$

Problema #14

Una línea trifásica esta diseñada con espaciamento equilátero de 16 pies. Se decide construir la línea con espaciamento horizontal ($D_{13} = 2D_{12} = 2D_{23}$). Los conductores son transpuestos. ¿Cual es el espaciamento entre conductores adyacentes a fin de obtener una misma inductancia que el diseño original?



Para la disposición en triángulo equilátero, se procede al calculo de la distancia media geométrica.

$$DMG = \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ca}}$$

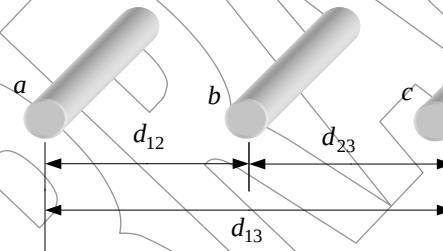
$$DMG = \sqrt[3]{d^3} = d$$

Si se asume conocido el radio medio geométrico de los conductores de la línea de transmisión en configuración triangular la inductancia resulta:

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

$$L_{TRIANGULO} = 0.7411 \log \left(\frac{d}{RMG} \right)$$

Ahora se procede al calculo para la disposición horizontal.



En este caso la distancia media geométrica queda dada por:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{13}}$$

donde se cumple:

$$d_{12} = d_{23} = d_h$$

$$d_{13} = 2d$$

$$DMG = \sqrt[3]{d_h \times d_h \times 2d_h} = d_h \sqrt[3]{2}$$

La inductancia de la línea en disposición horizontal queda dad por:

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

$$L_{HORIZONTAL} = 0.7411 \log \left(\frac{d_h \sqrt[3]{2}}{RMG} \right)$$

Para que las líneas de transmisión de ambas configuraciones posean la mismas inductancia entonces debe ocurrir que:

$$L_{HORIZONTAL} = L_{TRIANGULAR}$$

$$L_{TRIANGULO} = 0.7411 \log \left(\frac{d}{RMG} \right)$$

$$L_{HORIZONTAL} = 0.7411 \log \left(\frac{d_h \sqrt[3]{3}}{RMG} \right)$$

Igualando las expresiones anteriores resulta:

$$0.7411 \log \left(\frac{d_h \sqrt[3]{3}}{RMG} \right) = 0.7411 \log \left(\frac{d}{RMG} \right)$$

$$d = d_h \sqrt[3]{2}$$

$$d_h = \frac{d}{\sqrt[3]{2}}$$

Si se considera que la separación de los conductores en la disposición de triángulo equilátero es de $d = 16$ pies.

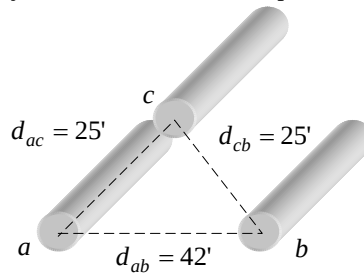
$$d_h = \frac{d}{\sqrt[3]{2}}$$

$$d_h = \frac{16}{\sqrt[3]{2}}$$

$$d_h = 12.6992'$$

Problema #15

Una línea de transmisión trifásica a 60 Hz tiene sus conductores distribuidos en una formación triangular tal que dos de las distancias entre sus conductores es de 25 pies y la tercera es de 42 pies. Los conductores son ACSR Hawk. Determine la inductancia y la reactancia inductiva por fase y por milla.



En esta línea los conductores son del tipo ACSR Hawk, que son compuestos de aluminio y acero en forma de alambres trenzados, en cuyo caso el radio medio geométrico viene dado por tablas.

$$RMG = 0.0289'$$

La línea de transmisión posee dispuesto sus conductores en los vértices de un triángulo que no es equilátero, de hecho es isósceles, por lo que se debe calcular la distancia media geométrica de la disposición.

$$DMG = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ca}}$$

$$DMG = \sqrt[3]{25 \times 25 \times 42}$$

$$DMG = \sqrt[3]{26250}$$

$$DMG = 29.71960976'$$

Ahora se procede al cálculo de la inductancia de la línea de transmisión.

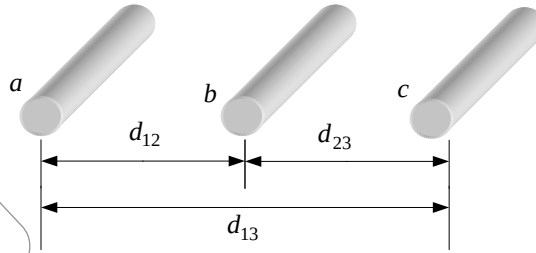
$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{29.7196}{0.0289} \right)$$

$$L_{LT} = 2.232300853 \frac{mHery}{milla}$$

Problema #16

Una línea trifásica de 60 Hz. tiene un amplio espaciamiento horizontal. Los conductores tienen un RMG de 0.0133m con 10m este conductores adyacentes. Determine la reactancia inductiva por fase en Ohmios por kilometro.



Los conductores empleados en la línea de transmisión, poseen un radio medio geométrico conocido:

$$RMG = 0.00133m$$

Como se trata de una configuración en disposición horizontal, se procede al cálculo de la distancia medio geométrica:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{13}}$$

donde se conoce:

$$d_{12} = d_{23} = d = 10m$$

$$d_{13} = 2d = 20m$$

sustituyendo se tiene:

$$DMG = \sqrt[3]{10 \times 10 \times 20}$$

$$DMG = \sqrt[3]{2000}$$

$$DMG = 15.5992105m$$

Luego se procede al cálculo de la inductancia por fase a través de la ecuación:

$$L_{LT} = 2 \times 10^{-7} \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

$$L_{LT} = 2 \times 10^{-7} \left(\frac{15.5992105}{0.0133} \right)$$

$$L_{LT} = 1.370725079 \times 10^{-6} \frac{\text{Henry}}{m}$$

Finalmente la reactancia inductiva de la línea de transmisión resulta:

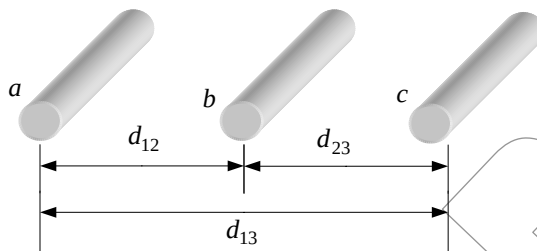
$$X_{LT} = \omega L_{LT}$$

$$X_{LT} = 120 L_{LT}$$

$$X_{LT} = 0.5167511806 \frac{\Omega}{Km}$$

Problema #17

Una línea de transmisión de corriente alterna a 60 Hz trifásica, esta compuesto por un conductor ACSR *Falcon* por fase con espaciamento horizontal de 36 pies entre conductores adyacentes, compare la reactancia inductiva en Ohmios por milla y por fase de esta línea con la de una línea que usa un grupo de conductores ACSR 26/7 que tiene la misma sección de aluminio transversal a la del conductor simple separado 36 pies del centro de los grupos. El espaciamento entre los grupos es de 16 pulgadas.



Inicialmente se tiene que se trata de una línea de transmisión en alterna, trifásica en disposición horizontal, en la que el conductor de fase es del tipo ACSR *Falcon* 26/7. De tablas de fabricantes se obtiene que el radio medio geométrico es:

$$RMG = 0.0373'$$

Se procede al calculo de la distancia media geométrica (DMG) de la disposición:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{13}}$$

donde:

$$d_{12} = d_{23} = d = 36'$$

$$d_{13} = 2d = 72'$$

Sustituyendo resulta:

$$DMG = \sqrt[3]{36 \times 36 \times 72}$$

$$DMG = 45.3571578'$$

Se procede al calculo de la inductancia por fase por medio de la siguiente ecuación:

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{45.35715}{0.0373} \right)$$

$$L_{LT} = 2.288246811 \frac{mHenry}{milla}$$

La reactancia inductiva de la línea de transmisión es entonces:

$$X_{LT} = \omega L_{LT}$$

$$X_{LT} = 120 L_{LT}$$

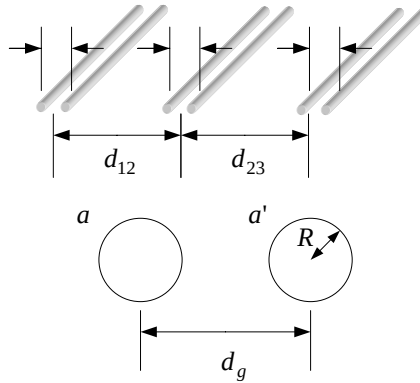
$$X_{LT} = 0.8618947423 \frac{\Omega}{Km}$$

La línea de transmisión con la cual se desea comparar la reactancia inductiva antes calculada, es una línea que consta de dos conductores trenzados por fase del tipo ACSR 26/7, pero que posee la misma sección de aluminio del *Falcon*, de 1590 mcm.

Entonces el conductor ACSR 26/7 que tiene la sección de aluminio de 1590/2 795 mcm resulta ser el ACSR *Drake*, cuyo radio medio geométrico resulta ser:

$$RMG = D_s = 0.0373'$$

Ahora se procede al cálculo del radio medio geométrico del grupo (D_s^b) de dos conductores por fase:



Se procede a aplicar la definición de radio medio geométrico para el grupo de dos conductores:

$$D_s^b = \sqrt[4]{d_{aa'} d_{aa} d_{a'a'} d_{aa}}$$

Se conoce que:

$$d_{aa'} = d_{a'a} = d_g 1.333'$$

$$d_{aa} = d_{a'a'} = RMG = D_s = 0.0373'$$

$$D_s^b = \sqrt[2]{d_{aa'} d_{aa}}$$

$$D_s^b = \sqrt{0.0373 \times 1.333}$$

$$D_s^b = 0.2230096712'$$

Ahora se procede al calculo de la distancia media geométrica entre los grupos de conductores:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12} d_{23} d_{13}}$$

donde se cumple:

$$d_{12} = d_{23} = d = 36'$$

$$d_{13} = 2d = 72'$$

Sustituyendo resulta:

$$DMG = \sqrt[3]{36 \times 36 \times 72}$$

$$DMG = 45.3571578'$$

La inductancia por fase para la nueva línea de transmisión resulta ser:

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{45.35715}{0.2230096712} \right)$$

$$L_{LT} = 1.710697479 \frac{mHenry}{milla}$$

La reactancia inductiva de la línea de transmisión es entonces:

$$X_{LT} = \omega L_{LT}$$

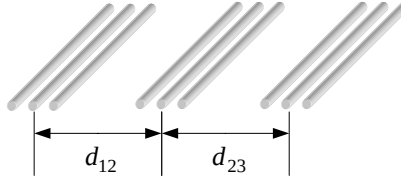
$$X_{LT} = 120 L_{LT}$$

$$X_{LT} = 0.644917759 \frac{\Omega}{Km}$$

Notase el hecho de que utilizar varios conductores en haz por fase lo que hace es disminuir la reactancia inductiva por unidad de longitud de la línea de transmisión

Problema #18

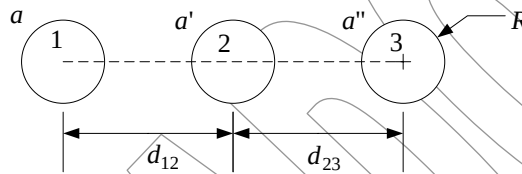
Calcule la reactancia inductiva en Ohmios por milla de un grupo trifásico a 60 Hz, que tiene tres conductores ACSR Rail por grupo con 18 pulgadas entre conductores del grupo. El espaciamiento entre los centros de grupo es de 30,30 y 60 pies.



La línea de transmisión en estudio consta de tres conductores por fase ACSR Rail, cuyo radio medio geométrico se obtiene de tablas:

$$RMG = 0.0386'$$

Ahora se procede al cálculo del radio medio geométrico del grupo de tres conductores:



$$D_s^b = \sqrt[9]{d_{11}d_{12}d_{13}d_{21}d_{22}d_{23}d_{31}d_{32}d_{33}}$$

donde se cumple en este caso que:

$$d_{12} = d_{23} = 18'$$

$$d_{13} = 36'$$

Simplificando resulta:

$$D_s^b = \sqrt[9]{D_s^3 4d^6}$$

$$D_s^b = 0.51597181'$$

Ahora se procede a determinar la distancia media geométrica entre los grupos:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{13}}$$

donde se cumple:

$$d_{12} = d_{23} = d = 30'$$

$$d_{13} = 2d = 60'$$

Sustituyendo resulta:

$$DMG = \sqrt[3]{30 \times 30 \times 60} = \sqrt[3]{54000}$$

$$DMG = 37.7976315'$$

Ahora se procede al cálculo de la inductancia por fase:

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{DMG}{RMG} \right)$$

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{37.7976315}{0.51597181} \right)$$

$$L_{LT} = 1.381642023 \frac{mHenry}{milla}$$

La reactancia inductiva de la línea de transmisión es entonces:

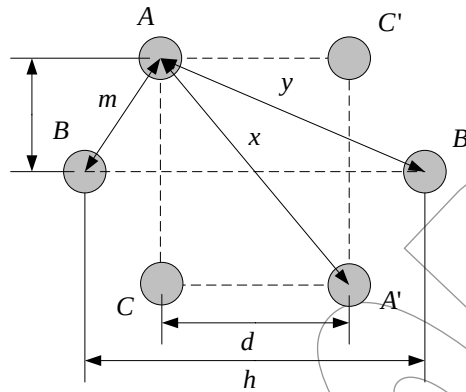
$$X_{LT} = \omega L_{LT}$$

$$X_{LT} = 120 L_{LT}$$

$$X_{LT} = 0.5208667715 \frac{\Omega}{Km}$$

Problema #19

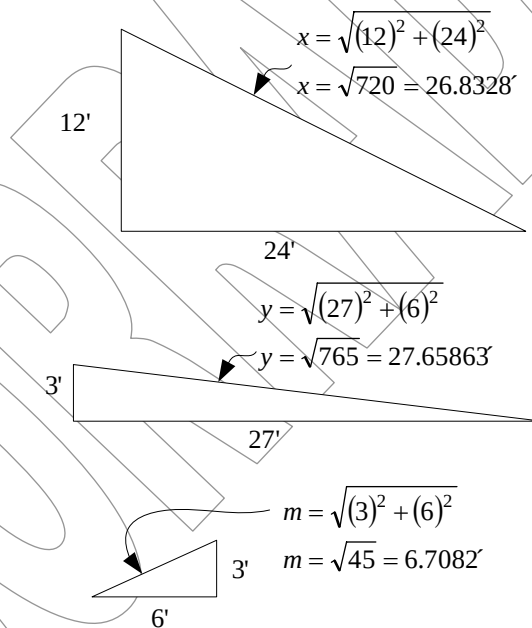
Seis conductores ACSR *Dave* a 60 Hz constituyen una línea doble circuito trifásica dispuesta como se muestra en la figura anexa. El espaciamiento vertical es de 12 pies, la distancia horizontal mayor es de 30 pies y las distancias horizontales mas corta es de 24 pies. Determinar la inductancia por fase y por milla y la reactancia inductiva en Ohmios por milla.



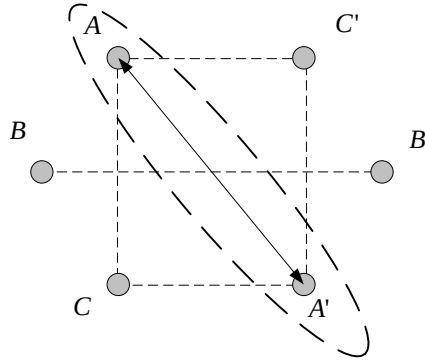
Esta línea de transmisión consta de dos circuitos trifásicos dispuestos sobre una misma estructura. Los conductores de las fases son del tipo ACSR *Dave*, cuyo radio medio geométrico se obtiene de tablas:

$$RMG = 0.0314'$$

Se procede al calculo de las distancias respectivas:



Una vez que ha sido las distancias pertinentes se procede al calculo de las distancias medias geométricas. Primeramente cada fase se trabaja, como si se tratara de un haz de dos conductores.



donde se cumple:

$$D_{sFaseA}^b = \sqrt[4]{d_{AA}d_{AA'}d_{A'A}d_{A'A'}}$$

$$d_{AA} = d_{A'A'} = D_s = RMG$$

$$d_{A'A} = d_{AA'} = x$$

sustituyendo resulta:

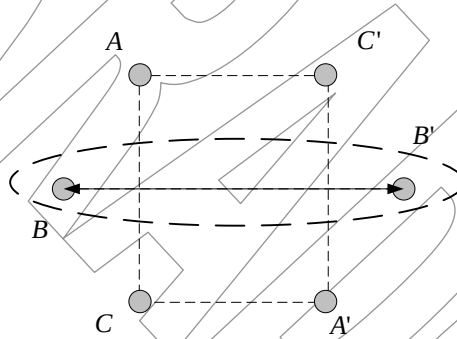
$$D_{sFaseA}^b = \sqrt[4]{(d_{AA})^2(D_s)^2}$$

$$D_{sFaseA}^b = \sqrt{d_{AA}D_s}$$

$$D_{sFaseA}^b = \sqrt{26.83281 \times 0.0314}$$

$$D_{sFaseA}^b = 0.91785'$$

Para la fase B, se tiene:



donde se cumple:

$$D_{sFaseB}^b = \sqrt[4]{d_{BB}d_{BB'}d_{B'B}d_{B'B'}}$$

$$d_{BB} = d_{B'B'} = D_s = RMG$$

$$d_{B'B} = d_{BB'} = h$$

sustituyendo resulta:

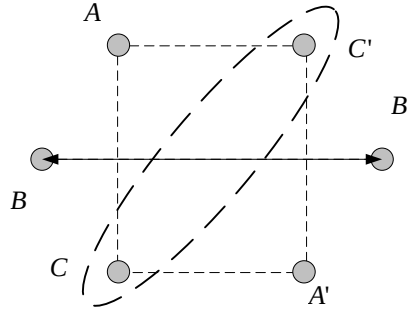
$$D_{sFaseB}^b = \sqrt[4]{(d_{BB})^2(D_s)^2}$$

$$D_{sFaseB}^b = \sqrt{d_{BB}D_s}$$

$$D_{sFaseB}^b = \sqrt{30 \times 0.0314}$$

$$D_{sFaseB}^b = 0.970568447'$$

En el caso de la fase C, es semejante por la simetría de la línea a la fase A.



donde se cumple:

$$D_{sFaseC}^b = \sqrt[4]{d_{CC}d_{CC'}d_{C'C}d_{C'C'}}$$

$$d_{CC} = d_{C'C'} = D_s = RMG$$

$$d_{C'C} = d_{CC'} = x$$

sustituyendo resulta:

$$D_{sFaseC}^b = \sqrt[4]{(d_{CC})^2(D_s)^2}$$

$$D_{sFaseC}^b = \sqrt{d_{CC}D_s}$$

$$D_{sFaseC}^b = \sqrt{26.83281 \times 0.0314}$$

$$D_{sFaseC}^b = 0.91785'$$

Un vez que han sido calculados todas las distancias medias entre conductores de la misma fase, se procede al calculo de la distancia media geométrica entre los grupos de la fase:

$$D_{Fase}^b = \sqrt[3]{D_{sFaseA}^b D_{sFaseB}^b D_{sFaseC}^b}$$

Sustituyendo resulta:

$$D_{Fase}^b = \sqrt[3]{0.91785 \times 0.91785 \times 0.970566}$$

$$D_{Fase}^b = 0.935095'$$

Ahora se procede al calculo de la distancia media geométrica entre las fase AB, BC y CA.

$$D_{eqAB} = \sqrt[4]{d_{AB}d_{A'B}d_{AB'}d_{A'B'}}$$

sustituyendo se tiene:

$$D_{eqAB} = \sqrt{my}$$

$$D_{eqAB} = 13.61916'$$

De modo similar:

$$D_{eqAB} = \sqrt[4]{d_{AB}d_{A'B}d_{AB'}d_{A'B'}}$$

sustituyendo se tiene:

$$D_{eqBC} = \sqrt{my}$$

$$D_{eqBC} = 13.61916'$$

y por último:

$$D_{eqAB} = \sqrt[4]{d_{AB}d_{A'B}d_{AB'}d_{A'B'}}$$

sustituyendo se tiene:

$$D_{eqAC} = \sqrt{hd}$$

$$D_{eqAC} = 16.9705'$$

Finalmente se calcula la distancia media geométrica entre las fases:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{eqAB} D_{eqBC} D_{eqAC}}$$

Sustituyendo resulta:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{13.61916 \times 13.61916}$$

$$D_{eq} = 14.659'$$

Finalmente se calcula la inductancia total de la línea:

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{D_{ed}}{D_{Fases}^b} \right)$$

$$L_{LT} = 0.7411 \log \left(\frac{14.659}{0.9350} \right)$$

$$L_{LT} = 0.891730 \frac{mHenry}{milla}$$

Impedancia Serie de Líneas de Transmisión

Problema #1

Partiendo de la información contenida en las tablas de características eléctricas de conductores. Determine la resistencia en Ω/km , del conductor AAC 500 mcm, 19 hilos, para las siguientes temperaturas: (a) 30°C , (a) 60°C , (a) 90°C .

Problema #2

Partiendo de la información contenida en las tablas de características eléctricas de conductores. Determine la resistencia en Ω/km , del conductor AAC 1591 mcm *Coropsis*, 61 hilos, para las siguientes temperaturas: (a) 30°C , (a) 60°C , (a) 90°C .

Problema #3

Determine la temperatura T_0 de resistencia nula, para los siguientes conductores: (a) 900 mcm, ACSR 57/7, (b) 900 mcm AAC 37 hilos, (c) 900 mcm AAAC/6201 37 hilos, (d) 927 mcm ACAR 30/7.

Problema #4

Determine la temperatura T_0 de resistencia nula, para los siguientes conductores: (a) 477 mcm, ACSR 24/7, (b) 477 mcm AAC 37 hilos, (c) 400 mcm AAAC/6201 19 hilos, (d) 504 mcm ACAR 15/4.

Problema #5

Para los conductores del Problema #3, determine los valores del coeficiente térmico de la resistencia.

Problema #6

Para los conductores del Problema #3, determine los valores del coeficiente térmico de la resistencia.

Problema #7

Considere un conductor cilíndrico sólido de aluminio, el cual posee un calibre de 1000 mcm. Por este conductor circula una corriente alterna de 1 Ampere, a 60 Hz. Determine: (a) La función densidad de corriente, (b) la impedancia interna por unidad de longitud, (c) la relación R_{ac}/R_{dc} .

Problema #8

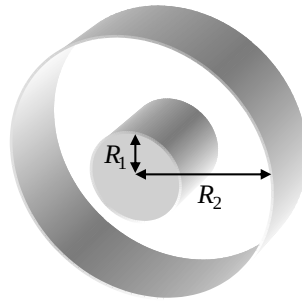
Repetir el Problema #7, considerando una frecuencia de 100 kHz.

Problema #9

Repetir el Problema #7, considerando que la sección transversal del conductor tiene un calibre de 100 mcm.

Problema #10

Considere que se tiene un conductor cilíndrico compuesto por dos capas coaxiales de diferentes materiales. Las resistividades de los materiales son ρ_1 y ρ_2 , con radios R_1 y R_2 respectivamente, tales que se cumple que $R_1 < R_2$. Formular las ecuaciones diferenciales que gobiernan la función vectorial de la densidad de corriente para dicho conductor.

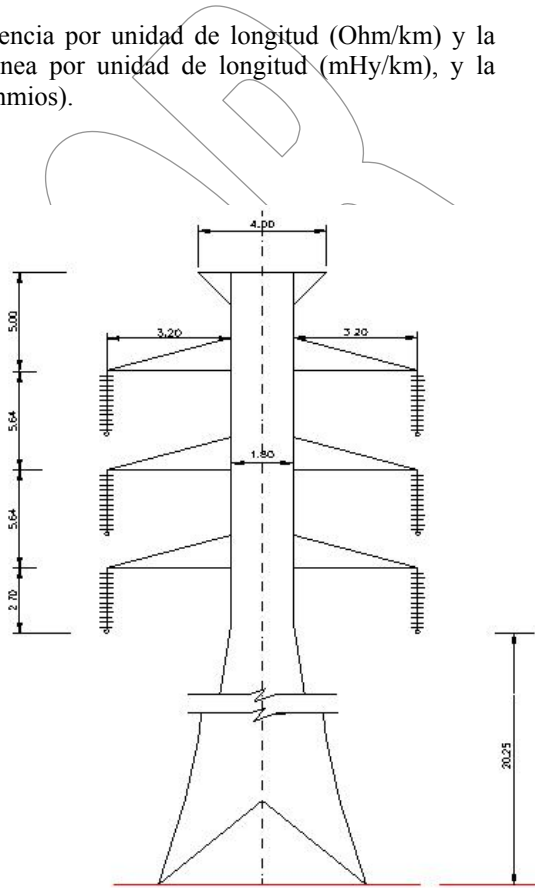


Impedancia Serie de Líneas de Transmisión

Para cada una de las líneas mostradas, determine la resistencia por unidad de longitud (Ohm/km) y la resistencia total (Ohmios), además de la inductancia de la línea por unidad de longitud (mHy/km), y la reactancia se secuencia positiva (X^+ en Ohmios/km y total en Ohmios).

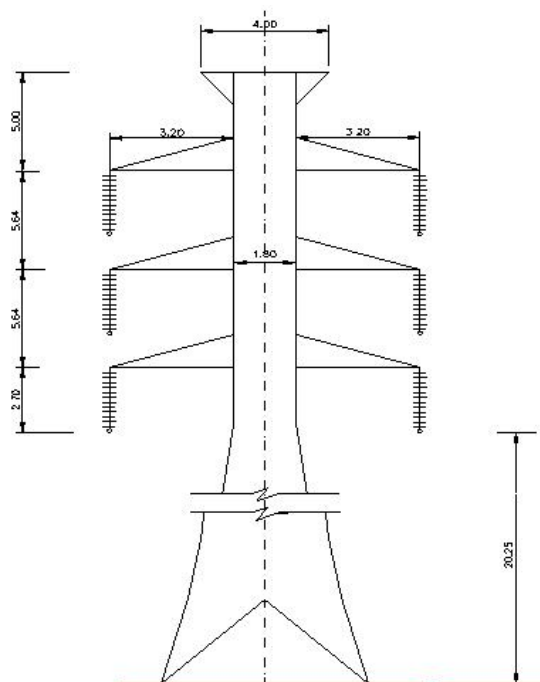
Problema #1: San Diego-La Arenosa

CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	CARABOBO
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	37 km
Nº DE CIRCUITOS:	2
Nº DE CONDUCTORES:	6
Nº CABLES DE GUARDA:	2
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	VERTICAL - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	14,8 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	ACAR 500 MCM (18/19)
LÍNEA TRANSPUESTA	NO



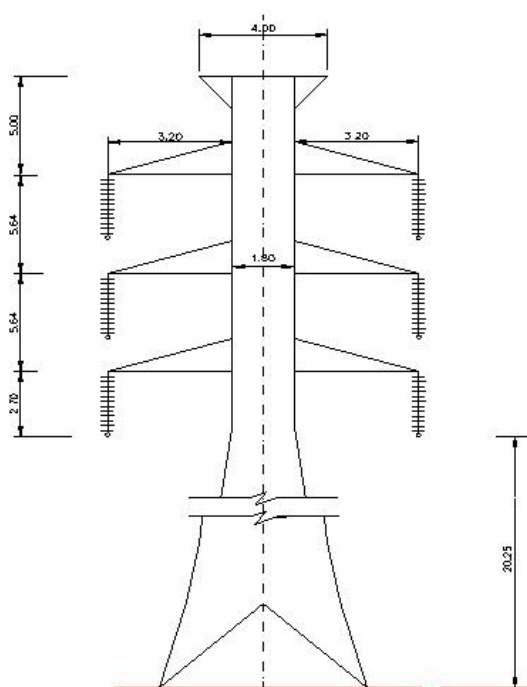
Problema #2: La Horqueta-Aragua

CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	ARAGUA
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	31,3 km
N° DE CIRCUITOS:	2
N° DE CONDUCTORES:	6
N° CABLES DE GUARDA:	2
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	VERTICAL - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	14,8 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	ACSR 795 MCM (26/7)
LÍNEA TRANSPUESTA	SI



Problema #3: La Arenosa-Aragua

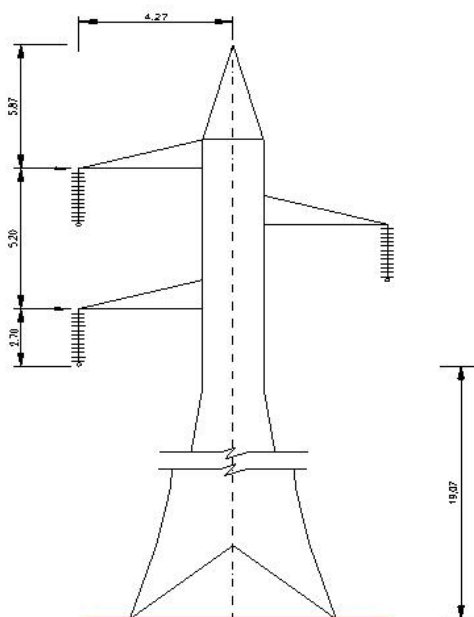
CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	ARAGUA
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	81 km
N° DE CIRCUITOS:	2
N° DE CONDUCTORES:	6
N° CABLES DE GUARDA:	2
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	VERTICAL - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	14,8 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	ACSR 795 MCM (26/7)
LÍNEA TRANSPUESTA	SI



Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento sin autorización del autor.
Derechos Reservados de Autor. Copyright © 2007

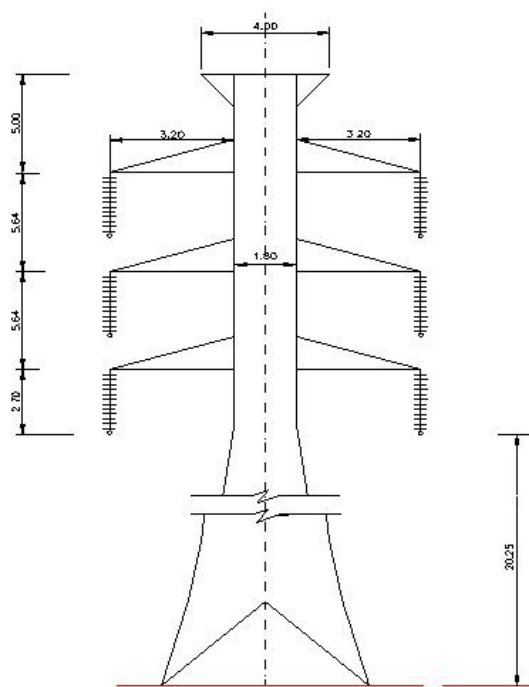
Problema #4: Cabudare-La Arenosa

CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	LARA - ARAGUA
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	134 km
N° DE CIRCUITOS:	1
N° DE CONDUCTORES:	3
N° CABLES DE GUARDA:	1
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	TRIANGULAR - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	14,4 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	AAAC 927,2 MCM (37 HILOS)
LÍNEA TRANSPUESTA	SI



Problema #5: Ezequiel Zamora-San Juan de los Morros

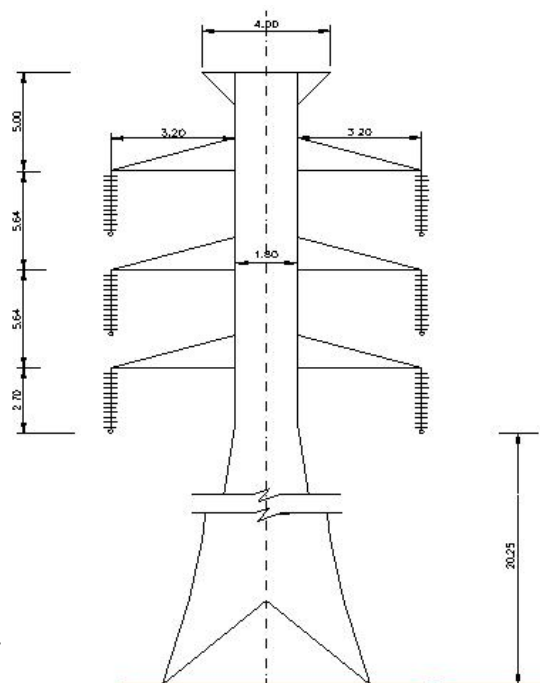
CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	GUARICO
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	135 km
N° DE CIRCUITOS:	2
N° DE CONDUCTORES:	6
N° CABLES DE GUARDA:	2
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	30 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	VERTICAL - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	13,8 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	ACAR 1100 MCM (18/19)
LÍNEA TRANSPUESTA	SI



Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento sin autorización del autor.
Derechos Reservados de Autor. Copyright © 2007

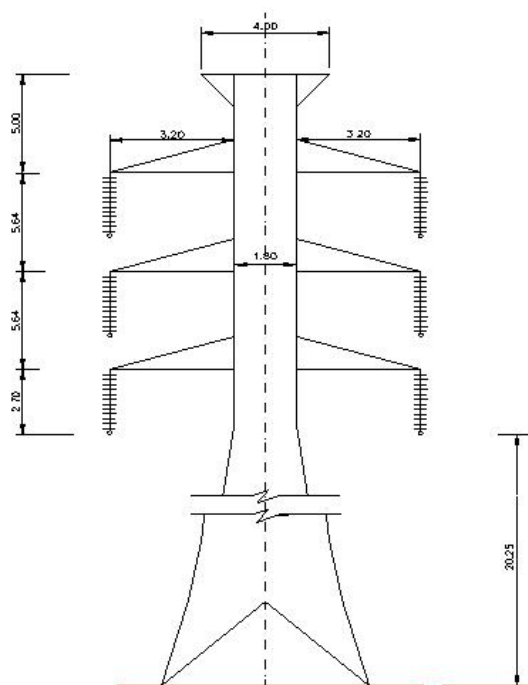
Problema #6: La Horqueta-Calabozo

CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	ARAGUA - GUARICO
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	152 km
N° DE CIRCUITOS:	2
N° DE CONDUCTORES:	6
N° CABLES DE GUARDA:	2
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	VERTICAL - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	14,8 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	ACAR 1100 MCM (18/19)
LÍNEA TRANSPUESTA	SI



Problema #7: San Diego-Cana de Azucar

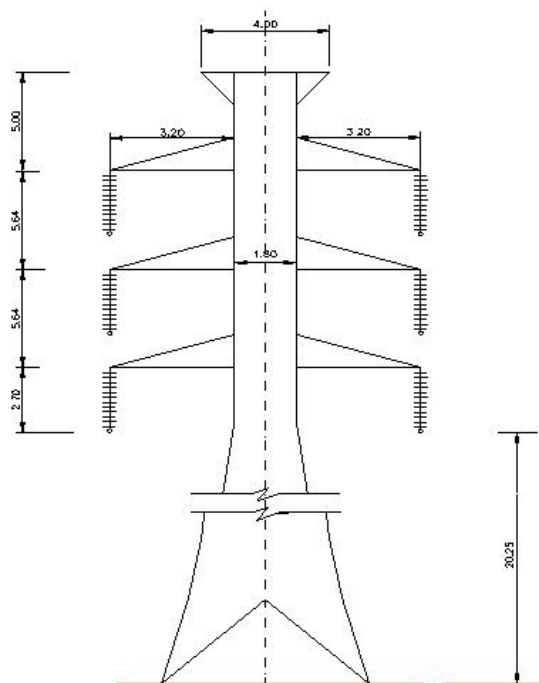
CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	CARABOBO - ARAGUA
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	43 km
N° DE CIRCUITOS:	2
N° DE CONDUCTORES:	6
N° CABLES DE GUARDA:	2
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	VERTICAL - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	14,8 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	ACAR 500 MCM (18/19)
LÍNEA TRANSPUESTA	NO



Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento sin autorización del autor.
Derechos Reservados de Autor. Copyright © 2007

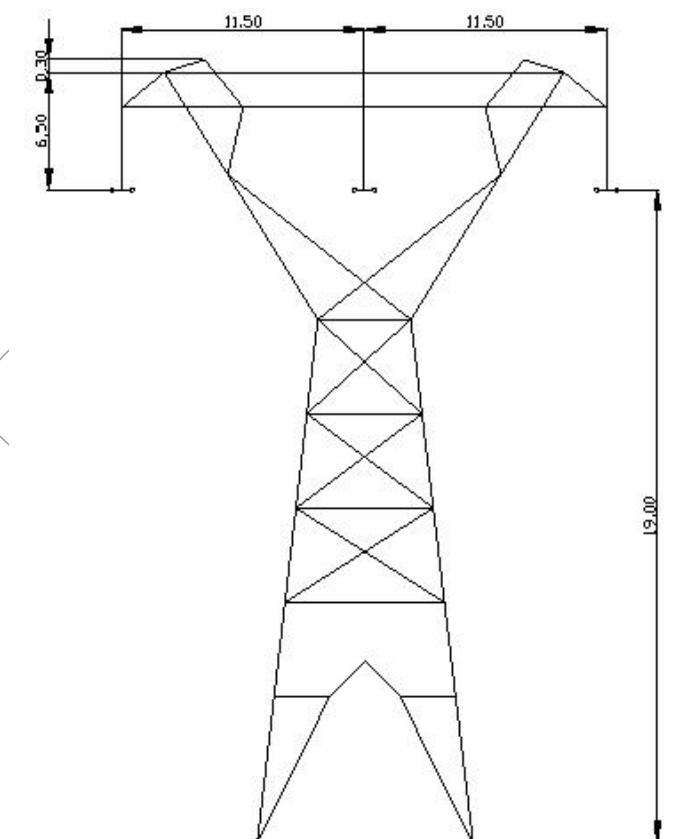
Problema #8: Yaracuy-Acarigua II

CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	YARACUY - PORTUGUESA
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	52 km
N° DE CIRCUITOS:	2
N° DE CONDUCTORES:	6
N° CABLES DE GUARDA:	2
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	VERTICAL - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	13,8 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	ACAR 1000 MCM (18/19)
LÍNEA TRANSPUESTA	SI



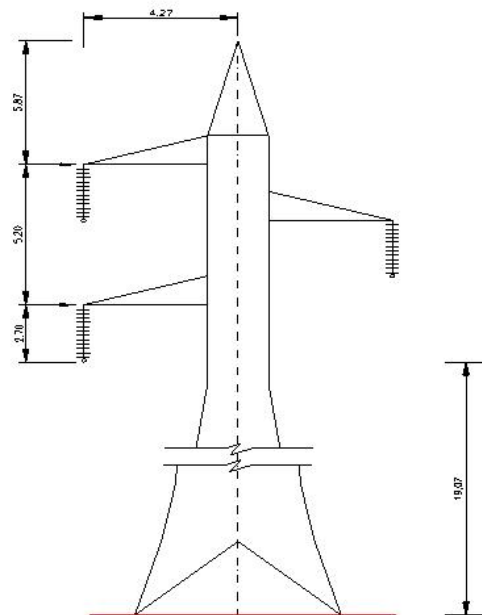
Problema #9: La Horqueta-La Arenosa “B”

CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	CARABOBO
TENSIÓN:	400 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	68 km
Nº DE CIRCUITOS:	1
Nº DE CONDUCTORES:	6
Nº CABLES DE GUARDA:	2
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	HORIZONTAL - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	14,3 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	ACAR 1100 MCM (18/19)
LÍNEA TRANSPUESTA	NO



Problema #10: Santa Teresa-Aragua

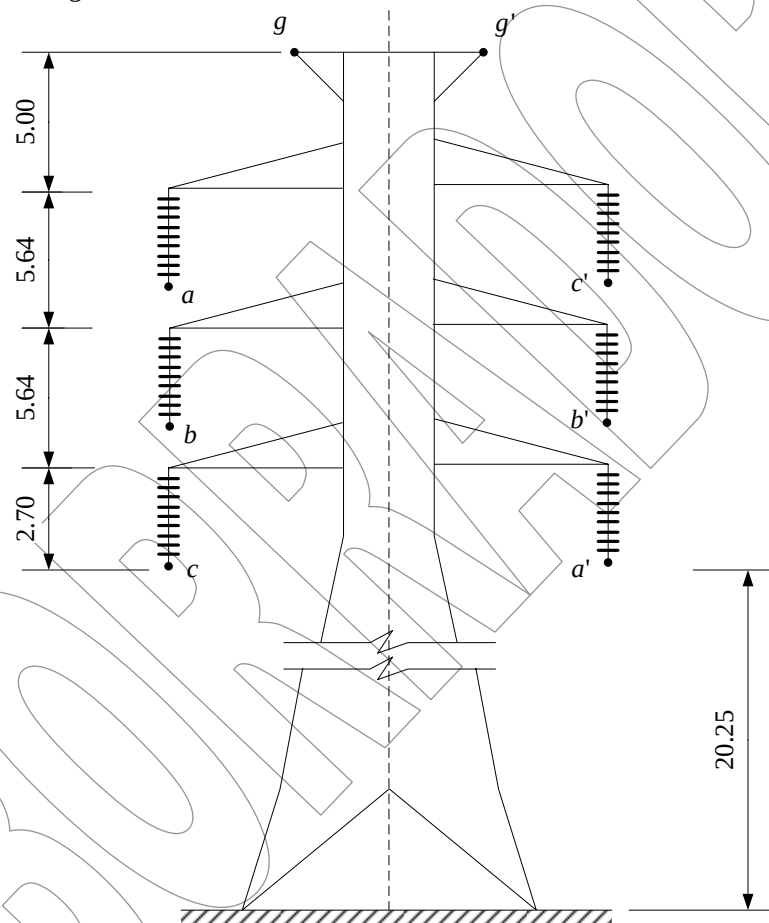
CARACTERISTICAS GENERALES	
ESTADO:	1
TENSIÓN:	230 kV
FRECUENCIA:	60 Hz
LONGITUD:	102 km
N° DE CIRCUITOS:	1
N° DE CONDUCTORES:	3
N° CABLES DE GUARDA:	1
RESISTIVIDAD APARENTE DEL TERRENO :	100 Ω .m
TIPO Y CONFIGURACIÓN DE LA TORRE:	TRIANGULAR - CELOSIA
ALTURA MÍNIMA EFECTIVA:	14,4 mts
CABLE DE GUARDA:	ACERO GALVANIZADO
CONDUCTOR DE POTENCIA:	AAAC 927,2 MCM (37 HILOS)
LÍNEA TRANSPUESTA	SI



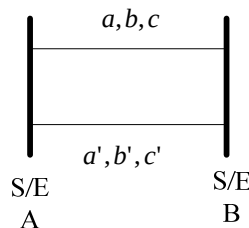
Impedancia Serie de Líneas de Transmisión

Problema #1: Línea Doble Circuito

Considere la siguiente línea sobre circuito a 230 kV, cuyas distancias características principales son mostradas en la siguiente Figura.



Esta línea sobre circuito sobre la misma torre es empleada para unir dos subestaciones denotadas como A y B.

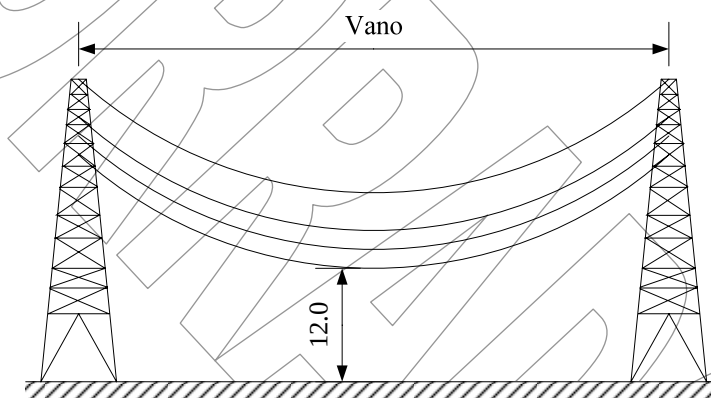


Las características generales de los conductores son mostradas en la Tabla siguiente.

Características Generales

Longitud: 153 km	Frecuencia: 60 Hz
Tensión: 230 kV	No. De torres:
No. de circuitos trifásicos: 1	
No. de conductores por fase: 1	
No. de conductores de guarda: 2	
Capacidad termica (normal):	
Capacidad termica (emergencia):	
Resistividad Promedio del Terreno: 100 Ω -m	
Tipo de Torre: Estructura Metálica	
Altura mínima del conductor (Y_{min}): 14.8 m	
Sima Promedio (S_{prom}):	
Conductor de Guarda: Acero Galvanizado 3/8" HS	
Transpuesta: No	
Conductores de Potencia:	
1x500 mcm ACAR 18/19	

Determinar las impedancias serie de secuencia positiva con los dos circuitos eléctricamente en paralelo.



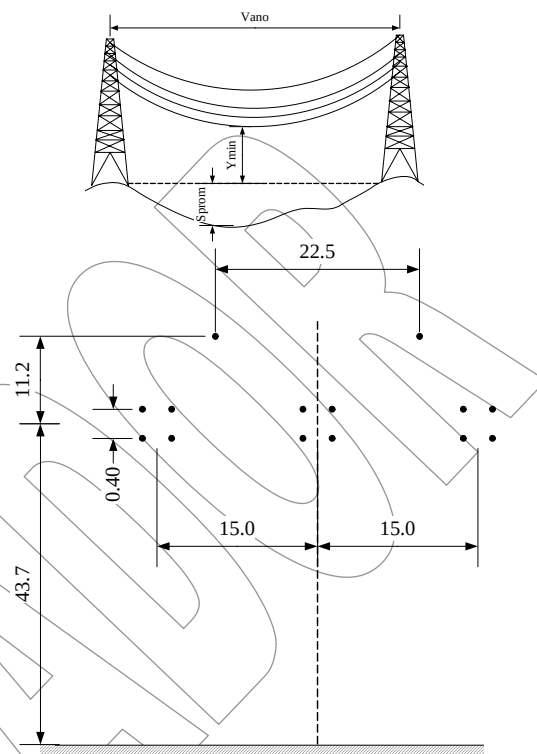
Problema #2:

Dada la línea de transmisión con la configuración y datos dados, proceda a determinar la impedancia seria de secuencia positiva.

Guri-Malena 1 y 2

Características Generales

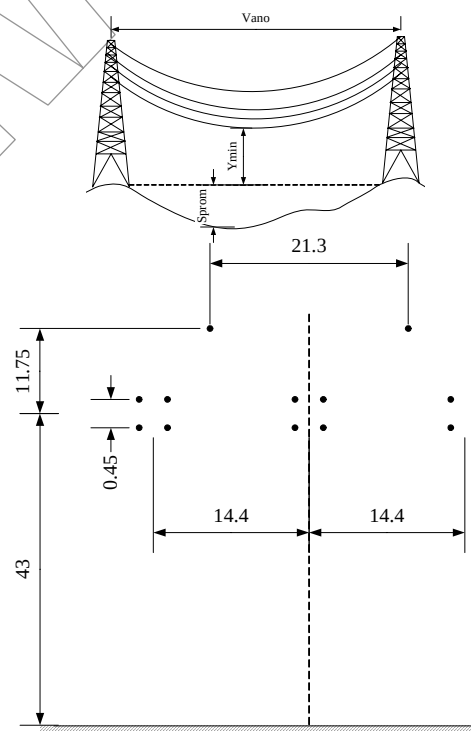
Longitud: 153 km
Tensión: 765 kV No. De torres: 325
No. de circuitos trifásicos: 1
No. de conductores por fase: 4
No. de conductores de guarda: 2
Capacidad termica (normal): 5189 MVA
Capacidad termica (emergencia) 6652 MVA
Resistividad Promedio del Terreno: 1000 Ω -m
Tipo de Torre: Estructura Metálica
Altura mínima del conductor (Y_{min}): 15m
Sima Promedio (Sprom):
Conductor de Guarda: Allumoweld 7#8
Transpuesta: Si
Conductores de Potencia:
4x1300 mcm ACAR 18/19



Guri-Malena 3

Características Generales

Longitud: 153 km
Tensión: 765 kV No. De torres: 325
No. de circuitos trifásicos: 1
No. de conductores por fase: 4
No. de conductores de guarda: 2
Capacidad termica (normal): 5189 MVA
Capacidad termica (emergencia) 6652 MVA
Resistividad Promedio del Terreno: 1000 Ω -m
Tipo de Torre: Estructura Metálica
Altura mínima del conductor (Y_{min}): 15m
Sima Promedio (Sprom):
Conductor de Guarda: Allumoweld 7#8
Transpuesta: Si
Conductores de Potencia:
4x1300 mcm ACAR 18/19

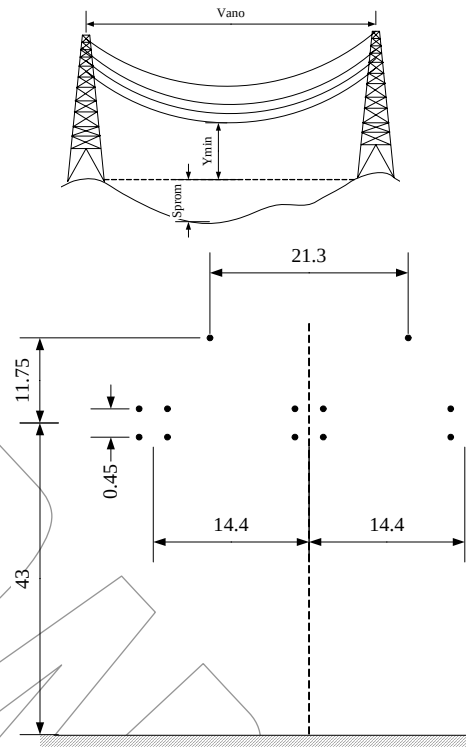


Problema #3:

Dada la línea de transmisión con la configuración y datos dados, proceda a determinar la impedancia serie de secuencia positiva.

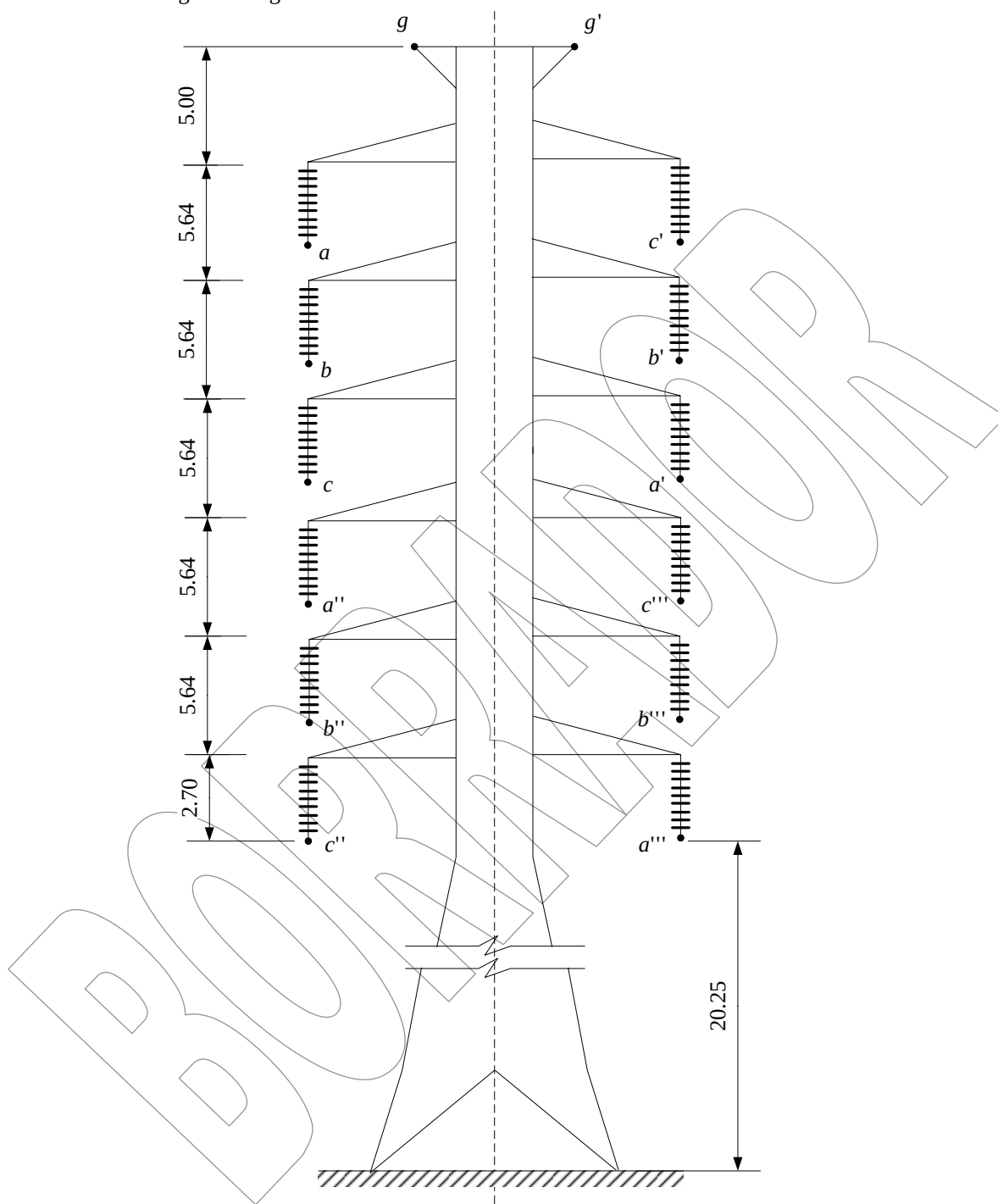
La Horqueta-La Arenosa**Características Generales**

Longitud: 65 km	Frecuencia: 60 Hz
Tensión: 765 kV	Nº. De torres:
No. de circuitos trifásicos: 1	
No. de conductores por fase: 4	
No. de conductores de guarda: 2	
Capacidad termica (normal): 5189 MVA	
Capacidad termica (emergencia) 6652 MVA	
Resistividad Promedio del Terreno: 1000 Ω -m	
Tipo de Torre: Estructura Metálica	
Altura mínima del conductor (Y_{min}): 13.2 m	
Sima Promedio (S_{prom}): 0m	
Conductor de Guarda: Allumoweld 7#8	
Transpuesta: Sí	
Conductores de Potencia:	
4x1300 mcm ACAR 18/19	



Problema #4: Línea Cuadruple Circuito

Considere la siguiente línea sobre circuito a 230 kV, cuyas distancias características principales son mostradas en la siguiente Figura.



Supongase que los cuatro circuitos parte de una misma subestación (extremo de envío) y el extremo de recepción corresponde a una misma subestación, de modo que los circuitos se encuentran eléctricamente en paralelo.

Características Generales

Longitud: 10 km	Frecuencia: 60 Hz
Tensión: 115 kV	No. De torres:
No. de circuitos trifásicos: 4	
No. de conductores por fase: 1	
No. de conductores de guarda: 2	
Capacidad termica (normal):	
Capacidad termica (emergencia):	
Resistividad Promedio del Terreno: 1000 Ω -m	
Tipo de Torre: Estructura Metálica	
Altura mínima del conductor (Y_{min}): 14.8 m	
Sima Promedio (S_{prom}):	
Conductor de Guarda: Acero Galvanizado 3/8" HS	
Transpuesta: No	
Conductores de Potencia:	
1x500 mcm ACAR 18/19	

Para el sistema de transmisión mostrado determine la impedancia serie de secuencia positiva.

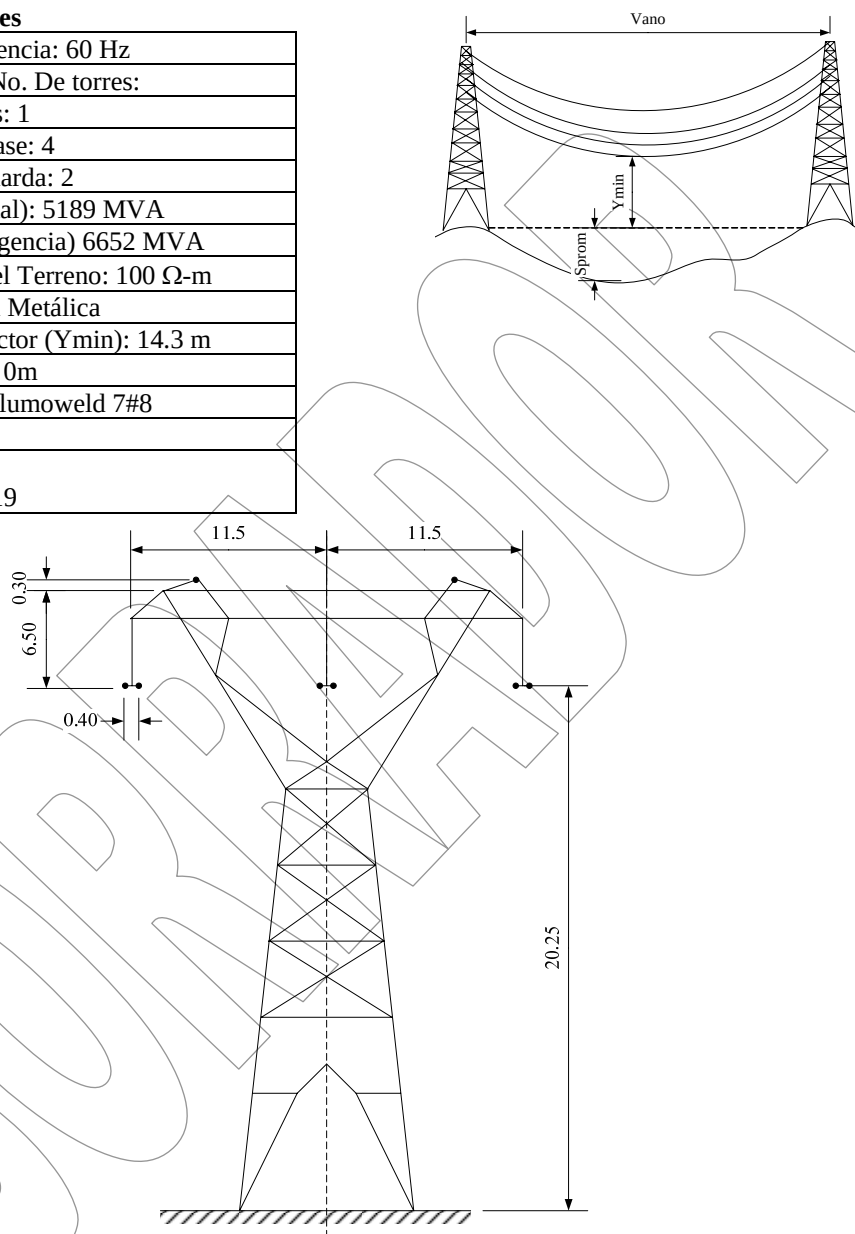
Problema #5:

Considere la siguiente línea a 400 kV, cuyas distancias características principales son mostradas en la siguiente Figura.

La Arenosa-Planta Centro

Características Generales

Longitud: 65 km	Frecuencia: 60 Hz
Tensión: 400 kV	No. De torres:
No. de circuitos trifásicos: 1	
No. de conductores por fase: 4	
No. de conductores de guarda: 2	
Capacidad termica (normal): 5189 MVA	
Capacidad termica (emergencia) 6652 MVA	
Resistividad Promedio del Terreno: 100 Ω -m	
Tipo de Torre: Estructura Metálica	
Altura mínima del conductor (Y_{min}): 14.3 m	
Sima Promedio (S_{prom}): 0m	
Conductor de Guarda: Allumoweld 7#8	
Transpuesta: Si	
Conductores de Potencia:	
2x1100 mcm ACAR 18/19	



Parámetro Capacitivo en Líneas de Transmisión

Problema #1

Una línea de transmisión trifásica tiene un espaciamiento horizontal plano con 2m entre conductores adyacentes. En cierto instante, en uno de los conductores externos la carga es $60 \mu\text{C}/\text{km}$, mientras que la carga en el conductor central y en el conductor del otro extremo la carga es de $-30 \mu\text{C}/\text{km}$. El radio de cada conductor es de 0.8 cm. Desprecie el efecto del suelo, y encuentre la caída de voltaje entre los conductores que están cargados idénticamente en el instante especificado.

Problema #2

La reactancia capacitiva al neutro de un conductor sólido a 60 Hz que forma una línea monofásica con 5 pies de espaciamiento, es de 196.1 k Ω -milla. ¿Qué valor de reactancia debería especificarse en una tabla que enlistará la reactancia capacitiva al neutro en ohmios por milla de un conductor a un pie de espaciamiento para 25 hz. ¿Cuál es el área de la sección transversal del conductor en circular mils?

Problema #3

Encontrar la susceptancia capacitiva por milla de una línea monofásica que opera a 50 Hz. El conductor es *Partridge* y el espaciamiento es de 10 pies entre centros de conductores.

Problema #4

Utilice la ecuación de la capacitancia al neutro (en $\mu\text{F}/\text{km}$) de una línea de transmisión trifásica con 3 conductores ACSR del tipo *Carnival* que estén equilateralmente con 20 pies de separación. ¿Cuál es la corriente de carga de la línea (en A/km) a 60 hz y 100 kV de línea a línea?.

$$\text{Ecuación: } C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} \quad [\text{F/m}] \text{ al neutro } k = \text{permitividad eléctrica del medio.}$$

Problema #5

Una línea de transmisión trifásica de 60 hz tiene conductores arreglados en la forma de un triángulo, de manera que dos de sus distancias entre conductores son de 25 pies, y la tercera es de 42 pies. Los conductores son del tipo ACSR *Oprey*. Determine la capacitancia al neutro en microfaradios por milla y la reactancia capacitiva al neutro en ohmios-milla. Encuentre la capacitancia al neutro y la reactancia capacitiva de la línea si tiene una longitud de 150 millas.

Problema #6

Una línea de transmisión trifásica de 60 Hz tiene un espaciamiento en el plano horizontal. Los conductores tienen un diámetro externo de 3.28 cm con 12m entre conductores adyacentes. Determine la reactancia capacitiva al neutro en Ohmios-m, y la reactancia capacitiva si la longitud es de 120 millas.

Problema #7

(a) Encuentre una ecuación para la capacitancia al neutro, en Faradios por metro, de una línea monofásica tomando en cuenta el efecto del suelo. Use la misma nomenclatura de la ecuación desarrollada para la capacitancia de líneas trifásicas donde el efecto del suelo se representa por cargas imagen.

(b) Mediante la ecuación desarrollada, calcule la capacitancia al neutro en faradios por metro de una línea monofásica compuesta de dos conductores sólidos de sección circular, cada una con un diámetro de 0.229 pulgadas. Los conductores están separados 10 pies, y se encuentran a 25 pies sobre el terreno. Compare los resultados con el valor que se obtiene al aplicar la ecuación:

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} \quad [\text{F/m}] \text{ al neutro } k = \text{permitividad eléctrica del medio}$$

Problema #8

Resuelva el problema 6, pero tenga en cuenta el efecto del suelo. Suponga que los conductores están colocados horizontalmente a 20m por encima del suelo.

Problema #9

Una línea de transmisión trifásica a 60 Hz, esta compuesta de un conductor *ACSR bluejay*, por fase, tiene un espaciado horizontal de 11m, entre conductores adyacentes. Compare la reactancia capacitiva en Ohmios por kilómetro por fase de esta línea con la de una que tenga un agrupamiento de dos conductores del tipo *ACSR 26/7*, con la misma aérea total de sección transversal de aluminio como la de un solo conductor de la línea monofásica y un espaciado de 11m medido entre agrupamientos. El espaciado entre conductores en el agrupamiento es de 40 cm.

Problema #10

Calcule la reactancia capacitiva en ohmios-kilometro de una línea trifásica a 60 Hz, con conductores agrupados con tres conductores por fase del tipo *ACSR Rail* por grupo, y 45 cm entre conductores. El espacio entre los centros de los agrupamientos es de 9.9 y 18m.

Parámetro Capacitivo en Líneas de Transmisión

Problema #1

Un conductor numero 4/0 AWG del tipo AAC, se encuentra ubicado a una altura de 7m sobre un terreno perfectamente conductor (se puede tratar como un plano conductor infinito). Determine: (a) la admitancia capacitiva o shunt y (b) la impedancia serie por unidad de longitud

Problema #2

Si el conductor del Problema #1 esta energizado a un voltaje de 14 kV respecto el terreno, determine:

- (a) La carga por unidad de longitud.
- (b) La densidad superficial de carga en el terreno.
- (c) La intensidad del campo eléctrico en la superficie del conductor.

Problema #3

Dos conductores paralelos, 2/0 AWG AAAC/6201, forman un circuito cerrado. La separación entre ellos es de 1.20m. Si los conductores se encuentran en el espacio libre. Determine (a) la admitancia capacitiva y (b) la impedancia serie por unidad de longitud.

Problema #4

Repita el Problema #3, pero ahora los conductores se encuentra a una altura sobre el terreno de 6m. Considere las siguientes opciones del terreno:

- (a) Terreno perfectamente conductor.
- (b) Resistividad del terreno de $\rho = 100 \Omega\text{-m}$.
- (c) Resistividad del terreno de $\rho = 1000 \Omega\text{-m}$.

Problema #5

Los conductores del Problema #4, corresponde ahora a dos circuitos independientes, que utilizan el terreno como retorno. Determine (a) la matriz admitancia capacitiva $\mathbf{Y}$, (b) la matriz impedancia serie $\mathbf{Z}$, para un terreno de $\rho = 600 \Omega\text{-m}$.

Problema #6

El grupo de conductores de la Figura 1, se encuentran operando eléctricamente en paralelo. Los conductores son todos iguales: ACAR 927 mcm, 30/7. Asumiendo que todos están al mismo voltaje y que la corriente se distribuye en partes iguales entre los conductores determine:

- (a) La reactancia capacitiva e impedancia serie por unidad de longitud del conjunto, para terreno perfectamente conductor.
- (b) Repita (a) para un terreno con resistividad de $\rho = 300 \Omega\text{-m}$.

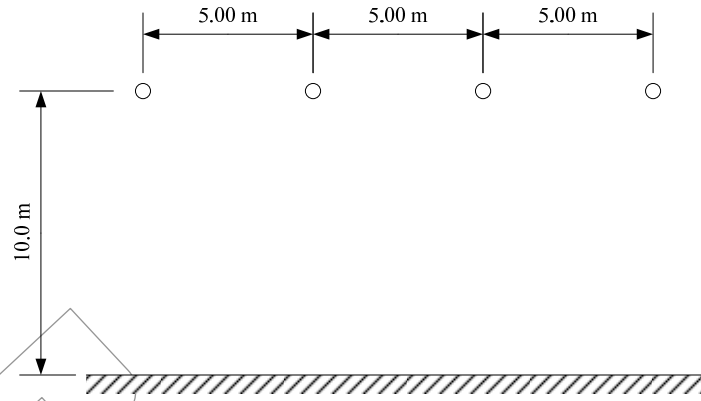


Figura 1. Línea de Transmisión del Problema #6

Problema #7

Porque no es correcto utilizar las expresiones $y.L$ y $z.L$, para el cálculo de la admitancia e impedancia de una línea de transmisión. Siendo y y z , los parámetros por unidad de longitud y L la longitud de la misma.

Problema #8

Para la línea de transmisión de la Figura 2(a) y 2(b), determine:

- Las matrices **Z**, **Y** o **X'**, reduciendo las filas y columnas correspondientes a los cables de guarda.
- Los parámetros de secuencia por unidad de longitud.

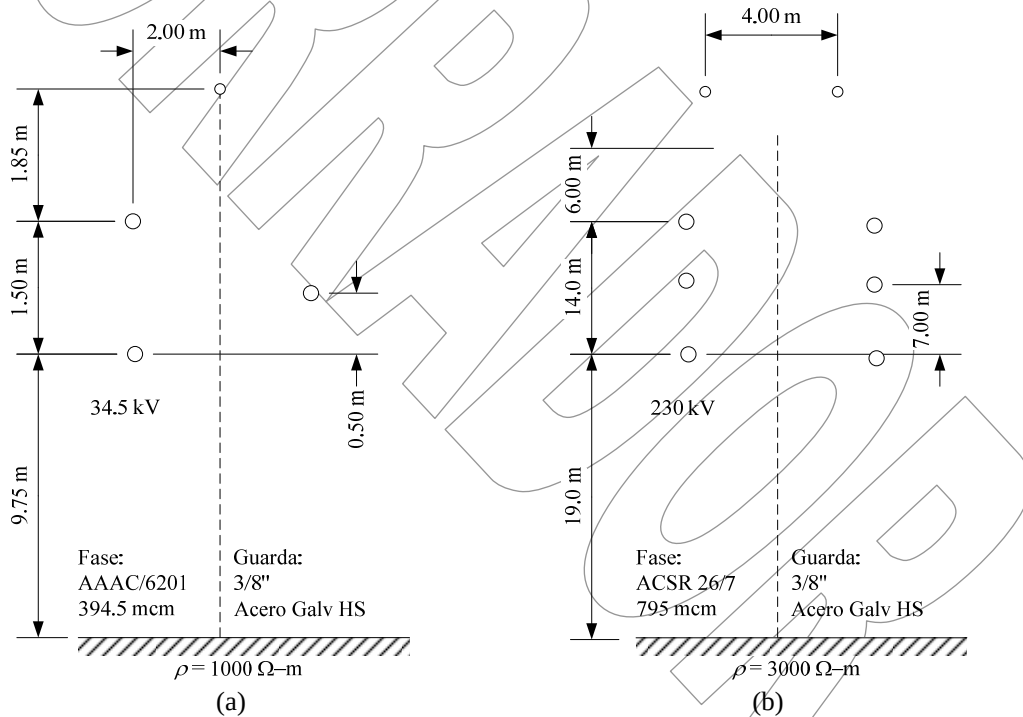


Figura 2. Línea de Transmisión del Problema #8

- Para la Figura 2(b) Los mismo en (a) y (b) pero bajo las siguientes consideraciones:
 - Las dos líneas forman un circuito eléctricamente en paralelo.
 - Las dos líneas operan como circuitos independientes.
- Para (c.2) calcule los parámetros de acoplamiento en secuencia cero.

Problema #9

Para la línea de transmisión de la Figura 3(a) y (b) determine:

- (c) Las matrices $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Y}$ o $\mathbf{X}'$, reduciendo las filas y columnas correspondientes a los cables de guarda.
- (d) Los parámetros de secuencia por unidad de longitud.

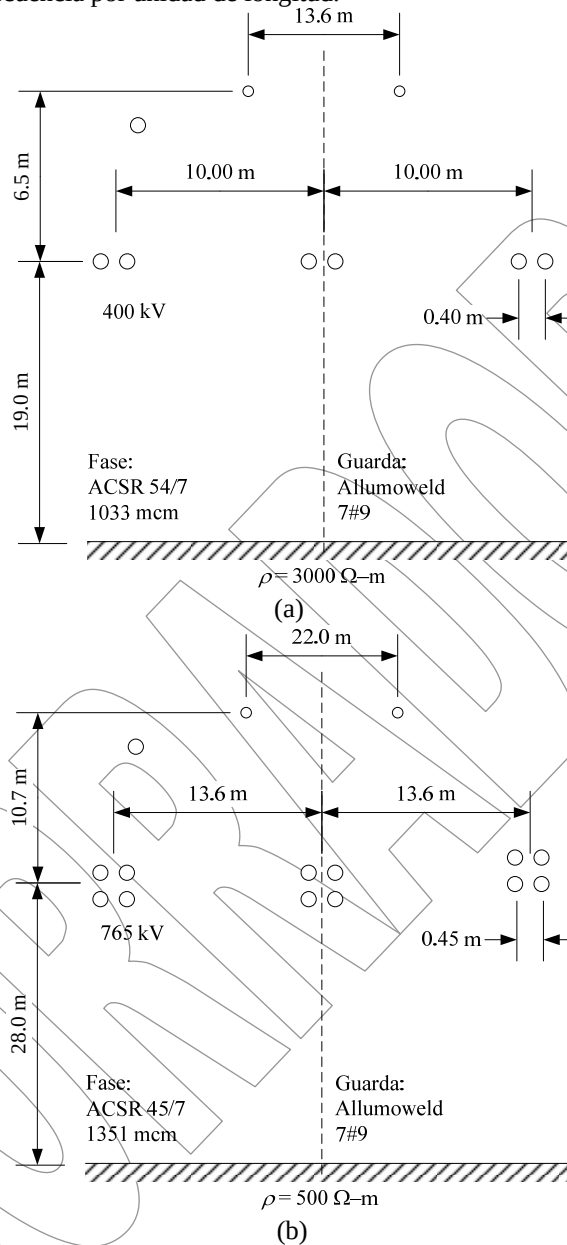


Figura 3. Línea de Transmisión del Problema #9

Problema #10

Para la línea de transmisión de la Figura 4, determine:

- (e) Las matrices $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Y}$ o $\mathbf{X}'$, reduciendo las filas y columnas correspondientes a los cables de guarda.
- (f) Los parámetros de secuencia por unidad de longitud.

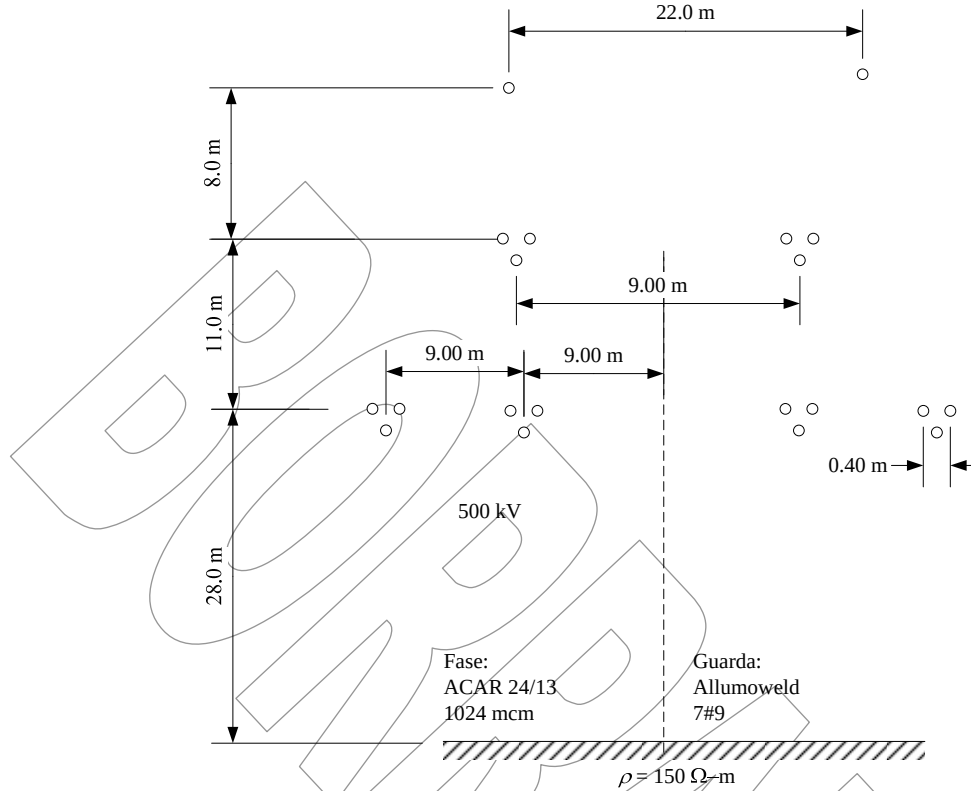


Figura 4. Línea de Transmisión del Problema #10

Operación en Régimen Estacionario de Líneas de Transmisión

Problema #1

Una línea de transmisión trifásica, a 60 Hz de un solo circuito y 10 millas, esta formado por conductores *ACSR Waxwing*, colocados e triángulo equilátero con 5 pies entre sus centros. Alimenta a 11 kV, una carga equilibrada de 2.5 MW. Hallar el voltaje en el extremo transmisor, cuando el factor de potencia cae del 80% en retardo, la unidad y del 90% en adelante. Supóngase que la temperatura del conductor es de 80°C.

Problema #2

Deducir las ecuaciones que dan el voltaje y la corriente de envío (V_s e I_s), a partir del circuito "T" de una línea de transmisión, en función del extremo del voltaje y la corriente de recepción (V_r e I_r), la impedancia total serie y la admitancia total en paralelo de la línea.

Problema #3

Halla las constantes A , B , C y D de un circuito Π que tiene una resistencia total de 500 Ω , una resistencia de 1 k Ω en el ramal paralelo del extremo receptor, y una resistencia de 100 Ω en la rama serie.

Problema #4

Hallar las constantes A , B , C y D del circuito T que tiene una reactancia inductiva de 10 Ohmios en el brazo serie mas próximo al extremo distribuidos, una reactancia inductiva de 20 ohmios en el brazo serie más próximo al extremo receptor y una reactancia capacitiva de k Ω en el brazo paralelo. Que efecto produce el intercambiar los dos brazos series?

Problema #5

Derive las constantes A , B , C y D para la red compuesta de dos redes en serie en términos de las constantes de las redes individuales. Compruebe los resultados.

Problema #6

Las constantes, A , B , C y D de una línea de transmisión trifásicas son:

$$A = D = 0.936 + 0.016j = 0.936 \angle 0.98$$

$$B = 33.5 + 138j = 142.0 \angle 76.4$$

$$C = (-5.18 + j914) \times 10^{-6} \text{ Mho}$$

La carga en el extremo receptor es 40 MW a 220 kV, con un factor de potencia de 0.9 en retraso. Hallar la magnitud del voltaje en el extremo distribuidor y la regulación de voltaje. Suponga que la magnitud de la tensión en el extremo distribuidor permanece constante.

Problema #7

Una línea de transmisión trifásica a 60 Hz, tiene sus tres conductores dispuestos en una plano horizontal con una separación entre si de 15 pies. Los conductores son del tipo *ACSR Ostrich*. La línea tiene 75 millas y lleva una carga a 115kV de 30 MW con un factor de potencia de 0.8 en retraso. Encontrar el voltaje, corriente,

potencia y factor de potencia en el extremo distribuidor. Cual es el rendimiento del transporte? Supóngase que la temperatura de los conductores es de 50°C.

Problema #8

Una línea de transmisión trifásica a 60 Hz tiene los parámetros siguientes:

$$R = 0.30\Omega / \text{milla}$$

$$L = 2.10\text{mH} / \text{milla}$$

$$C = 0.014\mu\text{F} / \text{milla}$$

El voltaje en el extremo de recepción es de 132 kV, si la línea esta abierto en el extremo de recepción, hallar el valor eficaz y ángulo de fase:

- La tensión incidente, respecto al neutro, en el extremo receptor (Tomase esta tensión como referencia para calcular los ángulo de fase).
- La tensión reflejada, respecto al neutro, en el extremo de recepción.
- La tensión incidente, respecto al neutro a 75 millas del extremo receptor.
- La tensión reflejada respecto al neutro, a 75 millas del extremo receptor.
- La tensión resultante, respecto al neutro y la tensión de línea a 25 millas del extremo del receptor.

Problema #9

Encontrar las corrientes incidente y reflejada para la línea abierta del problema 8, en el extremo receptor a 75 millas de aquel punto.

Problema #10

Si la línea del problema 8, tiene 75 millas de longitud y suministra una potencia de 40 MW, a 132 kV, y 80% de factor de potencia de retardo, determinar la tensión, corriente, factor de potencia de potencia en el extremo transmisor. Calcúlese el rendimiento de transporte, la impedancia característica, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

Problema #11

Evaluar $\cosh\theta$ y $\sinh\theta$, para $\theta = 0.45\angle 80^\circ = 0.0781416 + 0.44310j$.

Problema #12

Demostrar la ecuación 5.5 del texto William Stevenson Jr, de Análisis de Sistemas de Potencia. Sustituyendo las funciones hiperbólicas por sus equivalentes exponenciales.

Problema #13

Una línea de transmisión trifásica, a 60 Hz, tiene 175 millas de longitud. Su impedancia serie total es de $35 + 140j\Omega$ y su admitancia paralelo es de $930 \times 10^{-6} \angle 90^\circ$ Mho. Suministra 40 MW a 220 kV con un factor de potencia en retardo de 90%. Encontrar la tensión en el extremo distribuidor por (a) la aproximación de las líneas cortas, (b) la aproximación del circuito nominal pi y (c) la ecuación de las líneas largas.

Problema #14

Determinar el circuito equivalente Π de la línea e transmisión del problema 13, como $L > 150$ millas = 175 millas. Líneas largas.

Problema #15

Determinar el factor de regulación de la tensión de la línea descrita en el problema 13. Suponer que la tensión en el extremo distribuidor permanece constante.

Problema #16

Una línea de transmisión trifásica a 60 Hz, tiene 240 millas de longitud. La tensión en el extremo distribuidor es de 220 kV. Los parámetros de la línea son $R = 0.20$ Ohmios/milla, $X = 0.8$ Ohmios/milla y $Y = 5.2\mu\text{Mho/milla}$. Encontrar la corriente en el extremo distribuidor, cuando no hay carga en la línea.

Problema #17

Si la carga de la línea descrita en el problema 16, es de 75 MW a 220 kV con factor de potencia la unidad, calcular la corriente, tensión, y potencia en el extremo distribuidor. Suponer que la tensión de dicho extremo, para la carga especificada anteriormente.

Problema #18

Construye el diagrama del círculo de potencia en el extremo receptor análogo al estudio, para el problema 13. Localice el punto correspondiente a la carga del problema 13 y localiza el centro de los círculos para diferentes valores de $|V_s|$ y $|V_r| = 220$ kV. Dibuje el círculo que pasa por el punto de carga, de los radios medios del último círculo determine $|V_s|$ y compare este valor con los valores calculados en el problema 13.

Problema #19

Emplee el diagrama construido en el problema 18 para determinar la tensión en el extremo distribuidor para distintos valores de MVar suministrado por condensadores sincrónicos o rotatorios en paralelo para dar un factor de potencia unitario y un factor de potencia de 0.9 en adelanto en el extremo receptor. Suponga que la tensión en el extremo distribuidor se ajusta para mantener 220 kV en la carga.

Problema #20

Un diagrama de circuito de potencia en el extremo receptor se dibuja para una tensión constante en el extremo receptor. Para una determinada carga a esta tensión en el extremo receptor es de $|V_s| = 115\text{kV}$, tiene un radio de 5 pulgadas. Las coordenada horizontal y vertical de los círculos en el extremo receptor son -0.25 pulgadas y -0.45 pulgadas, respectivamente. Hallar la regulación de voltaje para la carga.

Operación en Régimen Estacionario de Líneas de Transmisión

Problema #1

Una línea de transmisión trifásica, 400 kV, 60 Hz, tiene los siguientes parámetros:

$$z = 0.0331 + j0.3896 \, \Omega/\text{km}$$

$$y = 4.357 \times 10^{-6} \, \text{Siemens/km}$$

$$l = 300 \, \text{km}$$

(a) Si la línea está en vacío, cual debe ser el voltaje en el extremo emisor, V_e para que el voltaje en el extremo receptor, V_r , sea de 400 kV línea-línea.

(b) Si la línea suporta una carga de 100 MVA en el extremo receptor, con factor de potencia, 0.8 en atraso, determine:

(b.1) El voltaje V_e para que $V_r = 400$ kV línea-línea.

(b.2) La corriente y potencia aparente en el emisor.

(b.3) La potencia aparente que consume la línea de transmisión.

Problema #2

Una línea de transmisión, trifásica, 230 kV, 60 Hz, interconecta un generador con una carga. Los parámetros de la línea son los siguientes:

$$z = 0.0806 + j0.5010 \, \Omega/\text{km}$$

$$y = 3.322 \times 10^{-6} \, \text{Siemens/km}$$

$$l = 150 \, \text{km}$$

Se sabe que los voltajes en ambos extremos de la línea son los siguientes:

$$V_e = 230 \angle 0^\circ \, \text{kV}$$

$$V_r = 224.5 \angle -3^\circ \, \text{kV}$$

Determine:

(a) La potencia aparente suministrada en el generador.

(b) La potencia aparente que consume la carga.

(c) La potencia aparente que consume la línea.

Problema #3

Una línea de transmisión, trifásica, 230 kV, 60 Hz, interconecta dos nodos 1 y 2 de un sistema de potencia. La línea tiene los siguientes parámetros:

$$z = 0.0806 + j0.5010 \, \Omega/\text{km}$$

$$y = 3.322 \times 10^{-6} \, \text{Siemens/km}$$

$$l = 150 \, \text{km}$$

El voltaje en el nodo 1 es de $V_1 = 230 \angle 0^\circ \, \text{kV}$, en el nodo 2 se suporta una carga de $50 \angle 30^\circ \, \text{MVA}$.

Determine:

(a) El voltaje en el nodo 2.

(b) La potencia aparente que entra por el nodo 1,

(c) La potencia aparente de la línea.

Problema #4

Una línea de transmisión, trifásica, 400 kV, 60 Hz, interconecta dos sistemas de potencia SP1 y SP2. Los parámetros de la línea son los siguientes:

$$z = 0.0331 + 0.3896j \, \Omega/\text{km}$$

$$y = 4.357 \times 10^{-6} \, \text{Siemens/km}$$

$$l = 100 \, \text{km}$$

Los voltajes en los extremos de la línea son los siguientes:

$$\text{SP1: } V_1 = 230 \angle 0^\circ \, \text{kV}$$

$$\text{SP2: } V_2 = 224.5 \angle -3^\circ \, \text{kV}$$

Determinar:

- Si el SP1 recibe o entrega potencia activa.
- Si el SP1 recibe o entrega potencia reactiva.
- Si el SP2 recibe o entrega potencia activa.
- Si el SP2 recibe o entrega potencia reactiva.
- La potencia aparente que consume la línea.

Problema #5

Repita el problema anterior, para las siguientes condiciones de operación respecto a los voltajes en los extremos de la línea:

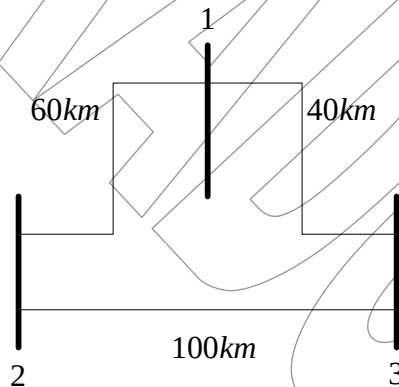
$$(a) V_1 = 400 \angle 0^\circ \, \text{kV} \quad V_2 = 400 \angle -5^\circ \, \text{kV}$$

$$(b) V_1 = 400 \angle 10^\circ \, \text{kV} \quad V_2 = 400 \angle 0^\circ \, \text{kV}$$

(c) Si $V_1 = 400 \angle 0^\circ \, \text{kV}$, $V_2 = 400 \angle 0^\circ \, \text{kV}$, determine el valor máximo del voltaje sobre la línea sin pérdidas.

Problema #6

Dado el sistema de potencia trifásico de la siguiente figura, determine la potencia que entra o sale por cada nodo del sistema.



Las tres líneas poseen los siguientes parámetros:

$$z = 0.0750 + 0.550j \, \Omega/\text{km}$$

$$y = 3.155 \times 10^{-6} \, \text{Siemens/km}$$

Los voltajes en los nodos son los siguientes:

$$V_1 = 235.0 \angle 0.0^\circ \, \text{kV}$$

$$V_2 = 235.0 \angle -4.0^\circ \, \text{kV}$$

$$V_3 = 230 \angle -1.0^\circ \, \text{kV}$$

Operación de Líneas de Transmisión

Problema #1

Una línea de transmisión de un circuito a 60 Hz tiene una longitud de 370 Km. (230 millas). Los conductores son del tipo ASCR *Rook* con espaciamiento en el plano horizontal y 7.25m (23.8 pies) entre ellos. La carga en la línea es de 125 MW a 215 kV con un factor de potencia de 100%. Encontrar el voltaje, la corriente, la potencia en el extremo de envío y la regulación de voltaje de la línea. Determine también la longitud y la velocidad de propagación de la onda de la línea.

Resolución

Con el fin de emplear directamente las Tablas que aparecen en el Anexo A.3 y A.5 del texto “Análisis de Sistemas de Potencia” de William Stevenson Jr., se seleccionan los pies y millas como unidades a emplear.

$$D_{eq} = \sqrt[3]{23.8 \times 23.8 \times 47.6} = 30.0 \text{ pies}$$

Entonces se procede a emplear las tablas de conductores de tipo ACSR para el *Rook*. Se procede al cálculo de la impedancia serie:

$$z = 0.1603 + j(X_L + 2.022 \times 10^{-3} f \ln(D_{eq})) \quad z = 0.1603 + j(0.415 + 0.4127)$$

$$z = 0.8431 \angle 79.04 \frac{\Omega}{\text{mi}}$$

Para la admitancia paralelo resulta:

$$y = j \left[\frac{1}{0.0950 + 0.1009} \right] \times 10^{-6} = 5.105 \times 10^{-6} \angle 90 \frac{\text{siemens}}{\text{mi}}$$

$$y = 5.105 \times 10^{-6} \angle 90 \frac{\text{siemens}}{\text{mi}}$$

Se procede al cálculo de la constante de propagación:

$$\gamma l = \sqrt{yz} l = 230 \sqrt{0.8431 \times 5.105 \times 10^{-6}} \angle \left(\frac{79.04^\circ + 90^\circ}{2} \right)$$

$$\gamma l = 0.4772 \angle 84.52^\circ = 0.04586 + 0.4750j$$

Se calcula la impedancia característica:

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0.8431}{5.105 \times 10^{-6}}} \angle \left(\frac{79.04^\circ - 90^\circ}{2} \right) = 406.4 \angle 5.48^\circ \Omega$$

Se conoce que el voltaje en el extremo de recepción, de línea a neutro es:

$$V_r = \frac{215000}{\sqrt{3}} = 124130 \angle 0 \text{ Voltios medidos al neutro}$$

Se procede al cálculo de la corriente en el extremo de recepción.

$$I_r = \frac{125 \text{ MW}}{\sqrt{3} \times 215 \text{ kV}} = 335.7 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Se procede al cálculo de los valores de las funciones hiperbólicas.

$$\gamma l = 0.4772 \angle 84.52^\circ = \alpha + j\beta = 0.04586 + 0.4750j$$

Para el coseno se tiene:

$$\cosh(\alpha + j\beta) = \frac{1}{2}(e^{\alpha \angle \beta} + e^{-\alpha \angle -\beta})$$

$$\cosh(\gamma l) = \frac{1}{2}e^{0.0456 \angle 27.22} + \frac{1}{2}e^{-0.0456 \angle -27.22}$$

$$\cosh(\gamma l) = 0.4654 + 0.2394j + 0.4248 - 0.2185j$$

$$\cosh(\gamma l) = 0.8902 + 0.0209j = 0.8904 \angle 1.34^\circ$$

Mientras que para la función seno resulta:

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{1}{2}(e^{\alpha \angle \beta} - e^{-\alpha \angle -\beta})$$

$$\sinh(\gamma l) = \frac{1}{2}e^{0.0456 \angle 27.22} - \frac{1}{2}e^{-0.0456 \angle -27.22}$$

$$\sinh(\gamma l) = 0.4654 + 0.2394j - 0.4248 + 0.2185j$$

$$\sinh(\gamma l) = 0.0406 + 0.4579j = 0.4597 \angle 84.93^\circ$$

Entonces se procede al cálculo del voltaje de envío a partir de los datos del extremo de recepción:

$$V_s = V_r \cosh \gamma l + I_r Z_c \sinh \gamma l$$

$$V_s = 124130 \times 0.8904 \angle 1.34^\circ + 335.7 \times 406.4 \angle -5.48^\circ \times 0.4597 \angle 84.93^\circ$$

$$V_s = 110495 + 2585j + 11483 + 61656j$$

$$V_s = 137860 \angle 27.77^\circ \text{ voltios medidos al neutro}$$

Entonces se procede al cálculo del voltaje de envío a partir de los datos del extremo de recepción:

$$I_s = I_r \cosh \gamma l + \frac{V_r}{Z_c} \sinh \gamma l$$

$$I_s = 335.7 \times 0.8904 \angle 1.34^\circ + \frac{124.130}{406.4 \angle -5.48^\circ} \times 0.4597 \angle 84.93^\circ$$

$$I_s = 298.83 + 6.99j - 1.00 + 140.41j$$

$$I_s = 332.31 \angle 26.33^\circ \text{ A}$$

De tal modo que en el extremo del generador se tiene:

$$\text{Voltaje de línea} = \sqrt{3} \times 137.86 = 238.8 \text{ kV}$$

$$\text{Corriente de línea} = 332.3 \text{ A}$$

$$\text{Factor de potencia} = \cos(27.77^\circ - 26.33^\circ) = 0.9997 \cong 1.0$$

$$\text{Potencia} = \sqrt{3} \times 238.8 \times 332.3 \times 1.0 = 137443 \text{ kW}$$

Si ahora se considera se considera ahora la línea sin carga se tiene ($I_r = 0$):

$$V_s = V_r \cosh \gamma l + I_r Z_c \sinh \gamma l$$

$$V_r = \frac{V_s}{\cosh \gamma l}$$

De tal modo que el voltaje resulta ser:

$$V_r = \frac{137.86}{0.8904}$$

De tal modo que la regulación

$$\text{reg} = \frac{\frac{137.06}{0.8904} - 124.13}{124.13} \times 100\%$$

$$reg = 24.7\%$$

La longitud de onda y la velocidad de propagación se calculan como sigue:

$$\gamma l = \alpha + j\beta = 0.04586 + 0.4750 j$$

$$\beta = \frac{0.4750}{230} = 0.002065 \frac{rad}{mi}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.006065} = 3043 \text{ milla}$$

$$v = f\lambda = 60 \times 3043 = 182580 \frac{\text{milla}}{s}$$

Particularmente, en este ejemplo se observa que en las ecuaciones para V_s e I_s , el valor del voltaje debe expresarse en voltios y debe ser el voltaje línea a neutro.

Problema #2

Encuentre el circuito equivalente Π , para la línea descrita en el Problema #1, y compárese con el circuito nominal Π .

Resolución

Se conoce los parámetros de la línea, de tal modo que las funciones hiperbolicas resultan ser:

$$\cosh(\gamma l) = 0.8902 + 0.0209j = 0.8904 \angle 1.34^\circ$$

$$\sinh(\gamma l) = 0.0406 + 0.4579j = 0.4597 \angle 84.93^\circ$$

Por otra parte, se tiene que la impedancia característica (Z_c) y la constantes de propagación vienen dados por::

$$Z_c = 406.4 \angle 5.48^\circ \Omega$$

$$\gamma l = 0.4772 \angle 84.52^\circ = 0.04586 + 0.4750j$$

Se procede al cálculo de los parámetros del modelo:

$$Z' = Z_c \sinh(\gamma l) \quad Z' = \sqrt{\frac{z}{y}} \sinh(\gamma l) = z l \frac{\sinh \gamma l}{\sqrt{z y l}} \quad Z' = Z \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} \quad Z' = Z_c \sinh(\gamma l)$$

$$Z' = Z_c \sinh(\gamma l) = 406.4 \angle 5.48^\circ \times 0.4597 \angle 84.93^\circ$$

$$Z' = 186.82 \angle 79.45^\circ \Omega \text{ en la rama serie}$$

Para la rama shunt se cumple:

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \frac{\cosh \gamma l - 1}{\sinh \gamma l} \quad \frac{Y'}{2} = \frac{(0.8902 - 0.0208j) - 1}{186.82 \angle 79.45^\circ}$$

$$\frac{Y'}{2} = 0.000599 \angle 89.82^\circ \text{ en cada rama paralelo}$$

Al usar los valores de z y y del problema #1, se encuentra que la impedancia serie del circuito nominal Π , es:

$$Z = z \times l \quad Z = 230 \times 0.8431 \angle 79.04^\circ = 193.9 \angle 79.04^\circ$$

Para la rama paralelo son iguales:

$$\frac{Y'}{2} = \frac{Y}{2} l = \frac{5.10510^{-6} \angle 90^\circ}{2} = 0.00587 \angle 90^\circ \text{ siemens}$$

Para ésta línea de transmisión, la impedancia de la rama serie del circuito nominal Π excede a la del equivalente Π en 3.8%.

La conductancia de las ramas paralelo del circuito nominal Π es 2% menor que la del equivalente Π .

De éstos resultados se concluye que el circuito nominal Π puede representar suficientemente bien las líneas largas si no se requiere un alto grado de exactitud.

Operación de Líneas de Transmisión

Problema #1

Una línea de transmisión que opera a 115 kV tiene los siguientes parámetros:
 $Z = 0.1920 + 0.5024 j \Omega/\text{km}$
 $Y = 3.26 \times 10^{-6} \text{ Siemens/km}$

Determinar:

- Las constantes generalizadas de la línea de transmisión para las siguientes longitudes $l = 30, 100$ y 300 km .
- Los circuitos equivalentes y nominales π para $l = 30, 100$ y 300 km .
- Circuito simplificado para líneas cortas.

Resolución

Se conoce que a partir de los datos de la línea de transmisión se puede determinar la impedancia característica de la línea.

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0.1920 + 0.5024 j}{3.26 \times 10^{-6} j}} = 406.92 \angle -10.457^\circ \Omega$$

De igual modo se determina la constante de propagación.

$$\gamma = \sqrt{yz} = \sqrt{(0.1920 + 0.5024 j) \times 3.26 \times 10^{-6}} = (0.2407 + 1.3039 j) \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$$

Se procede al cálculo de las constantes generalizadas, para $l = 30 \text{ km}$.

Para el cálculo de las funciones hiperbólicas es mejor proceder al cálculo separado de los exponenciales:

$$\gamma l = l \sqrt{yz} = 30 \sqrt{(0.1920 + 0.5024 j) \times 3.26 \times 10^{-6}} = (0.7221 + 39.117 j) \times 10^{-3} \text{ km}^{-1} = \alpha l + j \beta l$$

La parte imaginaria de γl esta dada en radianes, pero resulta convenientes expresarla en unidades de grados.

$$\beta l = 39.117 \times 10^{-3} \text{ rad} = 2.241^\circ$$

$$\alpha l = 7.221 \times 10^{-3} \text{ neper}$$

$$e^{\alpha l} = 1.0072 \quad e^{-\alpha l} = 0.9928$$

$$e^{j\beta l} = 1.0072 \angle 2.241^\circ = 1.0064 + 0.0394 j$$

$$e^{-j\beta l} = 0.9928 \angle -2.241^\circ = 0.992 - 0.0388 j$$

Se procede a determinar los parámetros de transmisión de la línea (A, B, C y D).

$$A = D = \cosh(\gamma l) = 0.992 + 0.0003 j = 0.9992 \angle 0.0172^\circ$$

$$\sinh(\gamma l) = 0.0072 + 0.0391 j = 0.0398 \angle 79.56^\circ$$

$$B = Z_0 \sinh(\gamma l) = 16.178 \angle 69.1^\circ$$

$$C = \frac{\sinh(\gamma l)}{Z_0} = 9.78 \times 10^{-5} \angle 90^\circ$$

Utilizando el mismo procedimiento de calculo se procede a determinar las constantes generalizadas de las líneas para las otras longitudes: $l = 100$ y 300 km, en la siguiente tabla se recoge un resumen de los resultados.

	30 km	100 km	300 km
$A=D$	$0.9992 \angle 0.0172^\circ$	$0.9918 \angle 0.1810^\circ$	$0.9273 \angle 1.704^\circ$
B	$16.178 \angle 69.1^\circ$	$52.78 \angle 69.14^\circ$	$157.91 \angle 69.61^\circ$
C	$9.78 \times 10^{-5} \angle 90^\circ$	$9.78 \times 10^{-5} \angle 90^\circ$	$9.78 \times 10^{-5} \angle 90^\circ$

El circuito equivalente y nominal π viene dado por:

Circuito Equivalente	Circuito Nominal
$z_\pi = Z_0 \sinh(\gamma l)$	$z_\pi = Zl$
$y_\pi = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z_0 \sinh(\gamma l)}$	$y_\pi = Y \frac{l}{2}$

Se procede a efectuar las respectivas evaluaciones y resulta:

l [Km.]	Circuito Equivalente		Circuito Nominal	
	z_π [Ω]	y_π [Siemens]	z_π [Ω]	y_π [Siemens]
30	$16.18 \angle 69.1^\circ$	$0.53 \times 10^{-4} \angle 69.1^\circ$	$16.13 \angle 69.08^\circ$	$j0.49 \times 10^{-4}$
100	$52.90 \angle 78.48^\circ$	$1.63 \times 10^{-4} \angle 89.95^\circ$	$53.78 \angle 69.08^\circ$	$j0.49 \times 10^{-4}$
300	$157.91 \angle 69.61^\circ$	$4.95 \times 10^{-4} \angle 89.70^\circ$	$161.34 \angle 69.08^\circ$	$j0.49 \times 10^{-4}$

Para el circuito simplificado de líneas cortas basta con tomar el valor de $Z\pi$, correspondiente al circuito nominal en π , calculado.

	30 km	100 km	300 km
Zl [Ω]	$16.134 \angle 69.08^\circ$	$53.78 \angle 69.08^\circ$	$161.34 \angle 69.08^\circ$

Nota: Para un voltaje de 115 kV una longitud de 300 km resulta ser impracticable. Para longitudes tan extensas se emplean voltajes nominales mayores. Se ha incluido esta longitud solo con propósitos académicos; y para comparación de los mismos.

Problema #2

Considerando la línea de transmisión de 115 kV, ya empleada en el Problema #1, para las longitudes de $l = 30$ y 100 km. Determine la corriente del extremo de envío (I_s), cuando la línea esta en vacío ($I_r = 0$), utilizando la *solución exacta* y la *solución por el circuito nominal en π* y el circuito simplificado para líneas cortas.

Resolución

Se procede a efectuar la *solución exacta* de las variables eléctricas, para ello se emplea las constantes generalizadas y las constantes de transmisión.

$$I_r = -BV_s + AI_s$$

Si se considera que la línea se encuentra en vacío, ($I_r = 0$), se tiene que:

$$I_s = -\frac{C}{A}V_s$$

Se conoce que el voltaje en el extremo de envío medido a referencia es:

$$V_s = \frac{115\text{kV}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$$

El voltaje se debe dividir entre raíz de tres, ya que el dato suministrado, es el voltaje nominal de línea a línea, y se recuerda que los modelos de la línea son dados de línea a neutro, por lo que el voltaje debe ser llevado a voltaje de fase.

Sustituyendo se tiene la corriente en el extremo de envío es:

$$I_s = -\frac{C}{A}V_s$$

Las constantes A y C dependen de la longitud de la línea; de tal modo que:

$$l = 30 \text{ km};$$

$$I_s = 6.5 \angle 89.98^\circ \text{ A}$$

$$l = 100 \text{ km};$$

$$I_s = 21.76 \angle 89.82^\circ \text{ A}$$

En el caso que se tiene el *circuito nominal en π* .

En el caso que se tiene la línea de transmisión operando en vacío, la corriente en el extremo de envío es igual al voltaje de envío por la admitancia equivalente vista desde el extremo de envío.

$$Y_{eq} = y_\pi + \frac{1}{z_\pi + \frac{1}{y_\pi}}$$

Sustituyendo los respectivos valores de z_π y y_π . Para $l = 30$ km,

$$Y_{eq} = 0.98036 \times 10^{-4} \text{ siemens}$$

Y se tiene $l = 30$ km:

$$I_s = 6.509 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$l = 100 \text{ km};$$

$$Y_{eq} = 0.98036 \times 10^{-4} \angle 89.91^\circ \text{ siemens}$$

$$I_s = 21.73 \angle 89.91^\circ \text{ A}$$

Con el circuito simplificado de la línea de transmisión para líneas cortas como la corriente de envío es igual a la de recepción ($I_r = I_s$), cuando la línea esta en vacío ($I_r = 0$), entonces la corriente de envío es cero ($I_s = 0$).

En la siguiente tabla se resume los resultados que se logran para la corriente del extremo de envío para todos los casos planteados.

l (km)	<i>Solución exacta</i>	<i>Circuito nominal π</i>	<i>Circuito para líneas cortas</i>
30	$6.5 \angle 89.98$	$6.509 \angle 90$	0
100	$21.76 \angle 89.82$	$21.73 \angle 89.91$	0

La solución mediante el circuito simplificado para las líneas cortas, aun cuando es trivial, se agrego de manera intencional para ilustrar el error que se comete cuando se efectúa una aproximación sin considerar la pertinencia o no de la misma; lo cual puede degenerar el resultados erróneos. Para una longitud de 30 km, la aproximación del modelo de línea corta es valida para otros cálculos pero para determinar la corriente que entra a la línea cuando opera en vacío no es adecuada. El resultado obtenido con los otros dos procedimientos, el exacto y el nominal, demuestra cuan distante se determina la corriente de envío (I_s) de ser igual a cero.

Problema #3

De un nodo de un sistema de potencia se alimenta una carga radial de 100 MW y factor de potencia 80% en atraso, mediante una línea de transmisión con los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned}l &= 300 \text{ km} \\V_n &= 400 \text{ kV} \\f &= 60 \text{ Hz} \\Z &= 0.0331 + j0.3896 \Omega/\text{km} \\Y &= 4.357 \times 10^{-6} \text{ siemens/km}\end{aligned}$$

Determine:

- El voltaje en el extremo de envío para que en el extremo receptor el voltaje resultante sea de 300 kV.
- La potencia que entra por el extremo de envío.
- La potencia activa que consume la línea de transmisión.
- La potencia reactiva que pueda consumir o generar la línea de transmisión.
- Si por algún medio el ángulo de transmisión se incrementa a 6° manteniendo los módulos de los voltajes de los extremos constantes, cual es la nueva potencia consumida por la carga.

Resolución

Se procede a emplear el circuito nominal Π de la línea de transmisión, donde se tiene que los parámetros del modelo son fácilmente calculados como:

$$Z_\pi = 117.30 \angle 85.14^\circ \Omega$$

$$Y_\pi = j0.6536 \times 10^{-3} \text{ siemens}$$

Se emplea el modelo por fase, donde se asume el voltaje del extremo de recepción a referencia, por lo que se cumple que:

$$V_r = \frac{400 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 230.94 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

La potencia aparente que consume la carga puede ser obtenida por medio de la siguiente expresión:

$$S_r = \frac{100 \text{ MVA}}{0.8} \angle \cos^{-1}(0.80) \quad S_r = 125 \angle 36.87^\circ \text{ MVA (trifásica)}$$

Debido a que se está empleando un modelo por fase se tiene que:

$$S_r = \frac{125}{3} \angle 36.87^\circ \text{ MVA} \quad S_r = 41.67 \angle 36.87^\circ \text{ MVA por fase}$$

La corriente que consume la carga, y la cual viene a través de la línea de transmisión radial, es:

$$I_r = \left(\frac{S_r}{V_r} \right)^* \quad I_r = \left(\frac{41.67 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}}{230.94 \angle 0^\circ \text{ kV}} \right)^* \quad I_r = 180.44 \angle -36.86^\circ \text{ A}$$

De tal modo, que se emplean las ecuaciones de voltaje-corriente conocidas y que se aplican al modelo Π .

$$V_s = V_r + I_r Z_\pi$$

$$I_s = I_r + V_r Y_\pi$$

Sustituyendo los valores se tiene que la corriente en el extremo de envío es:

$$I_s = 154.186 \angle 14.68^\circ \text{ A}$$

La potencia reactiva del elemento Y_π en el extremo receptor es suficiente para suplir el consumo reactivo de la carga, por esta razón, I_s , es una corriente de naturaleza capacitiva en contraste con I_r que es inductiva.

$$V_r = 227.86 + j17.8 = 228.55 \angle 4.47^\circ \text{ kV}$$

Es de notar que el modulo del voltaje en el extremo emisor es menor que el extremo receptor. Esto se explica por el aporte reactivo de la línea.

La corriente en el extremo emisor se puede calcular como:

$$I_s = I_r + V_r Y_\pi$$

$$I_s = 154.186 \angle 14.68^\circ + 149.38 \angle 94.47^\circ = 232.91 \angle 53.8^\circ \text{ A}$$

La *potencia aparente en el extremo de envío*, total y trifásica será:

$$S_s = 3V_s I_s^* = 159.94 \angle -49.51^\circ = 103.69 - j121.45 \text{ MVA}$$

Debido a que se ha asumido que la potencia en el receptor es saliente, se puede estimar la *potencia activa que consume la línea* como la diferencia de potencias en sus extremos, de modo que se cumple:

$$P_L = 103.69 - 100 = 3.69 \text{ MW}$$

De manera similar para la potencia reactiva se obtiene:

$$Q_L = -121.45 - 75 = -196.45 \text{ MVar}$$

Para un ángulo de potencia $\delta = 6^\circ$, se tiene que la *corriente en el extremo de envío* puede ser calculado como:

$$I_s = 206.02 \angle 13.53^\circ = 200.3 + j48.19 \text{ A}$$

Por su parte, la *corriente en el extremo de recepción* será:

$$I_r = I_s - V_r Y_\pi$$

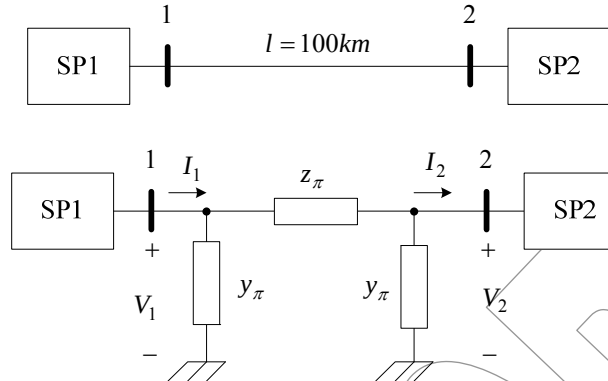
$$I_r = 206.02 \angle 13.53^\circ - j150.94 = 225.12 \angle -27.16^\circ \text{ A}$$

La *potencia aparente que consume la carga* en el receptor es:

$$S_r = 156.0 \angle -24.16 \text{ MVA}$$

Problema #4

Una línea de transmisión de 60 Hz, 400 kV, trifásica, interconecta dos sistemas de potencia como se muestra en la siguiente Figura.



La línea de transmisión tiene los siguientes parámetros:

$$z = 0.0331 + j0.3896 \, \Omega/\text{km}$$

$$y = 4.36 \times 10^{-6} \, \text{siemens/km}$$

Se sabe que los voltajes línea a neutro en 1 y 2 son:

$$V_1 = \frac{406}{\sqrt{3}} \angle -10^\circ \, \text{kV} \quad V_2 = \frac{395}{\sqrt{3}} \angle -3^\circ \, \text{kV}$$

Determinar:

- Si el SP1 recibe o entrega potencia activa y su valor.
- Si el SP2 recibe o entrega potencia activa y su valor.
- Si el SP1 recibe o entrega potencia reactiva y su valor.
- Si el SP2 recibe o entrega potencia reactiva y su valor.

Resolución

Se emplea el circuito en π .

$$z_\pi = 39.1 \angle 85.14^\circ \, \Omega$$

$$y_\pi = 0.21 \times 10^{-3} \, \text{siemens}$$

En este caso no se sabe quien es el receptor o emisor por lo tanto es mejor asumir que las dos corrientes I_1 , I_2 entran a la línea.

$$I_1 = V_1 y_\pi + \frac{(V_1 - V_2)}{z_\pi}$$

$$I_2 = V_2 y_\pi + \frac{(V_2 - V_1)}{z_\pi}$$

Sustituyendo los respectivos valores se obtiene:

$$I_1 = 723.29 \angle 187.24^\circ \, \text{A}$$

$$I_2 = 753.62 \angle 14.68^\circ \, \text{A}$$

La potencia aparente que entra por cada nodo se tiene:

$$S_1 = 508.63 \angle -197.24^\circ = -485.77 + j150.74 \, \text{j}$$

$$S_2 = 515.6 \angle -17.68^\circ = 491.24 - j156.586 \, \text{j}$$

- Asumiendo que las corriente entraban a los nodos se ha obtenido el resultado negativo para la potencia activa del nodo 1:

$$P_1 = -485.77 \, \text{MW}$$

Lo que indica que en realidad la potencia activa sale. Es decir que el SP1 recibe potencia.

- En concordancia con lo anterior el valor positivo de P_2 , entrando al nodo 2:

$$P_2 = 491.24 \text{ MW}$$

Indica que el SP2 supe potencia activa al SP1 por intermedio de la línea de transmisión.

(c) El valor de Q_1 positivo entrando al nodo 1:

$$Q_1 = 150.74 \text{ MVar}$$

Implica que el SP1 entrega potencia reactiva a SP1

(d) El valor de Q_2 negativa entrando el nodo 2:

$$Q_2 = -156.586 \text{ MVar}$$

Implica que el SP2 recibe potencia reactiva. Los 5.846 MVar adicionales a Q_1 los supe la línea de transmisión.

Una forma de comprobar los resultados anteriores es calcular la potencia activa y reactiva de la línea. Las sumas $P_1 + P_2$ y $Q_1 + Q_2$, deben concordar con los valores de calculados para la línea de transmisión.